

ESCUELA NORMAL DE COATEPEC HARINAS



TESIS DE INVESTIGACIÓN

DIFICULTADES QUE ENFRENTAN LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO EN EL APRENDIZAJE DE FRACCIONES EN EDUCACIÓN PRIMARIA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

PRESENTA

ALAN FEDERICO DEL ÁNGEL FLORES

ASESOR

ÁNGEL ARMANDO BELTRÁN CHACÓN

COATEPEC HARINAS JULIO DE 2022

DEDICATORIAS

Esta tesis la dedico con todo mi amor, a los seres más maravillosos que me han acompañado a lo largo de mi vida y trayecto formativo.

- Dios, por haberme dado la vida, la voluntad, la templanza, la inteligencia, y la oportunidad de estudiar.
- ❖ A mi madre, por ser el pilar más importante de mi vida y por demostrarme siempre tu amor, comprensión y apoyo incondicional. Gracias por todos tus esfuerzos.
- A mi padre, por enseñarme el valor de la humildad, la responsabilidad y el trabajo. Gracias por siempre escucharme y motivarme a ser una mejor persona.
- ❖ A mi hermano, por apoyarme y estar conmigo a pesar de las diferencias. Gracias por tu amistad y confianza.
- A mi esposa, por ser mi compañera de vida y brindarme tanto cariño. Tu apoyo y comprensión han sido fundamentales. Gracias por creer siempre en mí, te amo.
- ❖ A mi hija, mi mayor motivación, tu existencia ilumina mi mundo y me da las fuerzas para seguir siempre adelante. Gracias por llegar a mi vida.
- ❖ A mis padrinos, por su apoyo y confianza. Gracias por siempre motivarme.

A todos ustedes puedo decirles que: No hay nada que se obtenga sin sacrificios. Todo es fruto de la constancia y el esfuerzo. Hoy he recibido su más valiosa herencia, mi profesión, por ustedes la obtuve y a ustedes se las dedico. Aquí está el esfuerzo de mis padres convertido en realidad, hoy por fin puedo decirles:

LO HE LOGRADO.

AGRADECIMIENTOS

- ❖ A mis amigos y amigas de la ENCH, gracias por hacer de este trayecto una experiencia inolvidable. Su apoyo y amistad fue indispensable para seguir adelante.
- ❖ A mi asesor de tesis, gracias por todo su apoyo, comprensión y confianza. Sus revisiones y recomendaciones fueron indispensables para la realización del presente trabajo.
- ❖ A todos los maestros de la ENCH que estuvieron presentes a lo largo de mi formación, agradezco a ustedes por compartir parte de sus conocimientos y experiencias conmigo.
- Al maestro titular, por la grata experiencia vivida durante este último escalón de preparación, al permitirme realizar las prácticas de adjuntía en su grupo, por confiar y apoyarme en situaciones personales y profesionales. Gracias por compartir sus conocimientos, experiencias e ideales.
- ❖ A todos los alumnos del sexto grado, grupo "B" de la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz"; estudiantes con los que viví las mejores experiencias de mi carrera como docente en formación. Gracias por darme la oportunidad de realizar este trabajo de investigación.

ÍNDICE

RESUMEN
INTRODUCCIÓN
CAPÍTULO I
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA
1.2 JUSTIFICACIÓN
1.3 ESTADO DEL ARTE
1.4 OBJETIVOS
1.5 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN
1.6 SUPUESTO
CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO
2.1 LAS FRACCIONES Y EL APRENDIZAJE
2.1.1 Didáctica de las Matemáticas
2.1.2 Introducción a los Números Racionales
2.1.3 Conceptualización de Fracción
2.1.4 El Aprendizaje y sus Concepciones
2.1.5 Sistemas de Representación Matemática
2.2 LAS FRACCIONES Y SUS DIFICULTADES EN EDUCACIÓN
PRIMARIA
2.2.1 Didáctica de Fracciones
2.2.2 Niveles y Modos de Pensamiento sobre Fracciones
2.2.3 Contenidos Temáticos sobre Fracciones
2.2.4 Competencias para la Enseñanza de Fracciones
2.2.5 Los Números Fraccionarios en Sexto Grado

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN	6
3.1.1 Método	. 6
3.2 SELECCIÓN DEL UNIVERSO	7
3.2.1 Población	. 7
3.3 MUESTRA	. 7
3.3.1 Técnicas e Instrumentos	. 7
3.3.1.1 Entrevista	. 8
3.3.1.1.1 Cuestionario	. 8
3.3.1.2 Análisis Documental	8
3.3.1.2.1 Recopilación Documental	8
3.4 PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN	8
CAPÍTULO IV	
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN	
4.1 DESCRIPCIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE	
INFORMACIÓN	. :
4.1.1 Alumnos	. !
4.1.1.1 Descripción de resultados de los cuestionarios	
4.1.1.2 Análisis e interpretación de los resultados de los	
cuestionarios	
4.1.2 Docentes	. 1
4.1.2.1 Descripción de los resultados de los cuestionarios	. 1
4.1.2.2 Análisis e interpretación de los resultados de las	
cuestionarios	. 1
4.1.3 Recopilación Documental	1
4.1.3.1 Descripción de los resultados de la recopilación	
documental	. 1

4.1.3.2 Análisis e interpretación de los resultados de la
recopilación documental
4.1.4 Discusión y triangulación de las categorías
CAPÍTULO V
CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES, SUGERENCIAS
5.1 CONCLUSIONES
5.2 RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS
5.3 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS
ANEXOS

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo describir las principales dificultades enfrentadas en el aprendizaje de fracciones de 25 estudiantes de sexto grado de la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz", de la comunidad de Totolmajac, Villa Guerrero, Estado de México, para reflexionar sobre la importancia de atender las necesidades y áreas de oportunidad del grupo.

Para lo cual, fue necesario retomar diferentes referentes teóricos sobre el aprendizaje de fracciones como Kieren (1980), Freudenthal (1983), Streefland (1991), Sierpinska (2000), entre otros, cuyas aportaciones se encuentran implícitas en la organización de los contenidos curriculares sobre fracciones del Plan de Estudios 2011 (SEP, 2011). Documento que establece los rasgos del perfil de egreso, los aprendizajes esperados que deben lograr los estudiantes.

La metodología es de enfoque cualitativo y se empleó el método etnográfico, aplicando técnicas e instrumentos como lo fueron la entrevista, cuestionario y la recopilación documental, para recuperar información que da cuenta de las principales dificultades enfrentadas por los estudiantes.

La aplicación de los instrumentos dio como resultado que los estudiantes se encuentran en el Modo de Pensamiento Analítico-aritmético, donde predomina la noción de fracción como parte-todo y se encuentran en desarrollo las nociones de fracción como cociente y medida.

Sin embargo, la falta de conceptualización de fracción como razón y operador multiplicativo genera dificultades en el aprendizaje de temas como la: resolución de problemas multiplicativos; conversión de número fraccionario a decimal y viceversa; ubicación de una fracción entre dos fracciones dadas; realización de equivalencias e identificación del múltiplo común; ubicación de fracciones en la recta numérica; y resolución de problemas de división.

INTRODUCCIÓN

El ser humano a lo largo de la historia se ha enfrentado a diferentes situaciones y problemáticas que lo obligaron a descubrir, utilizar, diseñar e inventar nuevos conocimientos para poder afrontarlas. Hacia el año 1600 a.C. en el antiguo Egipto, a pesar de ya contar con diversos conocimientos matemáticos fundamentales como los sistemas de numeración, la suma, la resta y la multiplicación, los matemáticos identificaron que hacía falta un nuevo símbolo que les permitiera expresar particiones. Esta necesidad dio origen a la división.

Sin embargo, los egipcios se percataron de un nuevo problema, gran parte de las divisiones obtenían resultados que no podían expresarse con números naturales. Por ello, fue necesario emplear nuevos números que permitieran expresar partes de un todo o total, aludiendo de esta manera a los números racionales. En este sentido, los números racionales "son todos los números que pueden representarse como el cociente de dos números enteros" (Oteyza de Oteyza, E., 2003), los cuales se clasifican en: decimales y fracciones.

Las fracciones o números fraccionarios, son la mejor representación de un número racional, pues, a diferencia de los decimales, con solo observar sus elementos (denominador y numerador) podemos identificar cuál número es el divisor y el dividendo. Además, su estructura facilita aproximar o estimar resultados, por ejemplo, al observar una fracción puedes determinar si un resultado es mayor o menor a uno, cuál se acerca más al cero, o bien, cuál da como resultado un número entero. Esto debido a la estructura que tienen y sus respectivas clasificaciones de fracciones propias, impropias, unitarias y mixtas.

Las fracciones están presentes en diversos contextos y son utilizadas por todas las personas en su vida diaria, ya sea de manera explícita o implícita, para: repartir alimentos; fragmentar objetos; realizar operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división); expresar unidades de medida y magnitudes (el tiempo, los litros, los kilogramos, los metros, los kilómetros, etc.); e inclusive para señalar razones y proporciones. Resulta imposible no interactuar con las fracciones, debido a que, además de todas sus funciones, también están presentes en nuestro lenguaje cotidiano.

Por tales razones, el aprendizaje de los números fraccionarios es uno de los temas más importantes en educación primaria, tanto que se profundiza en su adquisición y desarrollo de manera gradual a lo largo de cuatro años (tercero, cuarto, quinto y sexto grado) y se continúa trabajando en otros niveles educativos.

Castro, E. y Rico, L. (2011), afirman que las fracciones son un aprendizaje indispensable del currículo escolar, las cuales son difíciles de aprender. Del mismo modo, Rojas N., y Flores, P. (2011), destacan que el aprendizaje de estos números conlleva una serie de errores y dificultades, las cuales deben ser identificadas y atendidas por el profesor para afrontarlas a través de su enseñanza.

En el contexto escolar, durante las prácticas profesionales realizadas durante el ciclo escolar 2021-2022, al observar e interactuar con los alumnos de sexto grado grupo "B" se percibió que presentaban dificultades al trabajar con diferentes contenidos relacionados con fracciones, por lo que se plantearon las siguientes preguntas: ¿Cuáles son las principales dificultades enfrentadas en el aprendizaje de fracciones por los estudiantes?, ¿Cuál es la perspectiva de los docentes sobre el aprendizaje de fracciones y sus dificultades?, ¿De qué manera se podrán abordar los contenidos temáticos sobre fracciones para mejorar el aprendizaje gradual de los estudiantes?

La presente tesis consta de cinco capítulos, a lo largo de los cuales se aborda la problemática identificada y se busca comprobar, o en su caso refutar, el supuesto planteado. El Capítulo I, titulado "Planteamiento del problema", comprende los antecedentes del problema, la justificación, el estado del arte, los objetivos, las preguntas de investigación, el supuesto y los beneficios de la investigación. Elementos que se construyeron a partir del desarrollo de las prácticas profesionales realizadas durante el 7° y 8° semestre de la Licenciatura en Educación Primaria, en la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz", ubicada en la comunidad de Totolmajac, Villa Guerrero, Estado de México.

El Capítulo II, corresponde al "Marco teórico" que da sustento al estudio y permite profundizar en la problemática identificada, recuperando las principales aportaciones de diferentes autores y teorías referentes al aprendizaje de fracciones y sus dificultades en educación primaria. Para ello, se trabajan dos temas principales, conformados por cinco subtemas, que proporcionan información relevante acerca del tema.

Por su parte, El Capítulo III "Marco metodológico" abarca todo lo relativo al tipo de investigación, el método, la selección del universo, la muestra, las técnicas e instrumentos implementados, y el procesamiento de la información. A grandes rasgos, la presente investigación corresponde al tipo cualitativo y utilizó el método etnográfico, por lo que se apoyó principalmente de entrevistas y del análisis documental para recopilar información. La muestra seleccionada fue un grupo de 25 estudiantes de sexto grado.

El Capítulo IV, titulado "Análisis e interpretación de información" muestra la descripción, análisis e interpretación de los resultados obtenidos de la investigación, derivados de los instrumentos aplicados a alumnos y docentes, para finalmente concretar la información obtenida en la discusión y triangulación de las categorías principales. Lo cual permitió destacar las evidencias significativas encontradas en relación a las debilidades, fortalezas y áreas de oportunidad de los estudiantes en el aprendizaje de fracciones.

A su vez, el Capítulo V, llamado "Conclusiones y recomendaciones", contiene los resultados finales que dan respuesta a las preguntas que guiaron la

investigación. Los cuales han sido analizados y reflexionados de manera sistemática en relación a la información obtenida en el capítulo anterior y el sustento teórico. Además, se presentan algunas recomendaciones, sugerencias y futuras líneas de investigación que serán de utilidad para maestros, alumnos e investigadores educativos interesados en afrontar las dificultades en el aprendizaje de fracciones.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La educación primaria es un pilar clave para el desarrollo personal, académico y social de los estudiantes. A lo largo de seis años, se trabajan diversos contenidos indispensables establecidos por la Secretaría de Educación Pública (SEP), los cuales suelen ajustarse o modificarse por las reformas educativas del gobierno nacional, que buscan desarrollar en los estudiantes una serie de aprendizajes, habilidades, actitudes y aptitudes para la formación de personas capaces de superar con éxito los desafíos y exigencias actuales.

Estos contenidos esenciales para el desarrollo de los estudiantes, en muchas ocasiones suelen ser graduales y complementarios, por lo que, además de trabajarse a lo largo de la primaria, también son retomados en la secundaria, en la preparatoria e incluso en la universidad. Entre estos aprendizajes fundamentales, se encuentra el de fracciones.

Las fracciones están presentes en muchos contextos e incluso en el lenguaje cotidiano. Son utilizadas para dar la hora, para dividir y repartir, para medir y expresar cantidades y magnitudes, etc. Las fracciones son parte de nuestra vida diaria. No obstante, muchos alumnos enfrentan diferentes dificultades para comprenderlas en el contexto escolar.

El aprendizaje de fracciones, corresponde al eje temático: Sentido numérico y pensamiento algebraico, del Plan y Programa de Estudios 2011, y es uno de los contenidos temáticos que más se trabaja a lo largo de la educación primaria. Abarcándose formalmente en el currículo desde tercer grado, aumentando su dificultad de manera gradual hasta sexto grado.

A lo largo de la última década, diversos investigadores educativos como: Valdemoros, M. (2010), Fazio, L., y Siegler, R. (2010), Salazar, M., Martinic, S., y Maz, A. (2011), Castro, E., y Rico, L. (2011), Rojas, N., y Flores, P. (2011), Méndez, D., y Peña, P. (2011), Valencia, I. (2013), Butto, C. (2013), Capilla, R. (2016), Reséndiz, E., y González, C. (2018), entre otros, coinciden que, dentro de los contenidos curriculares escolares, las fracciones han sido y son uno de los temas que más problemas presenta tanto en su enseñanza como en su aprendizaje en educación básica.

Linares y Sánchez (2000), afirman que:

La enseñanza y el aprendizaje de las fracciones requieren una especial atención, no sólo por el hecho que estén presentes en el currículo escolar, sino que su aprendizaje está condicionado a la variedad de estructuras cognitivas a las que diferentes interpretaciones de las fracciones están conectadas. (Como se citó en Salazar, M., et al., 2011, p. 34)

Por tal motivo, resulta imprescindible conocer las principales dificultades y problemáticas enfrentadas durante el aprendizaje de las fracciones en educación primaria para mejorar el proceso educativo a través de la intervención docente.

Una de las razones para realizar la presente investigación, es por las experiencias obtenidas a lo largo de la formación académica en la Escuela Normal de Coatepec Harinas. En el segundo semestre del Plan de Estudios 2018 de la Licenciatura en Educación Primaria se trabajó el curso: Aritmética. Números Decimales y Fracciones, durante el cual se observaron diferentes situaciones donde los docentes en formación mostramos dificultad para la resolución de problemas de estos números. Lo cual afectaba la práctica docente, debido a que se perjudicaba el diseño de secuencias didácticas y la implementación de materiales concretas para favorecer el aprendizaje.

Respecto a lo anterior, Fazio, L., y Siegler, R. (2010), mencionan que:

Comprender fracciones es una de las más importantes habilidades que deben desarrollarse en el plan de estudios de matemática y es esencial para comprender el álgebra, la geometría y otras áreas de la matemática. Sin embargo, las fracciones han demostrado ser muy difíciles de entender para la mayoría de estudiantes del mundo. (p. 3)

Asimismo, durante las prácticas profesionales realizadas en la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz", durante el ciclo escolar 2021-2022, se observó que los estudiantes de sexto grado mostraban dificultades con el aprendizaje de diferentes contenidos temáticos sobre fracciones. Dichas dificultades, no solo correspondían al grado actual, sino también aprendizajes indispensables de grados anteriores (tercero, cuarto y quinto), que tampoco eran dominados. Imposibilitando el aprendizaje de nuevos contenidos que exigen determinados conocimientos previos.

Las dificultades de los estudiantes con las fracciones usualmente derivan de una falta de comprensión conceptual. Muchos estudiantes ven a las fracciones como símbolos sin sentido o miran el numerador y denominador como números separados, en lugar de comprenderlos como un todo unificado. (Fazio, L., y Siegler, R., 2010, p. 7)

Atender una correcta conceptualización es imprescindible para el logro gradual y consecutivo de los aprendizajes esperados planteados en los programas de estudios.

Cabe resaltar que los estudiantes inscritos en sexto grado vienen de más de un año de confinamiento y trabajando a distancia debido a la pandemia, provocada por el Covid-19. Aunado a las dificultades sociales, económicas y de salud enfrentadas, muchos de los contenidos abarcados durante ese período no fueron aprendidos de la mejor manera. Incidiendo directamente en el desempeño académico tras el regreso a clases presenciales.

De acuerdo con el Instituto Mexicano para la Competitividad (2021): "La evidencia más reciente muestra que durante la pandemia los mexicanos perdieron, en promedio, aprendizajes equivalentes a dos años de escolaridad" (párrafo 1). El retroceso en el logro de los aprendizajes por efectos de la pandemia son un nuevo reto que maestros y alumnos deben afrontar para lograr de manera satisfactoria los propósitos escolares. Sí las dificultades de los estudiantes no son atendidas, será imposible avanzar con los contenidos curriculares del grado actual, e inclusive influirá en el logro académico en otros niveles escolares.

El objetivo central de educación tras la pandemia debe ser recuperar los aprendizajes fundamentales del grado escolar para disminuir el rezago educativo y evitar la deserción escolar. Las fracciones son un tema indispensable para el logro escolar, por lo que atender sus dificultades es una verdadera necesidad.

Resulta preciso que el docente identifique las principales dificultades durante el aprendizaje de fracciones a partir de los conocimientos previos de los estudiantes y del análisis de los resultados de las evaluaciones. Así como reflexionar sobre las principales fortalezas y dificultades observadas en el aula durante su aprendizaje, y a partir del análisis de las dificultades presentadas, la identificación de las áreas de oportunidad y la revisión de diversos referentes teóricos, se pueda incidir positivamente en la mejora de los procesos educativos.

1.2 JUSTIFICACIÓN

Las exigencias y retos actuales son cada día mayores y más complejas, en todo sentido. Quedando atrás la escuela cuya única misión fundamental es la enseñanza de contenidos básicos, así como la socialización moral y ciudadana de las personas. Actualmente, la escuela

pretende formar estudiantes con "habilidades que les permitan crear y seleccionar información, tengan autonomía, capacidad de resolver problemas; una educación que atienda a la diversidad de conocimientos y valores, que forme para la participación e inserción en la sociedad" (Alliaud, A., y Antelo, E., 2011, pp. 146-147).

Las fracciones se encuentran inmersas a lo largo de la educación, en sus diferentes niveles educativos, y en innumerables situaciones cotidianas que exigen a las personas una serie de conocimientos básicos para poder desarrollarse plenamente. Por tal motivo, el dominio de las fracciones es una habilidad indispensable para el desarrollo personal del estudiante, pues su aprendizaje permite un mejor desenvolvimiento, participación y resolución de problemas en diferentes contextos, tanto sociales como escolares.

Las fracciones tienen multiplicidad de aplicaciones en diferentes contextos de la vida real. Sin embargo, a nivel educativo y según las últimas investigaciones relacionadas con este tema, los estudiantes de Educación Primaria no logran realizar exitosamente las operaciones con fracciones y, en relación con la resolución de problemas, presentan dificultades relacionadas con la comprensión, traducción de datos y deducción general del problema. (Valencia, I., 2013, p. 2)

El aprendizaje de fracciones, y sus operaciones aritméticas, son indispensables para la vida diaria de los estudiantes, pues todos los días se enfrentan a situaciones de reparto, equivalencias, divisiones, medidas y cantidades fraccionarias, e incluso en las expresiones orales y textuales cotidianas.

Los conocimientos y habilidades relacionadas con los números fraccionarios pueden ayudar a los estudiantes a desenvolverse y enfrentar de mejor manera los problemas diarios y desafíos actuales, pues: "Las fracciones son importantes en el currículo escolar obligatorio, su importancia radica

fundamentalmente en la capacidad de desarrollar una gran diversidad de competencias cognitivas en los sujetos en edad escolar" (Streefland, 1991 como se citó en Salazar, M., et al., 2011, p. 41).

De tal manera, que el aprendizaje de fracciones resulta indispensable para el desarrollo académico, social y personal de los estudiantes, al ser un conocimiento matemático promueve el desarrollo cognitivo, tiene utilidad práctica y puede ser aplicado para la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Las fracciones constituyen uno de los aprendizajes indispensables que se estipulan dentro de los propósitos del estudio de las Matemáticas en educación primaria de sexto grado. La SEP (2011), sostiene que los estudiantes: "Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números naturales, así como la suma y resta con números fraccionarios y decimales para resolver problemas aditivos y multiplicativos" (p. 62).

De la misma forma, la enseñanza de fracciones contribuye al desarrollo de la *Competencia Matemática*, la cual favorece la adquisición de diferentes conocimientos y habilidades indispensables para construir nuevos conocimientos, resolver problemas de manera autónoma, buscar soluciones creativas, comunicar información matemática, manejar diferentes técnicas y validar resultados (SEP, 2011).

La enseñanza de fracciones no puede limitarse a la tradicional relación partetodo, debe fortalecerse mediante el diseño e implementación de propuestas didácticas creativas, las cuales partan de situaciones reales y se apoyen materiales concretos sencillos y cargados de sentido para el alumno, pues "la diversidad fenomenológica con la que sean tratadas las fracciones resultará en la riqueza final del aprendizaje" (Streefland, 1991 como se citó en Valdemoros, M., 2010, p. 426). Por tanto, el aprendizaje de fracciones no solo puede verse afectado por las dificultades que enfrentan los estudiantes, sino también por las deficiencias didácticas y pedagógicas de los docentes, pues estos en muchas ocasiones caen en prácticas tradicionales que ignoran las necesidades del grupo.

Valdemoros, M. (2010), afirma que la enseñanza mecanizada y tradicionalista, limitada al seguimiento de un *itinerario didáctico*, como los libros de texto y las guías del maestro, resultan repetitivas o incluso ajenas por las características y necesidades del grupo. Restringiendo el aprendizaje de fracciones a lo establecido en los programas de estudio, quitando la oportunidad de innovar y contextualizar los contenidos con diversos recursos didácticos, que vayan más allá de los libros de texto, y favorezcan al aprendizaje significativo de los estudiantes.

Si bien, lo estipulado en los planes y programas de estudio se debe cumplir, más que itinerarios que se deben seguir al pie de la letra, son una guía que orientan la práctica docente hacia el logro de determinados objetivos. Los cuales pueden abarcarse de diferentes maneras según lo decida el propio docente para incidir positivamente en el aprendizaje del grupo.

Tal como lo señala la SEP (2017):

Ayudar a los alumnos a aprender matemáticas resulta extraño para muchos maestros identificados con la idea de que su papel es enseñar, en el sentido de transmitir información. Sin embargo, es importante intentarlo, pues abre el camino a un cambio radical en el ambiente del salón de clases: los alumnos piensan, comentan, discuten con interés y aprenden, y el maestro revalora su trabajo docente. (p. 224)

Sin duda alguna, una de las mejores maneras de apoyar a los estudiantes es conociendo e identificando dificultades y deficiencias que enfrentan durante el aprendizaje de fracciones, lo cual brinda enormes posibilidades de replantear las actividades, incorporar nuevos materiales y estrategias didácticas, retroalimentar contenidos específicos, entre otras. Las cuales atiendan las necesidades del grupo y contribuyan a mejorar el aprendizaje de todas y todos los alumnos.

1.3 ESTADO DEL ARTE

De acuerdo con Bojacá Acosta (2004), el estado del arte "es un tipo de evaluación descriptiva; evaluación seria, sistematizada y consistente. Supone el revivir de una mínima parte de la memoria científica de la humanidad en aquel campo dentro del cual enmarcamos nuestro proyecto investigativo" (como se citó en Gómez Vargas, et al., 2015).

Esta estrategia tiene un enfoque hermenéutico, pues permite recopilar e interpretar material bibliográfico de diferentes fuentes para conocer qué se ha estudiado, o bien, en qué no se ha profundizado, a nivel nacional e internacional. Así como los principales referentes teóricos, las metodologías utilizadas, las problemáticas identificadas, los resultados y conclusiones obtenidas en los últimos diez años sobre el objeto de estudio.

El artículo "Avances de una Investigación sobre los Modelos, Representaciones y Recursos Utilizados por Profesores de Primaria para las Fracciones", elaborado por Marta Cecilia Salazar, Sergio Martinic y Alexander Maz en 2011, presenta una investigación sobre las estrategias didácticas utilizadas para la enseñanza de fracciones por profesores de quinto grado de primaria en Chile.

La muestra seleccionada es intencional y por conveniencia. Fue constituida por un total de 17 docentes de 5º año de Educación General Básica pertenecientes a diversas regiones a lo largo de todo Chile.

El trabajo tiene por objetivo general determinar los significados que ponen de manifiesto los profesores de quinto grado, cuando enseñan contenidos relacionados con las fracciones. Por lo que, la investigación fue realizada bajo un enfoque cualitativo, utilizando como método la investigación descriptiva y exploratoria. Teniendo como principal instrumento el registro de observación.

El marco teórico de la investigación retoma principalmente a diversos autores que han estudiado las dificultades, tanto en la enseñanza como en el aprendizaje, de los contenidos curriculares de fracciones (Llinares y Sánchez, 2000; Kieren, 1985, 1988, 1993; Freudenthal, 1983, 2001; Ríos, 2007).

De acuerdo con Salazar, M., et al. (2011):

El aprendizaje de las fracciones bajo un solo constructo, no solo impide que los estudiantes construyan el concepto de fracción como un número racional, sino que los maestros o docentes piensan que el escolar sí ha sido capaz de desarrollar el concepto, bajo la concepción parte-todo, incluso ha establecido relaciones equivalencia y orden, operaciones –significado y algoritmos, lo que puede llegar a concluir que el estudiante está capacitado para trasladar dicha comprensión y destreza a interpretaciones y contextos diferentes. (p. 43)

En este sentido, el artículo te invita a reflexionar como la influencia de los recursos utilizados y la falta de conocimientos docentes obstaculizan el aprendizaje de fracciones por parte de los estudiantes. Siendo la representación parte-todo la más utilizada por los docentes para explicar el concepto de fracción, limitándola a la división y sombreado de figuras geométricas, ignorando por completo su valor numérico.

La Universidad de Granada en 2011 publicó el artículo: "Significados de las Fracciones Evidenciados por Maestros en Formación Inicial", elaborado por

Elena Castro y Luis Rico. El cual tiene como finalidad estudiar los significados de las fracciones que tienen los maestros en formación inicial, cuando comienzan sus estudios.

La investigación fue realizada bajo el enfoque cualitativo y la metodología descriptiva, basada en el método de encuesta con la utilización de un cuestionario de respuesta abierta como instrumento para la recogida de datos. La muestra fue intencional por disponibilidad, y estuvo conformada por 358 estudiantes de magisterio de primer año de la Universidad de Granada.

El trabajo se encuentra principalmente sustentado por la perspectiva teórica sobre el conocimiento de los profesores y las categorías de conocimiento (Shulman, 1987), la estructura conceptual (Marker, 2000), los sistemas de representación (Rico, 1997) y el análisis fenomenológico (Freudenthal, 1983).

Es por ello que, uno de los principales aspectos del estudio es el significado de conocimiento matemático, el cual atiende a tres componentes: "estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología, que dan expresión en cada caso al sentido, el signo y la referencia del concepto en estudio" (Castro, E., y Rico, L., 2011).

De acuerdo con esto, para considerar los saberes de fracciones como un conocimiento matemático los estudiantes no solo deben comprender sus definiciones, elementos y propiedades, sino que también las diversas formas de representación y ser capaces de relacionar los conceptos y estructuras con su vida cotidiana para poder dotarlas de significado.

Las fracciones son un contenido básico permanente en el currículo de matemáticas en Educación Primaria. Estudiar el conocimiento de los maestros en formación inicial sobre este tema es de gran importancia ya que las fracciones son ciertamente difíciles de aprender y enseñar (Castro, E. y Rico, L., 2011, p. 50).

Ante esta problemática, la investigación analiza información recabada de una encuesta, enfatizando en las siguientes indicaciones: explica verbalmente qué entiendes por fraccionar, haz un dibujo que muestre qué es fraccionar e inventa enunciados o describe situaciones distintas que te sugieran las ilustraciones.

Castro, E. y Rico, L. (2011, pp. 53-55), obtienen las siguientes conclusiones:

- La idea de fracción está asociada principalmente a la idea de dividir, siguiendo una secuencia progresiva de subcategorías según la precisión de las respuestas.
- La principal forma de representación es dibujar una única figura, ya sea un círculo o un rectángulo divididos en partes iguales.
- La principal forma de describir enunciados referentes a fracciones corresponde a situaciones personales, es decir, relacionadas con actividades diarias.

El artículo: "El Análisis Didáctico como una Herramienta para Identificar los Dominios de Conocimiento Matemático para la Enseñanza de las Fracciones", realizado por Nielka Rojas y Pablo Flores en 2011, tiene por objetivo estudiar qué conocimientos pone en juego un profesor de educación primaria, al enseñar el concepto matemático escolar de las fracciones, a estudiantes de 9 y 10 años de edad.

El trabajo retoma principalmente las bases teóricas del conocimiento matemático para la enseñanza (Ball, 2000) y los fundamentos matemáticos-didácticos, referentes a las fracciones (Shulman, 1986; Rico, 1997; y Llinares y Sánchez, 1988).

La investigación fue realizada bajo el enfoque cualitativo y la metodología descriptiva y exploratoria, por lo que se apoya del análisis didáctico de grabaciones. Evidenciando la forma en que el análisis didáctico de las

fracciones sirve como herramienta para identificar distintos tipos de conocimientos revelados en un proceso de enseñanza- aprendizaje.

En este entendido, el análisis didáctico es definido como "una perspectiva teórica que relaciona aspectos conceptuales con reflexiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de los números racionales" (Rojas, N. y Flores, P., 2011, p. 17). A través del cual se pueden identificar los dominios docentes, y bajo este análisis identificar debilidades y fortalezas.

Rojas, N. y Flores, P. (2011), resalta que:

El proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones conlleva a una serie de errores y dificultades. Por lo cual, el profesor debe ser consciente que los estudiantes pueden presentar errores y dificultades al abordar un contenido, lo que obliga al profesor ser conocedor de ellos con objeto de afrontarlos en su enseñanza. (p. 23)

La investigación muestra como resultado que el análisis didáctico permite establecer explicaciones sobre la acción docente y, a su vez identificar el conocimiento matemático para la enseñanza que un profesor de educación primaria pone en juego al momento de enseñar el contenido de las fracciones.

El artículo: "Dificultades Experimentadas por el Maestro de Primaria en la Enseñanza de Fracciones", presentado en la Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, realizado por Marta Elena Valdemoros Álvarez en 2010, tiene como objetivo analizar cómo una profesora de quinto grado de una escuela primaria en México abordó el tratamiento de las fracciones, cuáles fueron las dificultades de enseñanza experimentadas en la práctica docente y sobre qué bases estructuró la planeación de ese proceso de instrucción.

El marco teórico utilizado por el artículo corresponde principalmente a las aportaciones de Freudenthal (1983), respecto a la diversidad fenomenológica

del concepto de fracción y los modelos didácticos para la enseñanza de fracciones, y de Streefland (1991), sobre la didáctica de las fracciones.

La investigación fue realizada bajo un enfoque cualitativo y metodología descriptiva, teniendo como principales técnicas para recolectar información la observación y la entrevista. Lo cual permitió conocer de manera particular los conflictos didácticos inmersos en la práctica de la docente de primaria.

Entre los principales conflictos didácticos identificados en la práctica de la docente destaca la notable dependencia que ella desarrolló con respecto al uso de los auxiliares didácticos de la SEP, como el libro de texto, el libro para el maestro y los ficheros. Poniendo en manifiesto la falta de didáctica por parte de la maestra, pues carece de estrategias autónomas para la enseñanza de fracciones.

La falta de una didáctica para el aprendizaje de fracciones provoca una enseñanza mecanizada y tradicionalista, limitada al seguimiento de "un itinerario didáctico", que resulta ajeno porque fue pensado y fijado por otros" (Valdemoros, M., 2010, p. 432).

Otra dificultad expuesta, es a pesar de que la docente considerará ciertas actividades incongruentes y mal diseñadas para los estudiantes, nunca mostró iniciativa por proponer unas nuevas o adaptarlas. De igual manera, cuando se presentaba alguna duda con el contenido, prefería saltarlo porque no era capaz de esclarecerlo.

Finalmente, la investigación muestra el cambio pedagógico de la docente después de diversas etapas de trabajo, en las que destacan el uso de la planeación didáctica para esclarecer el propio papel docente y como guía de instrucción. La planeación y diseño de estrategias concretas permitió superar las dificultades y facilitar el proceso de intervención. Asimismo, se destaca que: "Tales logros fueron posibles a partir de un cuidadoso seguimiento de la

literatura especializada en fracciones y de una continua reflexión crítica en torno a su práctica docente" (Valdemoros, M., 2010, p. 423).

En 2011, Delia Mera Méndez y Patricia Peña realizaron el informe de investigación: "Efectos de la Aplicación de Estrategias Metacognitivas en el Rendimiento de los Estudiantes de 5to Grado al Realizar Operaciones con Números Racionales". El cual tiene como objeto de estudio la aplicación de estrategias metacognitivas en el rendimiento de estudiantes al trabajar con fracciones.

El principal objetivo de esta investigación es determinar los efectos de un programa de entrenamiento en estrategias metacognitivas sobre operaciones con fracciones, en dos grupos de 40 alumnos de quinto grado de primaria en Venezuela.

La investigación fue realizada bajo un enfoque mixto: cualitativo y cuantitativo, a través una metodología exploratoria. Se utilizaron dos test, uno en la etapa inicial, sobre conocimientos previos acerca de la ejecución de estrategias metacognitivas, y otro en la etapa final, para verificar el rendimiento de los estudiantes al efectuar operaciones con fracciones.

Los principales referentes teóricos utilizados para sustentar la investigación son: el inventario de estrategias metacognitivas (Panaoura y Philippou, 2003) y los elementos teóricos del aprendizaje de fracciones (Kieren, 1981; Behr, Lesh, Post y Silver,1983).

Respecto al aprendizaje de fracciones, la investigación abarca los siguientes contenidos en diferentes sesiones:

- Definición de fracción y su representación gráfica.
- Clasificación de fracciones.
- Determinación de fracciones equivalentes mediante la representación gráfica y el método de productos cruzados.

- Determinación de fracciones equivalentes a la unidad y a números naturales por simplificación y amplificación.
- Establecimiento de relaciones "mayor que", "menor que" e "igual a" al comparar fracciones con números naturales y entre fracciones con igual y diferente denominador.
- Realización de adiciones y sustracciones de fracciones con igual y diferente denominador.

A lo largo de cada sesión se aplicaron estrategias metacognitivas, las cuales favorecieron la autonomía de los estudiantes para realizar las actividades y ejercicios sobre fracciones. Además, permitieron la evaluación y reflexión de las debilidades presentadas en el aprendizaje de fracciones por los propios alumnos. Por lo que "la ejecución de estrategias metacognitivas permite seguir ampliando el conocimiento a medida que se ven nuevos contenidos, los cuales se relacionan con los conocimientos previos y se establecen nuevas correspondencias permitiendo la consolidación del aprendizaje" (Méndez, D. y Peña, P., 2011, p. 327).

De este modo, se logró determinar que el empleo de estrategias metacognitivas por parte de los alumnos de quinto grado de Educación Básica, contribuye a mejorar significativamente los niveles de rendimiento en las operaciones con fracciones.

El informe de investigación: "El Aprendizaje de Fracciones en Educación Primaria: Una Propuesta de Enseñanza en Dos Ambientes", realizado por Cristianne Butto Zarzar en 2013, tiene por objetivo describir las dificultades que los alumnos tenían en el aprendizaje de las fracciones, diseñar y aplicar una secuencia didáctica que tomó en consideración tanto aspectos matemáticos como cognitivos; y verificar la evolución de las nociones matemáticas.

Este estudio cualitativo realizado en México tiene como tema central el aprendizaje de las fracciones con estudiantes de 6º grado de primaria en dos ambientes: lápiz y papel y recursos interactivos. Dicha investigación fue realizada principalmente de cuestionarios y entrevistas clínicas a 26 alumnos de entre 10 y 12 años.

El marco teórico de la investigación se fundamenta principalmente en las aportaciones de Kieren (1993) sobre el aprendizaje de números racionales y el esquema conceptual para poder comprender fracciones.

Respecto al concepto de fracción, Butto Zarzar (2013) menciona que:

Está presente en los más diversos contextos de uso. En el contexto escolar, fracción hace parte del currículo de educación básica. Se observa, que a pesar de que la mayoría de los estudiantes pasan un tiempo razonable de instrucción escolar, continúan enfrentando problemas con ese concepto matemático. (p. 2)

En educación primaria el concepto de fracción es abarcado como una partición; como la representación de la conjugación de dos acciones: dividir y tomar. En dicho abordaje, son representadas en la escuela usualmente por pizzas, pasteles y figuras geométricas que acaban reduciendo las ideas que involucran el referido concepto (Butto Zarzar, 2013).

En consecuencia, los estudiantes se acostumbran a la idea de que las partes (numerador) siempre serán menores que el todo (denominador), por lo que al enfrentarse a una situación donde el todo no es demasiado claro sufren dificultades para el reparto, como lo es con las fracciones impropias, donde las divisiones superan al entero.

Bajo este análisis, el estudio revela que la transición de los números enteros para los números fraccionarios: "es un proceso lento, que requiere de la compresión de los diversos subconstructos involucrados en el campo conceptual de los números racionales" (Butto Zarzar, 2013, p. 44).

Por lo cual, resulta fundamental conocer en qué nivel de adquisición de conocimientos sobre fracciones (Modelo Matemático de Kieren) en que se encuentran los estudiantes para poder partir de ellos diseñar estrategias y actividades didácticas para hacerlos subir de nivel.

Por último, la investigación concluye que:

Es importante diversificar los soportes de representación y las diferentes representaciones de un mismo concepto matemático, con el objetivo de que los estudiantes desarrollen ideas conceptualmente más elaboradas para que puedan acceder a ideas más poderosas dentro de las matemáticas escolares. (Butto Zarzar, 2013, p. 44)

La Academia Internacional de Educación (IAE), publicó el artículo: "Enseñanza de las Fracciones", escrito por Lisa Fazio y Robert Siegler en 2010, que tiene por tema central las actividades en el aula y estrategias de enseñanza enfocadas a mejorar la comprensión conceptual de fracciones de los estudiantes.

Esta investigación documental tiene por objetivo ofrecer sugerencias para profesores y educadores que buscan mejorar la instrucción de fracciones en sus aulas o escuelas. De manera que, se proporcione a los profesores información útil acerca de cómo facilitar la comprensión conceptual de fracciones de sus estudiantes (Fazio, L., y Siegler, R., 2010).

Las recomendaciones plasmadas en la investigación tienen como base el conocimiento conceptual de las fracciones. Es por ello, que los autores resaltan constantemente la importancia de dicho aprendizaje conceptual, pues a partir de él los estudiantes pueden comprender y relacionar de manera eficaz nuevos conocimientos sobre las fracciones.

El sustento teórico de esta investigación se encuentra principalmente en las recomendaciones de Siegler, R., et al. (2010), en su publicación: "Desarrollando la instrucción efectiva de fracciones. Una guía práctica".

Donde se incluyen una variedad de actividades en el aula y estrategias de enseñanza, todas ellas enfocadas a mejorar la comprensión conceptual de fracciones por parte del estudiante.

Por su parte, Fazio, L., y Siegler, R. (2010) definen el conocimiento conceptual de fracciones como:

El conocimiento del concepto de fracciones, sus magnitudes en relación con las cantidades físicas y la comprensión de los procedimientos aritméticos con fracciones que están justificados de forma matemática y por qué producen las respuestas obtenidas. (p.6)

Bajo esta concepción, el conocimiento conceptual de fracciones va más allá de la memorización del concepto y de los procedimientos aritméticos, sino que implica la capacidad de comprender y explicar por qué de los resultados.

Finalmente, la investigación concluye que:

Es importante tener en cuenta que las fracciones son un tema difícil. Aún tras la exposición de recomendaciones contenidas en este folleto, los estudiantes no lograrán comprender de forma inmediata lo que son las fracciones y cómo difieren de los números enteros. Sin embargo, con aplicaciones repetidas de la idea y diversos ejemplos, estas recomendaciones mejoran la comprensión del estudiante en cuanto a fracciones. (Fazio, L., y Siegler, R., 2010, p.23)

Al fortalecer la comprensión conceptual, los maestros pueden favorecer el aprendizaje de los estudiantes, pues este aprendizaje les ayuda a entender que las operaciones con fracciones son un procedimiento significativo y no solo una serie de pasos. "La comprensión conceptual es difícil de adquirir, pero es vital para asegurar una comprensión profunda y duradera de fracciones y fracciones aritméticas" (Fazio, L., y Siegler, R., 2010, p. 23).

El artículo "Enseñanza y Aprendizaje de las Fracciones en un Contexto Real Basado en la Resolución de Problemas", fue escrito por Irving Alfredo Valencia Zambrano en 2013, tiene como propósito la elaboración e implementación de actividades basadas en la resolución de problemas, para estudiantes de primer año de Educación Media General en Venezuela.

Dicho trabajo fue realizado bajo una metodología cualitativa, por lo que el método utilizado es el de investigación acción. A través del cual, se tiene por objetivo generar experiencias de enseñanza y aprendizaje de las fracciones en un contexto real, basado en la resolución de problemas.

El marco teórico de la investigación aborda principalmente la propuesta constructivista para la enseñanza-aprendizaje de fracciones (Flores, R., 1994), las matemáticas centradas en la resolución de problemas (Gonzáles, F., 2004) y los principios de la matemática realista (Goffree, F., 2000).

Valencia, I. (2013), afirma que:

Las fracciones tienen multiplicidad de aplicaciones en diferentes contextos de la vida real. Sin embargo, a nivel educativo y según las últimas investigaciones relacionadas con este tema, los estudiantes de Educación Primaria no logran realizar exitosamente las operaciones con fracciones y, en relación con la resolución de problemas, presentan dificultades relacionadas con la comprensión, traducción de datos y deducción general del problema.

Ante estas dificultades, surge la necesidad del profesor por planificar y ejecutar acciones en el aula que favorezcan la enseñanza de fracciones a través de situaciones problemáticas cotidianas, reales, prácticas y útiles.

La investigación obtiene como conclusión que:

Con la generación de estas actividades se consiguió, no sólo reorientar la praxis educativa del docente, sino también mejorar el

desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas vinculados al contenido matemático y con el contexto real. (Valencia, I., 2013)

En este sentido, los resultados obtenidos en las aplicaciones de problemas con fracciones basadas en un contexto real fueron satisfactorios, pues es una manera óptima y eficaz de favorecer el aprendizaje de los estudiantes. La matemática realista presentada en la investigación "permitió que los estudiantes se identificaran con algunos problemas, acercándolos a la realidad social y permitiendo trabajar contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, aportando así una mejor comprensión e interpretación de dichos problemas" (Valencia, I., 2013).

Rubicel Manuel Capilla publicó en 2016 el informe de investigación: "Habilidades Cognitivas y Aprendizaje Significativo de la Adición y Sustracción de Fracciones Comunes", el cual tiene como finalidad identificar la correlación y el impacto que existen entre la equivalencia, comparación y orden de fracciones (considerando a estos como habilidades cognitivas) y el aprendizaje significativo de la adición y sustracción de fracciones.

Esta investigación fue realizada bajo un enfoque cualitativo y un diseño cuasiexperimental, longitudinal y correlacional con una muestra, de tipo no probabilístico y criterial, conformada por 17 estudiantes de tercer grado de una telesecundaria ubicada en la comunidad indígena de Municipio de Charapan, Michoacán, México.

Los instrumentos utilizados fueron dos cuestionarios de indignación con preguntas cerradas con el fin de garantizar la confiabilidad de los resultados aplicados la preprueba y postprueba. Por su parte, en la fase intermedia se aplicó una secuencia de aprendizaje con la finalidad de desarrollar las habilidades cognitivas referidas a partir de actividades lúdicas y situaciones problema, así como el uso de recursos concretos y manipulables.

El trabajo realizado se encuentra principalmente fundamentado por la teoría cognitiva del aprendizaje significativo (Ausbel, Novak y Hanesian, 2009) y por la teoría del constructivismo (Pozo, 2006).

Respecto a las habilidades cognitivas: equivalencia, comparación y orden de fracciones comunes, Capilla, R. (2016), afirma que:

Estos procesos en conjunto actúan en la adquisición de sentido numérico de las fracciones comunes, por lo que es menester que el sujeto desarrolle los procesos generales, particulares y específicos, pues a partir de los mismos construirá conceptos, estructuras cognitivas, conocimientos y aprendizajes significativos relativos a la adición y sustracción de fracciones comunes. (p.55)

Capilla, R. (2016), obtiene las siguientes conclusiones:

- El desarrollo de habilidades cognitivas tales como comparar y ordenar es fundamental dado que las mismas permiten al sujeto la apropiación clara del sentido de magnitud o cantidad exacta que representa una fracción.
- Una vez que el sujeto desarrolló tales nociones y las comprendió, mostró capacidad para comparar y ordenar fracciones comunes, así como para establecer equivalencia entre estas en términos abstractos, comprendió el algoritmo tradicional para la solución de la adición y sustracción de fracciones comunes, es decir, que para realizar estas tareas prescindió del uso de recursos concretos.

En este sentido, la investigación demuestra que los resultados obtenidos revelan una fuerte correlación positiva entre las variables habilidad cognitiva y operaciones con fracciones, lo que supone que el desarrollo de las habilidades cognitivas cataliza positivamente el aprendizaje significativo de las operaciones matemáticas referidas y viceversa (Capilla, R., 2016, p. 60). Asimismo, se resalta la importancia de implementar actividades y recursos

didácticos concretos palpables y manejables dentro del aula para potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje.

La investigación realizada en el 2012 "La Visualización y el Aprendizaje Colaborativo en la Enseñanza de Fracciones", por Marco A. Pérez Carrasco, Elvira G. Rincón Flores y Ángeles Domínguez, tiene un enfoque cualitativo y metodología exploratoria. Los principales instrumentos utilizados fueron cuestionarios, test, guías de observación y entrevistas. La muestra fue conformada por una maestra y 18 alumnos de sexto grado de educación primaria en México.

El objetivo general de la investigación es valorar las estrategias de recuperación de los conocimientos previos, la visualización y el trabajo colaborativo en la construcción del concepto fracciones.

En ese entendido, la investigación se encuentra principalmente sustentada en el constructivismo, con la teoría del aprendizaje significativo (Ausubel, 1968; Ausubel, Novak y Hanesian, 1978; Novak, 1998) y la teoría del aprendizaje colaborativo (Johnson y Johnson, 1991; Slavin, 1990; y Ormrod, 2004).

Al inicio del experimento, Pérez, M., et al. (2012), comentan que:

La visión que los alumnos tenían sobre las fracciones se centró en la división de un entero en partes iguales. Al terminar el experimento, los mismos alumnos mostraron una visión más completa reconociendo su uso. Los participantes del estudio se fueron apropiando, de forma paulatina, de los aportes de las estrategias para el rescate de los conocimientos previos, la visualización y en trabajo colaborativo. (p. 721)

A partir de los resultados obtenidos en la implementación de las estrategias didácticas para la enseñanza de fracciones durante las cuatro fases, los autores señalan que:

Es posible concluir que los estudiantes construyeron el concepto fracciones en un sentido más amplio, ya que además de conceptualizarlas como las partes iguales que dividen a un entero, también desarrollaron habilidades y actitudes para reconocer situaciones de reparto, proporción, comparación y el empleo de sus aprendizajes en situaciones comunes y reales (como el empleo de las fracciones en las unidades del tiempo, peso, longitud y capacidad).

El informe revela que los alumnos identificaron a los números racionales en situaciones tales como: relación parte-todo de un entero, cociente, medida, y proporción. De esta manera, las estrategias de recuperación de los conocimientos previos, la visualización y el trabajo colaborativo favorecieron a que los alumnos construyeran el concepto de fracciones desde una perspectiva amplia.

El presente estado del arte permite observar que en la última década se han desarrollado diversas investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de fracciones en países como España, Venezuela, Chile y México. En las cuales destaca el uso de la investigación cualitativa con la metodología descriptiva y exploratoria. Sin embargo, son pocas las investigaciones que se centran en las problemáticas de los alumnos, y ninguna identifica los contenidos temáticos que representan mayor dificultad.

Las principales problemáticas abordadas son: el uso de estrategias didácticas; los significados de fracciones de alumnos y docentes; los efectos de estrategias cognitivas en el rendimiento de operaciones aritméticas con números fraccionarios; los conocimientos matemáticos necesarios de un profesor; y las dificultades enfrentadas en la enseñanza de fracciones.

La mayoría de las investigaciones se centran en realizar sugerencias a profesores que buscan mejorar la enseñanza de fracciones y son muy pocos los trabajos que giran en torno al aprendizaje de los alumnos. Por tal razón,

resulta una gran oportunidad profundizar en las fortalezas y debilidades de los estudiantes en el aprendizaje de fracciones e identificar los contenidos temáticos que presentan mayor grado de dificultad, y, de esta manera, contribuir con nuevas aportaciones que permitan mejorar los procesos educativos.

1.4 OBJETIVOS

"Un objetivo es definido como aquel tema claro y preciso que el investigador se plantea estudiarlo en términos cuantitativos o cualitativos" (Ríos, R., 2017). Es el qué, cómo y para qué de la investigación, tiene la función de señalar las perspectivas del investigador y lo que se pretende lograr.

A continuación, se plantea el objetivo general y los objetivos específicos que orientaron la investigación:

Objetivo General:

 Describir las principales dificultades enfrentadas en el aprendizaje de fracciones de los estudiantes de sexto grado, mediante la aplicación de instrumentos para reflexionar sobre la importancia de atender las necesidades y áreas de oportunidad del grupo.

Objetivos Específicos:

- Conocer la perspectiva de los docentes de la Escuela Primaria sobre el aprendizaje de fracciones y sus dificultades, a través de instrumentos para fortalecer los procesos de enseñanza.
- Organizar los contenidos temáticos sobre fracciones según sus niveles de complejidad, a partir de la consulta de referentes teóricos y de los resultados de los instrumentos para mejorar el aprendizaje gradual de los estudiantes.

1.5 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Christensen (2006), señala que: "Además de definir los objetivos de la investigación, es conveniente plantear por medio de una o varias preguntas el problema que se estudiará. Hacerlo en forma de preguntas tiene la ventaja de presentarlo de manera directa, lo cual minimiza la distorsión" (como se citó en Hernández-Sampieri, R., et. al, 2014, p. 38).

En seguida se muestran las preguntas que guiaron el estudio:

Pregunta Principal:

 ¿Cuáles son las principales dificultades enfrentadas en el aprendizaje de fracciones por los estudiantes de sexto grado?

Preguntas Secundarias:

- ¿Cuál es la perspectiva de los docentes de la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz" sobre el aprendizaje de fracciones y sus dificultades, así como los conocimientos didácticos implementados en los procesos de enseñanza?
- ¿De qué manera se podrán abordar los contenidos temáticos sobre fracciones para mejorar el aprendizaje gradual de los estudiantes?

1.6 SUPUESTO

Los supuestos aluden a la formulación de distintas suposiciones o predicciones previas a la investigación, las cuales parten de los conocimientos teóricos y empíricos del investigador sobre los posibles hallazgos o soluciones.

De acuerdo a Cortés M., e Iglesias M. (2004), un supuesto "Es una proposición de carácter afirmativo, en su gran mayoría, que el investigador

plantea con el propósito de llegar a explicar hechos o fenómenos que caracterizan o identifican el objeto del conocimiento" (p. 21).

Los supuestos de la presente investigación son los siguientes:

 Identificar las principales dificultades en el aprendizaje de fracciones del grupo permite reorientar la práctica docente para atender las necesidades y áreas de oportunidad de los estudiantes.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

El Marco Teórico "implica analizar teorías, investigaciones y antecedentes que se consideren válidos para el encuadre del estudio pues la búsqueda y sistematización de aquellas teorías precedentes pueden ayudar en el análisis del problema a investigar" (Ríos, R., 2017, p. 15).

Para lo cual resulta conveniente seccionar el tema de estudio: "Dificultades que Enfrentan los Alumnos de Sexto Grado en el Aprendizaje de Fracciones", en dos categorías:

- Las Fracciones y el Aprendizaje.
- Las Fracciones y sus Dificultades en Educación Primaria.

Para la construcción de la presente investigación, es indispensable analizar las bases teóricas establecidas por diferentes autores que aporten información significativa sobre el tema de estudio:

2.1 LAS FRACCIONES Y EL APRENDIZAJE

2.1.1 Didáctica de las Matemáticas

Etimológicamente la didáctica es definida como el arte de enseñar. Sin embargo, esta disciplina a lo largo de la historia ha tenido múltiples concepciones, Abreu O., et al. (2017), destaca las siguientes: conjunto de técnicas de enseñanza, teoría de la instrucción y de la enseñanza, teoría práctica, metodología de instrucción, metodología que estudia los métodos y procedimientos en las tareas de la enseñanza y del aprendizaje, etc. Todas

ellas relacionadas con la práctica docente, sus instrucciones, técnicas, estrategias y métodos utilizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Es importante reconocer que existe la didáctica general y las didácticas específicas, propias de cada campo de formación. Si bien comparten principios generales o comunes, es cierto que cada área tiene modos específicos de enseñanza y metodologías tradicionales propias de cada docente.

La didáctica de las matemáticas tiene como objeto de estudio: "el sistema didáctico formado por el docente, el alumno, el saber matemático. El determinismo de este objeto lo constituyen las distintas estrategias pedagógicas mediante las cuales la ciencia matemática se transforma en un objeto de conocimiento para el alumno" (Gutiérrez, L., 2009, p. 1).

De tal manera, la didáctica de las matemáticas estudia los procesos de enseñanza y aprendizaje de la asignatura, priorizando su atención en las estrategias docentes para situar, ejemplificar y contextualizar contenidos tan abstractos para volverlos significativos en la vida del estudiante. Por lo que, la relación docente, alumno y saber matemático son indispensables.

Por su parte, Chevallard (1997) menciona que:

El territorio de la didáctica de las matemáticas es inmenso, y los terrenos del didacta de las matemáticas se encuentran virtualmente en todas partes en el espacio social. Como ya hemos observado, ese territorio excede notablemente el terruño originalmente concedido: el de las enseñanzas escolares de las matemáticas; penetra el conjunto de los usos de las matemáticas; infiltra la infinidad de los espacios en los que el saber matemático es pertinente y se observa su manipulación. (Como se citó en Broitman, C., 2013)

Sin duda alguna, las matemáticas trascienden el contexto escolar y son de suma importancia para el desarrollo personal y social de los estudiantes, por lo que el maestro debe conocer diversas metodologías de trabajo para hacer útiles y prácticos los conocimientos matemáticos del plan de estudios para todo el alumnado, y de esta manera favorecer su desarrollo integral.

Un profesor didáctico orienta su quehacer hacia la enseñanza de todo a todos. De tal modo, que las clases se ejecuten con gran atractivo y agrado, sin molestias ni aburrimiento, enseñando con solidez, no superficialmente, no con meras palabras, para encaminar al discípulo al verdadero aprendizaje (Comenio, 1998 como se citó en Abreu O., et al., 2017).

Otro término que es muy común escuchar en el contexto escolar, y que se desprende de la didáctica, es el de "Estrategia didáctica", pero muy pocas veces se reflexiona sobre su significado. Por tal motivo, es importante reflexionar en los significados e implicaciones de dicho término.

Díaz Barriga, F., y Hernández Rojas, G. (2002), realizaron un análisis de diferentes definiciones de estrategia, del cual obtuvieron los siguientes puntos en común:

- Son procedimientos o secuencias de acciones.
- Son actividades conscientes y voluntarias.
- Pueden incluir varias técnicas, operaciones o actividades específicas.
- Persiguen un propósito determinado: el aprendizaje y la solución de problemas académicos y/o aquellos otros aspectos vinculados con ellos.
- Son más que los "hábitos de estudio" porque se realizan flexiblemente.
- Pueden ser abiertas (públicas) o encubiertas (privadas).
- Son instrumentos con cuya ayuda se potencian las actividades de aprendizaje y solución de problemas (Kozulin, 2000).
- Son instrumentos socioculturales aprendidos en contextos de interacción con alguien que sabe más (Belmont, 1989; Kozulin, 2000).

Por su parte, Díaz, F. (1998), define las estrategias didácticas como: "procedimientos y recursos que utiliza el docente para promover aprendizajes significativos, facilitando intencionalmente un procesamiento del contenido nuevo de manera más profunda y consciente" (p. 19).

Con base a estas afirmaciones, es posible establecer una definición más formal de estrategias didácticas, entendidas como una serie de conjunto de pasos o habilidades específicas de la enseñanza, actividades articuladas y recursos concretos, seleccionados de manera consciente para promover el aprendizaje de los estudiantes. Son utilizados para cumplir los objetivos referentes a los aprendizajes esperados, por lo que al ponerse en práctica se promueve el uso de conocimientos previos para la construcción de nuevos aprendizajes significativos y la participación de los estudiantes.

Las estrategias en general, comparten elementos en común que son considerados componentes fundamentales. Monereo, C. (1997), describe los siguientes:

- 1. Los participantes activos del proceso de enseñanza y aprendizaje: estudiante y docente.
- 2. El contenido a enseñar (conceptual, procedimental y actitudinal).
- 3. Las condiciones espacio-temporales o el ambiente de aprendizaje.
- 4. Las concepciones y actitudes del estudiante con respecto a su propio proceso de aprendizaje.
- 5. El factor tiempo.
- 6. Los conocimientos previos de los estudiantes.
- 7. La modalidad de trabajo que se emplee (ya sea individual, en pares o grupal).
- 8. El proceso de evaluación (ya sea diagnóstico, formativo o sumativo).

Las estrategias didácticas implican más que la selección de actividades, materiales y recursos, sino que también debe contemplar las relaciones maestro-alumnos, los ambientes favorables de aprendizaje, las características de los alumnos (cognitivas y conductuales), el tiempo para abordarla, la modalidad de trabajo y la forma en que será evaluada.

En síntesis, las estrategias didácticas son "una guía de acción que orienta en la obtención de los resultados que se pretenden con el proceso de aprendizaje, y da sentido y coordinación a todo lo que se hace para llegar al desarrollo de competencias en los estudiantes" (Luna, J., et al., 2015, p. 80).

2.1.2 Introducción a los Números Racionales

El ser humano a lo largo de la historia se ha enfrentado a diferentes situaciones que lo obligaron a utilizar, o incluso desarrollar, diferentes conocimientos para superarlas de manera exitosa. Uno de estos casos se remonta al antiguo Egipto hacia el 1600 a. C., donde a pesar de ya tener ciertos conocimientos matemáticos base, como sistemas de numeración que les permitían contar, sumar, restar y multiplicar principalmente, se identificaron algunas situaciones donde se necesitaba la implementación de un nuevo símbolo.

Algunos de estos problemas están relacionados con divisiones entre cierto número de partes iguales. Por ejemplo, como dividir dos panes entre cinco personas. Ante lo cual los egipcios observaron que no bastaban los números naturales y era necesario implementar números que puedan representar estas porciones.

El Papyrus Rhind, da testimonio sobre lo anteriormente expuesto y muestra como el alcance de la inteligencia de los pensadores egipcios se relacionaba con los problemas prácticos que la vida diaria imponía a la nueva sociedad. Castelnuovo, E. (1970), señala que el matemático incógnito, autor del papiro, recolectó diversos problemas en los que se aludía el uso de los números racionales. Sin embargo, debido a la abstracción del mismo concepto de fracción y sus dificultades para comprenderlo, no se utilizó la división ni el

símbolo de fracción como tal, y en su lugar se realizaron sumas con unidades fraccionarias.

La noción de los números racionales se encuentra presente desde las antiguas civilizaciones y son un claro ejemplo sobre como los problemas cotidianos obligaron al hombre a utilizar nuevos conocimientos, en este caso el uso de la opresión de división, y con ello crear un nuevo símbolo: la fracción.

Según Oteyza de Oteyza, E. (2003), los números racionales "son todos los números que pueden representarse como el cociente de dos números enteros". En este sentido, dichos números son todos aquellos números reales obtenidos de una división que pueden representarse como una fracción. Comúnmente los números enteros se denotan con la letra Z y los números racionales se identifican con la letra Q. Por lo que, un número racional se representa como: $\mathbf{Q} = \frac{\mathbf{Z}}{\mathbf{z}}$.

"En matemáticas, el conjunto de los números reales (denotado por R) incluye tanto a los números racionales, (positivos, negativos y el cero) como a los números irracionales" (Arias, J., y Maza I., 2008). Por lo cual, resulta importante tener en cuenta que no todos los números reales pueden ser racionales, pues existen números irracionales (denotados por i) como los números trascendentes y algebraicos, los cuales tienen números decimales aperiódicos que son imposibles de expresar como el cociente de dos números enteros.

Medina, J. (2008), menciona que: "Los números racionales sirven para expresar medidas, ya que al comparar una cantidad con su unidad el resultado es, frecuentemente, fraccionario. Al expresar un número racional, no entero, en forma decimal se obtiene un número decimal exacto o bien un número decimal periódico".

2.1.3 Conceptualización de Fracción

En el lenguaje cotidiano, se utilizan expresiones como: "me queda la mitad", "un cuarto de hora", "me vende un cuarto de queso" "lleva como tres cuartos de capacidad", "hice la tercera parte del trabajo", etc. En estas expresiones se utilizan las fracciones, las cuales se encuentran presentes en diferentes situaciones de la vida diaria.

La Real Academia Española (RAE) (2001) la define como: "División de algo en partes", "Cada una de las partes separadas de un todo", "Expresión que indica una división" y "Número quebrado". Por lo que la conceptualización de la RAE, y de los diccionarios generalmente, alude principalmente a la división de un todo en partes iguales.

Todas las fracciones tienen dos términos: el numerador y el denominador, que se escriben separados por una raya (línea de fracción). Es representada como: $\frac{a}{b}$. De tal manera que, el numerador (a) indica las partes que se toman de la unidad, y el denominador (b) señala el total de partes iguales en que se divide la unidad.

Las fracciones en el lenguaje cotidiano se presentan como: "fracturador" y "comparador". La fracción como fracturador, se entiende la acción de dividir un todo en partes iguales. Mientras que, la fracción como comparador, sugiere observar los objetos divididos del todo para distinguir aspectos como la magnitud o cantidad (Freudenthal, 1983).

Por otro lado, el Centro para la Innovación y Desarrollo de la Educación a Distancia (s.f.), señala que: "Una fracción expresa un valor numérico. Sabemos que los números naturales expresan cantidades referidas a objetos enteros, las fracciones expresan cantidades en las que los objetos están partidos en partes iguales" (p. 66). Bajo esta concepción, una fracción es el cociente de dos números, es decir, una división sin realizar.

Por el contrario, Thomas Kieren (1980) reconoce diferentes significados y funciones de los números fraccionarios:

- La relación parte-todo la considera como un todo (continuo o discreto) subdividido en partes iguales y señala como fundamental la relación que existe entre el todo y un número designado de partes.
- La fracción como medida la reconoce como la asignación de un número a una región o a una magnitud (de una, dos o tres dimensiones), producto de la partición equitativa de una unidad.
- La fracción como cociente la refiere como el resultado de la división de uno o varios objetos entre un número determinado de partes. El papel de la fracción como operador es el de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro conjunto equivalente.
- La fracción como razón es considerada como la comparación numérica entre dos magnitudes.
- La fracción como operador es aludida cuando se realizan operaciones multiplicativas con otros números naturales o racionales.
 Este significado, exige el dominio de diferentes algoritmos aritméticos.

Desde esta perspectiva, el concepto de fracción es mucho más amplio que una simple división, pues es un término muy amplio que puede variar su significado según el contexto en el que se utilice. El aprendizaje de fracciones se da de manera progresiva, comenzando por la relación partetodo, hasta llegar a la fracción como un valor numérico utilizado como medida, cociente o razón.

2.1.4 El Aprendizaje y sus Concepciones

A lo largo de la historia el concepto de aprendizaje ha ido cambiando y evolucionando según las creencias y paradigmas de cada sociedad, por lo que solo algunos de ellos son utilizados actualmente. No obstante, ninguna de las propuestas de los diversos autores es del todo completa, hay algunas

más generales que otras, pero entre todas, y de acuerdo al énfasis que se le dé al significado de aprendizaje, se complementan.

Por tal motivo, resulta conveniente revisar diferentes definiciones y aportaciones del aprendizaje para tener una noción más amplia del término, y al mismo tiempo, establecer el significado que se le atribuirá en la investigación.

Saljö (1979), realizó una investigación sobre las concepciones más comunes del término aprendizaje, en las cuales destaca las siguientes:

- 1. El aprendizaje como incremento de conocimiento.
- 2. El aprendizaje como memorización.
- 3. El aprendizaje como adquisición de datos y procedimientos que pueden ser utilizados en la práctica.
- 4. El aprendizaje como abstracción de significado.
- 5. El aprendizaje como un proceso interpretativo que conduce al conocimiento de la realidad.

A partir de estas concepciones se pueden observar principalmente dos perspectivas. Las primeras tres corresponden a una visión tradicionalista del aprendizaje, pues se enfocan en la adquisición y memorización de información. Mientras que, las últimas dos resaltan los procesos de abstracción e interpretación, por lo que aluden a una visión constructivista.

Para Piaget (1967), la concepción de aprendizaje va más centrada en el desarrollo de capacidades cognitivas, la maduración, el desarrollo orgánico biológico y la importancia de experimentar con el entorno. Por su parte, Vygotsky (1988), sostiene que no solo la maduración orgánica es importante para el aprendizaje, sino también el contexto cultural y las interacciones sociales, como el trabajo entre pares, o bien, con alguien que tenga mayores conocimientos.

Otro de los principales referentes del aprendizaje es Ausubel (1998), quien propone el término "aprendizaje significativo", el cual hace hincapié en la importancia de conocer la estructura previa que se relaciona con la nueva información, es decir, resalta los conocimientos y saberes previos del estudiante para adquirir nuevos aprendizajes y dotarlos de significado.

Ausubel señala que: "El aprendizaje de los estudiantes no inicia en cero, ellos tienen una serie de conocimientos, habilidades, experiencias, competencias que pueden ser aprovechadas para su beneficio" (como se citó en Luna, J., et al., 2015, p. 80). El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el estudiante ya sabe, por lo que es deber del docente identificar los esos conocimientos previos para orientar su enseñanza de manera efectiva.

A través del aprendizaje significativo se busca que la nueva información sea comprendida a partir de lo que el estudiante ya conoce, facilitando el proceso y ampliando sus conocimientos. Es importante que los conocimientos previos a un nuevo tema estén debidamente dominados. De lo contrario, los estudiantes no podrán dotar de utilidad y significado los nuevos conocimientos.

El aprendizaje es el proceso o conjunto de procesos a través del cual o de los cuales, se adquieren o se modifican ideas, habilidades, destrezas, conductas o valores, como resultado o con el concurso del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento o la observación. (Zapata-Ros, M., 2015, p. 5)

Sin duda alguna, el ser humano desde su nacimiento, y a lo largo de su vida, desarrolla nuevos aprendizajes, los cuales son el resultado de su crecimiento, de las experiencias y de las interacciones con el entorno y la sociedad. Brindándole la oportunidad de utilizar, e inclusive adaptar y reestructurar, diferentes aprendizajes para solucionar problemas en

diferentes contextos y desenvolverse de mejor manera en lo personal y social.

2.1.5 Sistemas de Representación Matemática

La teoría del aprendizaje significativo pretende que los estudiantes adquieran conceptos que se relacionen con su entorno y que sean duraderos, lo cual es de suma interés para la presente investigación. En el caso de las matemáticas, como lo son los contenidos de fracciones, es importante considerar la forma en que los estudiantes comprenden y representan los conceptos.

Desde la postura de Janvier (1987) y Kaput (1992), los sistemas de representación: "Son un aspecto central de la comprensión del sujeto acerca de los objetos matemáticos y sus relaciones y de las actividades matemáticas que éste ejecuta cuando realiza tareas que tienen que ver con esos objetos" (como se citó en Gómez, P. y Carulla C.,1998, p. 6).

Citando a Vásquez, L. y Cubides, F. (2011), existen tres fases del desarrollo y representación matemática:

- Intuitiva o concreta: Busca que el estudiante visualice el concepto [...] en diferentes situaciones de la vida cotidiana a través de representaciones (material concreto tangible o de manipulación, esquemas, fotografías, videos, etc.) de tal manera que realice conjeturas o relacione lo que está observando con los conocimientos que ha adquirido con anterioridad, permitiendo así encontrar respuestas que justifiquen dicho conocimiento. (p. 306)
- Gráfica o Sensorial: Luego de superar la fase intuitiva o concreta, el estudiante pasará a esta fase la cual consiste en graficar lo anteriormente manipulado concretamente y visualizado en su medio

real. Es decir, plasmará a través de gráficos o recortes gráficos, el concepto que pudo asimilar y percibir a través de sus sentidos. (p. 306)

 Conceptual o Simbólica: Esta fase, luego de superar las fases anteriores en su orden, el estudiante estará en condiciones suficientes para identificar las características que conforman el concepto de potenciación con números naturales como tal. Tendrá la capacidad de representar el concepto a través de símbolos matemáticos. (p. 306)

La fase intuitiva o concreta brinda a los estudiantes los conocimientos y herramientas suficientes para dar inicio a la construcción del concepto matemático, en este caso, el de fracción, por sí mismo. Posteriormente, la fase gráfica o sensorial, permite verificar al estudiante la asimilación del concepto, en relación con sus conocimientos previos, lo visualizado y manipulado de manera concreta.

Por último, en la fase conceptual o simbólica, el estudiante construye de manera formal el concepto matemático y lo puede aplicar con facilidad en su vida real. En este sentido, "no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación" (Vásquez, L. y Cubides, F., 2011, p. 306).

Gómez, P. y Carulla C. (1998) sostienen que:

Cuando el estudiante "ve" los objetos matemáticos (en el sentido de que hay una multiplicidad de representaciones dentro de una estructura, que pueden ser evocadas por una situación problemática que involucra el concepto), entonces el estudiante puede construir un "discurso matemático": puede hablar —y sabe que puede hablar—acerca de estos objetos. El estudiante es consciente de la existencia de una "realidad matemática" que es independiente de la autoridad del

profesor y del libro de texto. El formalismo del lenguaje matemático deja de ser un fin y se convierte en un medio. (p. 4)

El aprendizaje adquirido de las diferentes fases del desarrollo matemático posibilita que el estudiante perciba los conceptos matemáticos a partir de múltiples sistemas de representación, así como las propiedades que lo conforman, para desarrollar un verdadero significado conceptual.

Cuando el estudiante logra transitar todas las fases de manera adecuada, él puede ver a los objetos matemáticos y dotarlos de significado. Es decir, sabe a qué se refieren y desarrolla la habilidad de utilizarlos en diferentes contextos. Además, la consolidación de los conocimientos favorece mejores procesos de aprendizaje en un futuro.

2.2 LAS FRACCIONES Y SUS DIFICULTADES EN EDUCACIÓN PRIMARIA

2.2.1 Didáctica de Fracciones

De acuerdo con la Enciclopedia Universal, la didáctica de las matemáticas estudia:

Los procesos de transmisión y adquisición de diferentes contenidos de esta ciencia, particularmente en situación escolar y universitaria. Se propone describir y explicar los fenómenos relativos a las relaciones entre su enseñanza y aprendizaje. No se reduce a buscar una buena manera de enseñar una noción fija aun cuando espera, a término, ser capaz de ofrecer resultados que permitan mejorar el funcionamiento de la enseñanza. (Como se citó en Parra, C. y Saiz, I., 1994)

En este sentido, la didáctica específica de fracciones alude y comprende la actividad misma de la enseñanza de estos números racionales. Brousseau

(2000), menciona que: "Es el arte y el conocimiento para hacerlo, la habilidad para preparar y producir los recursos para realizar esta actividad y todo lo que se manifiesta en torno a ella" (como se citó en Perera, P., y Valdemoros, M., 2009, p. 33).

La didáctica de fracciones exige al profesor el dominio de una serie de conocimientos básicos sobre el tema, así como la habilidad y capacidad de seleccionar las actividades y recursos pertinentes para su adquisición en el aula. Un maestro didáctico debe ir más allá de la simple transmisión de conceptos, debe direccionar sus acciones hacia la comprensión y aplicación de dichos conocimientos para lograr un aprendizaje significativo en sus estudiantes.

Freudenthal (1983), manifiesta que:

La enseñanza tradicional basada en el desarrollo de conceptos, pues esta manera de instruir [...] fragmenta las relaciones con otros contenidos matemáticos y no se fundamenta en la experiencia del estudiante, propiciando que los conceptos queden aislados en la mente del alumno, lo que impide que los aplique en la resolución de problemas asociados a su vida cotidiana. (Como se citó en Perera, P., y Valdemoros, M., 2009, p. 33)

En consecuencia, el enfoque didáctico para la enseñanza de fracciones debe llevarse a cabo bajo el marco de una educación matemática realista, brindando a los estudiantes la oportunidad de comprobar la veracidad y utilidad de los conocimientos aplicándolos en la resolución de problemas cotidianos.

El maestro debe diseñar situaciones problemáticas concretas para que el niño pueda dar sus propios significados, así como crear modelos de una situación real que permita al alumno investigarla, apropiándose de dichos modelos para solucionar otros problemas. Además, el docente debe

"propiciar en el aula la interacción entre los niños de manera natural, basando la enseñanza de las matemáticas en problemas del mundo real como fuente de ideas y de situaciones en donde puedan ser aplicadas" (Goffree, 2000 como se citó en Perera, P., y Valdemoros, M., 2009, p. 34).

De tal manera, la didáctica de fracciones para dotar de significado el aprendizaje de fracciones prioriza la selección de actividades apegadas a la realidad donde los estudiantes realicen confrontaciones entre ellos y pongan a prueba sus conocimientos para la resolución de problemas.

2.2.2 Niveles y Modos de Pensamiento sobre Fracciones

Thomas Kieren ha realizado diversos estudios acerca de la construcción de estos números. Este autor argumenta que el conocimiento integral de las fracciones "no sólo requiere de la comprensión de cada idea sino también de cómo se interconectan, por lo tanto, es importante obtener información acerca de las variables y relaciones que intervienen en el conocimiento matemático de ese campo conceptual" (Como se citó en Butto, C., 2013, p. 37).

Dicho autor reconoce varios *Constructos Intuitivos* en los que subyace el conocimiento de la fracción. Los cuales son: *relación parte-todo, medida, cociente, operador multiplicativo y razón* (Kieren, 1980).

Ante la importancia de trabajar un conocimiento integral sobre fracciones, la SEP (2018), afirma que el aprendizaje "partirá de problemas que den lugar al uso de fracciones para expresar relaciones parte-todo, razón, proporcionalidad y porcentaje. Se discutirá el papel de las fracciones y sus operaciones en diversos contextos y su relación con otros conceptos matemáticos" (p. 5). Por lo que, el aprendizaje de los diferentes constructos sobre fracciones en educación básica es algo que ha trascendido al currículo escolar desde los planes y programas de estudio.

La intervención docente debe abarcar todos los constructos, a través de diversas actividades concretas, para que los estudiantes construyan un concepto integral de fracción, el cual vaya más allá de la limitada relación parte-todo, que solo alude a las fracciones propias, y le permita comprender la utilidad de estos números en diferentes situaciones.

De acuerdo con Kieren (1976), el aprendizaje de los estudiantes se clasifica en *Niveles de Pensamiento*, los cuales son determinados según su conceptualización sobre las fracciones.

- En el Nivel I (más bajo) comprende las ideas de partición, equivalencia y la formación de la unidad.
- En el Nivel II (intermedio) están las ideas de medida, cociente, razón y operador que conforman el constructo escalar y funcional.
- En el Nivel III (medio) está el pensamiento formal multiplicativo.
- En el Nivel IV (superior) se representa el conocimiento estructural de los racionales, es decir, sus significados matemáticos.

Estos niveles parten de la aprehensión de los constructos del concepto de fracción previamente señalados (relación parte-todo, medida, cociente, operador multiplicativo y razón). Por lo que, de acuerdo a la conceptualización que cada estudiante tenga desarrollada serán los conocimientos que manifieste sobre fracciones y sus operaciones aritméticas.

Por otro lado, Sierpinska (2000), propone los *Modos de Pensamiento* para describir la forma en que los alumnos comprenden distintos objetos matemáticos, tales como las fracciones. La autora señala que en las matemáticas escolares deben promoverse diferentes modos de pensar los objetos matemáticos para favorecer la comprensión de los mismos.

Estos modos de pensamiento trascienden los aspectos tradicionales de aprendizaje, y buscan que los estudiantes conjuguen diferentes maneras de

pensar al momento de trabajar los objetos matemáticos para dotarlos de significado y ser capaces de solucionar problemas. Para que los estudiantes desarrollen estas formas de pensamiento es importante que el docente priorice el desarrollo de actividades concretas y la conexión de conocimientos para lograr una mejor aprehensión del concepto matemático.

Sierpinska (2000), identifica tres modos de pensamiento que implican diferentes maneras de análisis, los cuales son: *Sintético-geométrico, Analítico-aritmético y Analítico-estructural*. Estas formas de pensamiento se encuentran interrelacionados entre sí y son progresivas, es decir, el avance de los conocimientos y habilidades de los estudiantes les permitirán alcanzar el siguiente modo de pensamiento.

Cifuentes, W. (2011) y Parraguez, G. (2012), sintetizan los modos de pensamiento de Sierpinska (2000), de la siguiente manera:

- Pensamiento Sintético-geométrico: Permite que los objetos matemáticos se puedan analizar desde una representación geométrica, una figura, un conjunto de puntos, etc., resaltando que en este es fundamental la visualización.
- Pensamiento Analítico-aritmético: Los objetos matemáticos se manifiestan por medio de relaciones numéricas, la recta numérica se puede visualizar no como un objeto conmensurable, sino que hay al interior de esta unas magnitudes inconmensurables que se pueden representar con relaciones numéricas.
- Pensamiento Analítico-estructural: Se manifiesta en la interpretación por medio de propiedades y axiomas en los sistemas matemáticos que contienen los objetos, es un modo de pensar más avanzado donde se exigen otras relaciones, buscando generalizar elementos que ya se habían considerado en los modos de pensamiento previos.

El pensamiento sintético-geométrico referente al aprendizaje de fracciones, corresponde al acercamiento del concepto de fracción a través de la percepción visual y gráfica. Donde las fracciones son objetos visibles y concretos, las cuales solo pueden ser manipuladas de manera simbólica. El concepto de fracción se limita a la relación parte-todo. Este modo de pensamiento es desarrollado principalmente de los 8 a los 10 años aproximadamente.

Por su parte, el pensamiento analítico-aritmético, comprende la capacidad del estudiante por reconocer una fracción como partidor, razón, cociente o división, e incluso como operador de un número. Con este tipo de pensamiento, las fracciones pueden representarse sin la necesidad de visualizarlas gráficamente, es decir, se logra acceder a ellos de manera mental.

Respecto al pensamiento analítico-estructural, al ser más complejo, exige que los estudiantes vinculen el concepto de fracción con sus propiedades, las razones y las proporciones. Implica relacionar sus significados en contextos reales para generar nuevos conocimientos. Este tipo de pensamiento permite la transformación de fracciones a números decimales, o viceversa. Además, permite la realización de operaciones más complejas como la división de fracciones. El pensamiento analítico-estructural es desarrollado principalmente de los 13 años en adelante.

En educación primaria, el pensamiento sintético-geométrico, al ser el más básico y elemental, es trabajado durante tercer y cuarto grado con la introducción de las fracciones. Mientras que el pensamiento analítico-aritmético se desarrolla a lo largo de quinto y sexto grado, siendo el más común en los estudiantes de 10 a 12 años.

Los estudiantes del sexto grado, grupo "B", deberían encontrarse en su totalidad en el modo de pensamiento analítico-aritmético, para poder

alcanzar de manera adecuada los aprendizajes esperados sobre fracciones. Sin embargo, algunos alumnos aún se encuentran en el modo de pensamiento sintético-geométrico y no son capaces de realizar todas las actividades, requiriendo del constante apoyo por parte del profesor o de otros compañeros.

Dichas dificultades son evidenciadas al trabajar contenidos que exigen determinadas nociones o conocimientos previos de las fracciones, los cuales no se dominan, y, en consecuencia, obstaculizan el aprendizaje de nuevos temas. En este sentido, la consolidación de conocimientos y habilidades en cada grado escolar son indispensables para el desarrollo gradual de los diferentes modos de pensamiento.

No obstante, muy pocos estudiantes logran introducirse al pensamiento analítico-estructural a través de la interpretación de las propiedades de las fracciones como números racionales, encontrando nuevas relaciones y aplicaciones concretas, como los porcentajes y las divisiones. Este último nivel se comienza a trabajar en la secundaria y se sigue desarrollando en la preparatoria.

Conocer los modos de pensamiento es muy importante para comprender cómo aprenden los estudiantes y cuál es su comprensión del concepto de fracción. Lo cual permite al profesor identificar si las dificultades presentadas durante la enseñanza se deben a la forma de trabajo propuesta, debido a que puede existir la incongruencia de las actividades y planteamientos respecto al modo de pensamiento actual de los estudiantes. Es decir, los alumnos aún pueden estar en el pensamiento sintético-geométrico, y se les está exigiendo resolver un problema que requiere el pensamiento analítico-aritmético (Calderón, D., y Quiroz, C., 2018).

Identificar los modos de pensamiento no solo permite conocer cómo conceptualizan y entienden las fracciones los alumnos, también permite al

docente reorientar su forma de trabajo, y utilizar metodologías de enseñanza enfocadas a las características y necesidades del grupo.

2.2.3 Contenidos Temáticos sobre Fracciones

Las fracciones y sus operaciones aritméticas suelen ser de los contenidos temáticos que más dificultades presentan durante su enseñanza y aprendizaje en educación primaria. Por lo que resulta fundamental cuestionarse a qué se deben los frecuentes fracasos pedagógicos y de qué manera se pueden solucionar.

Castelnuovo, E. (1970), menciona que cuando el niño entra a la escuela ya ha adquirido nociones sobre el concepto de fracción por sus interacciones y experiencias cotidianas. Sin embargo, es importante reconocer que estos conocimientos suelen ser meramente prácticos, es decir, solo son capaces de utilizarse en determinadas situaciones o problemas con recursos y materiales específicos.

Por ejemplo, para comprender que un ½ más un ¼ es igual a ¾ el estudiante necesita centrar su atención hacia un problema concreto, como lo sería una situación de reparto con leche, jugo, agua, etc., para que pueda dotar de significado a las fracciones e imaginar los objetos como si los tuviese frente a sí para poder realizar las operaciones.

En este sentido, la enseñanza que se tiene sobre fracciones muchas veces se desprende de lo concreto para que de forma gradual se vayan formalizando estos conocimientos. El maestro debe ser capaz de diseñar diferentes problemas contextuales y situaciones de reflexión donde los estudiantes pongan en práctica sus conocimientos y comprendan el concepto de fracción y el porqué de ciertos procedimientos.

Coxford y otros (1995), como se citó en Butto, C., (2013, p. 38), proponen trabajar los contenidos temáticos sobre fracciones en educación primaria a través de seis temas, los cuales se encuentran delimitados por diferentes

conocimientos y habilidades básicas que los estudiantes deben desarrollar. Estos temas son:

Tabla 1

CONTENIDOS TEMÁTICOS SOBRE FRACCIONES

Temas	Conocimientos y habilidades
1. Unidad	 Identificar el número de unidades. Identificar cantidades mayores o menores de la unidad.
Partes de una unidad usando materiales concretos	 Identificar el número de partes de una unidad. Identificar partes del mismo tamaño. Dividir una unidad en partes iguales.
Nombres orales para partes de la unidad:	 Establecer el nombre de las fracciones. Usar las fracciones para contestar a ¿cuántos? Identificar fracciones iguales a uno.
Escribir fracciones para representar partes de la unidad (traslaciones entre las representaciones)	 De forma oral a forma escrita. De forma escrita a forma oral. De una forma concreta a forma escrita. De forma escrita a alguna forma concreta.
5. Representar fracciones con dibujos	 Transición de objetos a diagramas. Repetición de los pasos anteriores, pero con los diagramas.
6. Ampliar la noción de fracción	 Fracciones mayores que uno. Números mixtos. Modelo discreto, utilización de conjuntos. Comparar fracciones, fracciones equivalentes.

Nota: Elaboración propia.

A través de estos contenidos, el alumnado trabajará conocimientos indispensables de fracciones, tales como las ideas de relación parte-parte y parte-todo, formación de la unidad, equivalencias, la escritura de fracciones para representar partes de la unidad y la ubicación de fracciones en la recta numérica. El dominio y comprensión de estos aprendizajes base les

permitirán a los estudiantes el desarrollo de conocimientos más complejos como la suma, resta, multiplicación y división de fracciones.

La principal tarea del profesor es diseñar y/o seleccionar las estrategias didácticas congruentes para trabajar cada contenido, y de esta manera ir contribuyendo al avance gradual de los conocimientos y la adquisición de aprendizajes significativos por parte de los estudiantes.

2.2.4 Competencias para la Enseñanza de Fracciones

El Plan de Estudios 2018, señala en el perfil de egreso los conocimientos, habilidades, actitudes y valores involucrados en los desempeños propios de la profesión docente. Los cuales son expresados a través de *competencias*.

Una competencia es entendida como: "La capacidad de responder a diferentes situaciones, e implica un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes)" (SEP, 2011). Las competencias señaladas en el Plan de Estudios 2018 se clasifican en:

- Competencias genéricas: "Expresan desempeños comunes que deben demostrar los egresados de programas de educación superior, tienen un carácter transversal y se desarrollan a través de la experiencia personal y la formación de cada sujeto" (SEP, 2018). Estas aluden a las competencias que todos los docentes han adquirido a lo largo de sus experiencias como estudiante y en sus prácticas profesionales durante su formación.
- Competencias profesionales: "Expresan desempeños que deben demostrar los futuros docentes de educación básica, tienen un carácter específico y se forman al integrar conocimientos, habilidades, actitudes y valores necesarios para ejercer la profesión docente y desarrollar prácticas en escenarios reales" (SEP, 2018). Las cuales

permitirán al maestro enfrentar y resolver problemáticas del contexto escolar.

Las competencias genéricas y profesionales describen lo que el egresado será capaz de realizar al término de su formación, las cuales incorporará en su quehacer docente. En seguida se puede observar dos tablas sobre las competencias del perfil de egreso:

Tabla 2

COMPETENCIAS DEL PLAN DE ESTUDIOS 2018

Competencias genéricas

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

Competencias profesionales

- Detecta los procesos de aprendizaje de sus alumnos para favorecer su desarrollo cognitivo y socioemocional.
- Aplica el plan y programas de estudio para alcanzar los propósitos educativos y contribuir al pleno desenvolvimiento de las capacidades de sus alumnos.
- Diseña planeaciones aplicando sus conocimientos curriculares, psicopedagógicos, disciplinares, didácticos y tecnológicos para propiciar espacios de aprendizaje incluyentes que respondan a las necesidades de todos los alumnos en el marco del plan y programas de estudio.
- Emplea la evaluación para intervenir en los diferentes ámbitos y momentos de la tarea educativa para mejorar los aprendizajes de sus alumnos.
- Integra recursos de la investigación educativa para enriquecer su práctica profesional, expresando su interés por el conocimiento, la ciencia y la mejora de la educación.
- Actúa de manera ética ante la diversidad de situaciones que se presentan en la práctica profesional.

 Colabora con la comunidad escolar, padres de familia, autoridades y docentes, en la toma de decisiones y en el desarrollo de alternativas de solución a problemáticas socioeducativas.

Nota: Elaboración propia.

Las competencias genéricas corresponden principalmente a la capacidad del docente por solucionar problemas en diferentes contextos utilizando su pensamiento crítico y creativo. Además, de ser lo suficientemente hábil para facilitar el aprendizaje de las fracciones por parte de los alumnos a través de múltiples estrategias didácticas en las que promueva el trabajo autónomo y colaborativo, así como la implementación de las TIC para innovar en el aula.

Paralelamente, las competencias profesionales aluden principalmente al conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes y valores utilizados para diseñar planeaciones didácticas, crear ambientes de aprendizaje, fomentar la inclusión, emplear la evaluación y resolver problemas del contexto escolar. Estas competencias exigen una serie de conocimientos relacionados con los planes y programas de estudio, los cuales deben ser aplicados para el diseño de secuencias y propuestas didácticas.

El Plan de Estudios 2018 para la Licenciatura en Educación Primaria, a través del curso: "Aritmética. Números decimales y fracciones", busca favorecer el desarrollo de competencias profesionales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria. Para lo cual, propone cuatro unidades de aprendizaje:

- Las fracciones, su enseñanza y aprendizaje en el Plan y programas de estudio de educación primaria.
- **II.** Estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del concepto de fracción y sus operaciones.
- III. Los números decimales, su enseñanza y aprendizaje en el Plan y programas de estudio de educación primaria.

IV. Estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del concepto de número decimal y sus operaciones.

De estas unidades de aprendizaje, solo la primera y la segunda corresponden a la enseñanza y aprendizaje de números fraccionarios. Estas se conforman por diferentes temas que los docentes deben trabajar para profundizar sus conocimientos y habilidades sobre fracciones, los cuales incorporará en su práctica docente en las escuelas primarias.

Tabla 3

UNIDADES DE ESTUDIO PARA LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES

Unidad de estudio	Tema
I. Las fracciones, su enseñanza y aprendizaje en el Plan y programas de estudio de educación primaria.	 Dosificación de los aprendizajes en el eje temático "Número, Álgebra y Variación" relativo a los temas de: Fracciones. Suma y resta de fracciones. Multiplicación y división de fracciones.
II. Estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del concepto de fracción y sus operaciones.	 Concepto de fracción, representaciones gráficas y numéricas. Fracciones propias, mixtas e impropias. Fracciones equivalentes; suma y resta de fracciones. Comparación y simplificación de fracciones. Multiplicación y división con fracciones. Razones y proporciones, variación proporcional directa.

Nota: Elaboración propia.

En las unidades I y II se estudian las fracciones y sus operaciones de suma, resta, multiplicación y división. Haciendo énfasis en la comprensión y las formas de expresar y representar estos números, así como en el desarrollo del sentido numérico para que los estudiantes conozcan, comprendan y expliquen las relaciones, propiedades y operaciones involucradas en la resolución de problemas (SEP, 2018, p. 5).

Sin duda alguna, el desarrollo de competencias para la enseñanza y el aprendizaje por parte de los docentes es algo imprescindible para mejorar los procesos educativos. Además de permitirle al docente conocer los planes y programas de estudio vigentes, le brinda la oportunidad de profundizar los saberes sobre fracciones para posteriormente implementar procesos y estrategias que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes.

2.2.5 Los Números Fraccionarios en Sexto Grado

En los Programas de Estudios 2011, la enseñanza de Matemáticas corresponde al campo de formación: Pensamiento matemático, teniendo como propósito en educación básica que los estudiantes: desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas y elaborar explicaciones y utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución. Al mismo tiempo, se busca que los estudiantes muestren disposición hacia el estudio de la matemática y el trabajo autónomo y colaborativo (SEP, 2011, p. 61).

Este programa de estudios busca que al finalizar la educación básica los estudiantes sean capaces de poner en práctica sus habilidades, conocimientos, actitudes y valores para la resolución de problemas matemáticos en diferentes contextos. Por tal motivo, los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos a lo largo de los diferentes niveles educativos deben contribuir al logro de estos propósitos.

Respecto al aprendizaje de fracciones, uno de los propósitos del estudio de las Matemáticas para la educación primaria es que los estudiantes "utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números naturales, así como la suma y resta con números fraccionarios y decimales para resolver problemas aditivos y multiplicativos" (SEP, 2011, p.

62). Por lo cual, es evidente la importancia de las fracciones y sus operaciones aritméticas para lograr todo lo estipulado en el plan de estudios.

El trabajo de las Matemáticas en sexto grado es realizado sobre ejes, compuestos por estándares curriculares, que comprenden un conjunto de aprendizajes esperados indispensables para el desarrollo de la competencia matemática.

De acuerdo con la SEP (2011), estos ejes son:

- 1. Sentido numérico y pensamiento algebraico.
- 2. Forma, espacio y medida.
- 3. Manejo de la información.
- 4. Actitud hacia el estudio de las matemáticas.

No obstante, solo el eje de sentido numérico y pensamiento algebraico corresponde a los números fraccionarios. De acuerdo con la SEP (2011), este eje se conforma de los siguientes estándares curriculares:

- Lee, escribe y compara números fraccionarios.
- Resuelve problemas aditivos con números fraccionarios empleando los algoritmos convencionales.
- Resuelve problemas que impliquen multiplicar o dividir números fraccionarios entre números naturales, utilizando los algoritmos convencionales.

En sexto grado de primaria los estándares curriculares señalados se trabajan a través de cinco bloques, los cuales abordan diversos aprendizajes esperados, temas y contenidos matemáticos.

A continuación, se muestra una síntesis sobre la organización por bloques de los aprendizajes esperados y contenidos sobre fracciones de los Programas de Estudio 2011 de sexto grado:

Tabla 4

ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES ESPERADOS SOBRE FRACCIONES
EN SEXTO GRADO

Bloque	Aprendizaje esperado	Contenido
impliquen leer comparar núm fraccionarios. I Resuelve probaditivos con num fraccionarios dos o más	Resuelve problemas que impliquen leer, escribir y comparar números fraccionarios.	Lectura, escritura y comparación de números fraccionarios. Explicitación de los criterios de comparación.
	Resuelve problemas aditivos con números fraccionarios que implican	Resolución de problemas aditivos con números fraccionarios, variando la estructura de los problemas. Estudio o reafirmación de los algoritmos convencionales.
	dos o más transformaciones.	Resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios mediante procedimientos no formales.
II	Calcula porcentajes e identifica distintas formas de representación (fracción común, decimal, %).	Ubicación de fracciones en la recta numérica en situaciones diversas. Por ejemplo, se quieren representar medios y la unidad está dividida en sextos, la unidad no está establecida, etcétera.
III	Utiliza el sistema de coordenadas cartesianas para ubicar puntos o trazar figuras en el primer cuadrante.	Identificación de una fracción entre dos fracciones dadas.
IV	Explica las características de diversos cuerpos geométricos (número de caras, aristas, etc.) y usa el lenguaje formal.	Conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa. Aproximación de algunas fracciones no decimales usando la notación decimal.
		Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con

		números fraccionarios que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales. Construcción de sucesiones a partir de la regularidad.
		Resolución de problemas que impliquen calcular una fracción de un número natural, usando la expresión "a/b de n".
V	Resuelve problemas que implican multiplicar o dividir números fraccionarios con números naturales.	Determinación de divisores o múltiplos comunes a varios números. Identificación, en casos sencillos, del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.
	Resuelve problemas que implican comparar dos o más razones.	Resolución de problemas que impliquen una división de número fraccionario o decimal entre un número natural.

Nota: Elaboración propia.

La enseñanza de fracciones en sexto grado alude principalmente a los temas de Números y sistemas de numeración y Problemas multiplicativos, por lo que los contenidos comprenden principalmente: lectura, escritura y comparación de números fraccionarios; resolución de problemas aditivos y multiplicativos con algoritmos convencionales; ubicación de fracciones en la recta numérica en situaciones diversas; determinación de divisores o múltiplos comunes a varios números e identificación, en casos sencillos, del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.

El conocimiento de los contenidos temáticos sobre fracciones es de suma importancia para la elaboración de las secuencias didácticas que se desarrollarán en el aula, permitiendo al docente la selección e implementación de las estrategias didácticas más pertinentes para favorecer el aprendizaje de todos los estudiantes.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

A lo largo de la historia, el hombre siempre se ha cuestionado diversos aspectos del mundo en el que vive, por lo que, a través de la indagación, la reflexión, el análisis e incluso con la experimentación ha buscado comprender la realidad.

La investigación nace de la necesidad por conocer, o bien, para dar solución a una problemática. Soriano (2000), define la investigación como: "Un proceso que tiene la finalidad de lograr un conocimiento objetivo, es decir, verdadero, sobre determinados aspectos de la realidad a fin de utilizarlo para guiar la practica transformadora de los hombres" (p. 9).

Para obtener conocimientos objetivos sobre el fenómeno estudiado es necesario que la investigación siga una serie de pasos que conlleven al logro de los objetivos planteados por el investigador, y de esta manera, garantizar la veracidad de los resultados. Este proceso que guía la investigación es conocido como metodología.

Ríos, R. (2017), menciona que la metodología "es la ciencia que nos enseña a dirigir determinado proceso de manera eficiente y eficaz para alcanzar los resultados deseados y tiene como objetivo darnos la estrategia a seguir en el proceso". Asimismo, el autor señala que la metodología está conformada por toda una serie de pasos lógicamente estructurados y relacionados entre sí.

La Metodología de la Investigación "es aquella ciencia que provee al investigador de una serie de conceptos, principios y leyes que le permiten encauzar de un modo eficiente y tendiente a la excelencia el proceso de la investigación científica" (Ríos, R., 2017, p.8). Bajo este entendido, la

metodología seleccionada para la presente investigación corresponde a la investigación cualitativa.

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

El enfoque utilizado para esta investigación corresponde al cualitativo, pues el objeto de estudio es un fenómeno social referente a la educación (didáctica para el aprendizaje y la enseñanza de fracciones), no es cuantificable, sino de valor interpretativo. Maanen (1983), señala que la investigación cualitativa pretende "describir, analizar, descodificar, traducir y sintetizar el significado, de hechos que se suscitan más o menos de manera natural" (como se citó en Creswell, J., 2007).

El enfoque cualitativo enriquece el campo de la investigación social, pues propicia un acercamiento mayor al fenómeno de estudio a través de los propios actores y los significados que le dan a los procesos en que están inmersos.

La investigación cualitativa: "es una vía de investigar sin mediciones numéricas, tomando encuestas, entrevistas, descripciones, puntos de vista de los investigadores, reconstrucciones los hechos, no tomando en general la prueba de hipótesis como algo necesario" (Ríos, R., 2017, p.10).

El objetivo de la investigación cualitativa es explicar, predecir, describir o explorar el porqué de las relaciones o vínculos de la realidad social. Este tipo de investigación, al estudiar aspectos no cuantificables, pone énfasis en los procesos y en los significados a través de la inducción, pues la información cualitativa no es objetiva ni subjetiva, sino que es interpretativa.

Por tal motivo, el papel del investigador es muy importante, debido a que requiere utilizar diversos métodos y técnicas que ayuden a recabar la

información necesaria para el análisis, interpretación y descripción de los fenómenos sociales.

3.1.1 Método

"El método es un procedimiento concreto que se emplea de acuerdo con el objeto y con los fines de la investigación para organizar los pasos de ésta y propiciar los resultados coherentes" (Cazares, 2002, p. 17). Para el desarrollo de la presente investigación se seleccionó el método etnográfico, el cual permite la participación activa y un mayor acercamiento del investigador con el fenómeno de estudio durante períodos prolongados de tiempo, en este caso, las jornadas de prácticas profesionales de ayudantía y conducción a lo largo del ciclo escolar 2021-2022.

La etnografía, o ciencia del pueblo, es un método de investigación social que estudia directamente a un grupo de personas durante cierto período de tiempo para conocer su comportamiento social. De acuerdo con Denscombe (1998), este método se define como:

Una descripción de pueblos y culturas y tiene su origen como estrategia de investigación en los trabajos de la temprana antropología social, que tenía como objetivo la descripción detallada y permanente de las culturas y formas de vida de pequeñas y aisladas tribus. (p. 68)

Por otro lado, Wolcott (1999), considera que la etnografía es una "forma de mirar" que pretende describir lo que las personas de un contexto determinado hacen habitualmente y explicar los significados que le atribuyen a ese comportamiento realizado en circunstancias comunes o especiales (Como se citó en Álvarez, 2003, p. 76).

Este método permite la recolección de datos cualitativos y se apoya de diferentes técnicas como la observación participante y la entrevista. Sin embargo, la etnografía no es muy rígida, pues admite las experiencias subjetivas tanto del investigador como de los participantes debido a la

influencia de las interacciones a durante largos períodos de tiempo. Tal como lo señala Giddens (2004), "la investigación etnográfica pretende revelar los significados que sustentan las acciones sociales; esto se consigue mediante la participación directa del investigador en las interacciones que constituyen la realidad social del grupo estudiado" (p. 810).

La etnografía es un método social que aplicado al ámbito educativo posibilita la descripción y comprensión de diferentes fenómenos, al mismo tiempo que se aprende e intercambian conocimientos con los participantes del proceso educativo. Por lo que es importante ser consciente de los aspectos que se desean estudiar y no perderse entre la cotidianidad de las interacciones.

La etnografía al ser un método que se realiza con el fin de describir comportamientos, actitudes y creencias, se interpone el papel que desempeñan las personas que investigan, denominadas etnógrafos, quienes se interesan fundamentalmente por la vida cotidiana de las personas, en el ámbito educativo, de los estudiantes.

El etnógrafo en el contexto educativo estudia: "Las situaciones escolares como acciones sociales que tienen sentidos para los participantes y por qué, en lugar de recopilar y codificar acciones y opiniones superficiales, incursiona en el sentido profundo de lo que se dice y hace en las escuelas" (Bertely, 2000, p. 31). Para lo cual, es muy importante emplear diferentes métodos y técnicas que permitan recopilar la información necesaria y profundizar en aspectos que a simple vista pasan inadvertidos.

En la investigación, el método etnográfico se empleó de modo tal, que, dentro del aula de clases con los alumnos de Sexto grado, grupo "B" se tuvo un acercamiento profundo, al identificar problemáticas y debilidades relacionadas con el aprendizaje de fracciones de los estudiantes, mediante la observación e interacción cotidiana, que permitió comprender lo que acontece en la escuela de primera mano.

3.2 SELECCIÓN DEL UNIVERSO

Villa Guerrero es uno de los 125 municipios del estado de México. Se trata de un municipio principalmente rural en la región sur del estado, con una superficie de 210,535 km². Su cabecera municipal es la población homónima de Villa Guerrero.

Colinda hacia el norte con Zinacantepec, Toluca, Calimaya y Tenango del Valle; hacia el oriente, con los municipios de Tenancingo y Zumpahuacán; al sur con Ixtapan de la Sal; y al occidente con el mismo Ixtapan de la Sal y con Coatepec Harinas. Según el censo de población del 2015 tiene una población total de 67 929 habitantes (Guadarrama, R., s.f.).

El municipio es conocido por su gran producción de diversas flores. La floricultura es la principal actividad que ocupa la población, siendo el mayor impulso de la economía regional. El desarrollo fructífero de esta actividad se debe gracias al clima templado, suelos fértiles y abundante agua gracias a la cercanía con el volcán Xinantecátl.

Villa Guerrero cuenta con todos los servicios educativos, tanto públicos como privados, tales como: educación inicial, preescolares, primarias, secundarias, preparatorias y universidades. Los mayores niveles de escolaridad se encuentran en la zona céntrica, pues las comunidades más alejadas cuentan con menos servicios.

"La capital de la flor", como también es conocido Villa Guerrero, está conformado por los siguientes centros de población: una villa (cabecera municipal), cinco pueblos, 35 rancherías, y tres caseríos. Estos cinco pueblos son: Porfirio Díaz, San Mateo Coapexco, Santiago Oxtotitlán, Totolmajac, y Zacango (Wikipedia, 2015).

Totolmajac se encuentra a 6.1 kilómetros, en dirección Noroeste, de la cabecera municipal. Este pueblo está conformado por los siguientes

asentamientos, del tipo caseríos o barrios, tales como: El Moral, Loma de en medio, Loma Linda y San Lucas. Su población es de aproximadamente 2000 habitantes, de los cuales un 55% son mujeres y niñas y un 45% son hombres y niños. El código postal es 51784.

La principal actividad económica de Totolmajac es la floricultura y algunas producciones agrícolas como el maíz, frijol y jitomate, entre otras. En menor medida se realizan actividades terciarias como el comercio. Su clima es templado-subhúmedo con lluvias en verano, muy favorable para que las familias se dediquen a actividades propias del campo

Sin embargo, el uso frecuente y directo con fertilizantes y agroquímicos también es uno de los principales responsables de enfermedades como problemas reproductivos, cáncer, trastornos del sistema neurológico, efectos sobre el sistema inmunológico, alteraciones del sistema endocrino, etc. Asimismo, existen problemas de salud ocasionados por sustancias nocivas como el alcoholismo y drogadicción.

En cuanto a contexto sociocultural, la comunidad es de tipo rural. Predomina la religión católica, basando sus costumbres y tradiciones en las fiestas patronales (día de la Candelaria, fiesta de la Santísima Trinidad, día de la Virgen de Guadalupe, etc.), peregrinaciones, posadas y de más actividades propias de la religión predominante. La lengua materna es el español, pero es sencillo y limitado con muchos regionalismos y muletillas, así como uso cotidiano de palabras altisonantes. No existe diversidad lingüística.

La comunidad cuenta con todos los servicios básicos como lo son: agua potable, electricidad, gas estacionario, telefonía e internet. No obstante, el acceso a dispositivos tecnológicos y digitales como computadoras, laptops y tabletas es limitado, aunando los problemas de conectividad de la zona obstaculizan la implementación de clases virtuales y otras TIC.

Totolmajac solo cuenta con servicios educativos de preescolar, primaria y secundaria. Por tal motivo, muchos estudiantes culminan su educación preparatoria y universitaria en otras comunidades de Villa Guerrero (Zacango y La Finca), o en municipios vecinos como Ixtapan de la Sal, Coatepec Harinas, Tenancingo de Degollado y Toluca. O bien, dejan de estudiar para dedicarse a la floricultura o agricultura.

En el contexto familiar, los tipos de familia en su mayoría son nuclear, extensa y monoparental. La escolaridad de los pobladores es principalmente la educación básica (preescolar, primaria y secundaria), pero también hay algunos profesionistas. A pesar de que la principal económica es la floricultura, muchas personas de la comunidad emigran, ya sea de manera legal o ilegal, a los Estados Unidos en busca de mejores oportunidades de trabajo.

La Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz", con CCT: 15EPR0768Y, perteneciente a la zona escolar P238. Ubicada en Totolmajac, Villa Guerrero, México, con dirección Av. México Norte S/N, tres cuadras al sur del centro, entre las calles Michoacán poniente y Guanajuato poniente. En esta institución se llevaron a cabo las prácticas profesionales y con ello la recogida de información para el trabajo de investigación durante el ciclo escolar 2021-2022.

3.2.1 Población

La población "es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones, o bien subgrupo de la población de la cual se recolectan los datos y que es representativa de dicha población" (Hernández, 2004, p. 303). La Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz" (Anexo 1) cuenta con una matrícula de 280 alumnos, 60% niñas y 40% niños, los cuales integran la comunidad estudiantil y de la cual surge la presente investigación.

La escuela se encuentra bajo la dirección de la Mtra. Martha M. La población estudiantil se encuentra distribuida en 12 grupos, dos de cada grado (A y B), con un rango de edad desde los 6 a 14 años, los cuales asisten desde las 09:00 a las 14:00 horas. En promedio hay 23.33 estudiantes por grupo.

La plantilla docente está integrada por un directivo, 12 docentes frente a grupo, un docente de apoyo administrativo, tres maestros del equipo de USAER, promotores de artes, educación física y salud. Además, se cuenta con solo un personal de intendencia.

La institución trabaja con los planes de estudio vigentes: Aprendizajes Clave para la Educación Integral 2017 (1° y 2° grado) y con los Programas de Estudios 2011 (3°, 4°, 5° y 6°). Además, cuenta con los siguientes servicios y programas: desayunos escolares, entrega libros de texto gratuitos y útiles escolares, servicios de USAER, becas para estudiantes con necesidades diferentes y estudiantes destacados, clases de computación, biblioteca y transporte público escolar.

La infraestructura escolar cuenta con todos los servicios básicos y está conformada por 12 aulas, la dirección escolar, la biblioteca, una bodega, sanitarios para niños y niñas, una cancha techada y dos canchas sin techar, áreas verdes, dos accesos (norte y poniente) y un autobús escolar. Cada aula cuenta con los materiales necesarios como lo son: pizarrón, pupitres, libreros, sillas, etc. Pero no todas cuentan con computadoras y proyectores. Asimismo, la escuela cuenta con dos accesos principales (el norte y el poniente).

3.3 MUESTRA

Se conceptualiza como el "subgrupo de la población de interés sobre el cual se recolectaron datos, y que tienen que definirse o delimitarse con precisión, siendo que esto deberá ser representativo de dicha población" (Sampieri, 2010, p. 41). Los participantes que forman parte en esta investigación son 25 alumnos del sexto grado, grupo "B" (Anexo 2), dirigido por la Mtro. Cristian E. El grupo se encuentra conformado por 12 niñas y 13 niños, cuyas edades en promedio oscilan entre los 11 y 12 años. Cabe mencionar que, además de los alumnos y el titular del grupo, el colectivo docente escolar también fue participe de la investigación.

Para obtener un panorama general del grupo se aplicó un cuestionario al docente titular, del cual se recabó la siguiente información referente a los resultados Sistema de Alerta Temprana (SisAT):

Tabla 5

RESULTADOS SISAT DEL SEXTO GRADO, GRUPO "B"

Resultados del SisAT:	Requ	ieren a	роуо	En desarrollo N				ivel esperado		
	Н	M	Т	Н	M	Т	Н	M	Т	
Lectura	1	0	1	6	5	11	6	7	13	
Producción de textos	1	0	1	5	5	10	8	7	14	
Cálculo mental	3	1	4	3	4	7	7	7	14	

De acuerdo con esta información, referente a la lectura solo un estudiante requiere apoyo, 11 están en desarrollo y 13 tienen el nivel esperado. En producción de textos solo un alumno requiere apoyo, 10 en desarrollo y 14 se encuentran en el nivel esperado. Respecto a los resultados de

matemáticas, en cálculo mental son 4 los estudiantes que requieren apoyo, 7 en desarrollo, y 14 están en el nivel esperado.

Aproximadamente más del 50% en el nivel esperado y un 40% del grupo se encuentra en desarrollo, por lo que existen diversas áreas de oportunidad. No obstante, es importante identificar los pocos alumnos que requieren apoyo para brindarles mayor atención y acercarlos al siguiente nivel, tanto en matemáticas como en lectura y escritura.

Dentro del mismo cuestionario se solicitó al maestro titular que describa de manera general las dificultades que tienen sus alumnos respecto a lectura, escritura y pensamiento matemático. Destacando la siguiente información:

Tabla 6

DIFICULTADES GENERALES DEL SEXTO GRADO, GRUPO "B"

Lectoescritura	Pensamiento matemático
Las dificultades identificadas son el	Los problemas identificados Adende mantal y al
bajo dominio de la habilidad escrita, denotando carencias en la forma y tamaño de la letra, ubicación espacial,	corresponden al cálculo mental y el empleo de operaciones básicas para la resolución de problemas.
 confusión en letras, disgrafías y dislexia. También existen problemas de comprensión lectora, ortografía y redacción. 	Existe un escaso dominio de las tablas de multiplicar y dificultad de entender el lenguaje matemático.

Con base a Piaget (1985), los alumnos del sexto grado, grupo "B", se encuentran en la Etapa de Operaciones Concretas, que abarca de los 7 a los 12 años aproximadamente. Las niñas y niños en esta etapa comienzan a utilizar la lógica para resolver problemas concretos y llegar a conclusiones válidas, pero para lograrlo necesitan situaciones concretas y no abstractas. También pueden categorizar aspectos de la realidad de una forma más compleja. Asimismo, el pensamiento de los estudiantes en esta etapa deja de ser tan egocéntrico y rígido.

Para obtener información acerca de los estilos de aprendizaje de los alumnos se aplicó un Test de VAK, del cual se obtuvo la siguiente información:

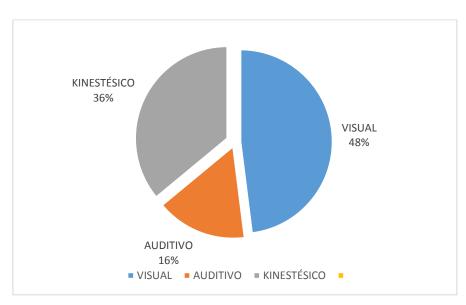
ESTILOS DE APRENDIZAJE DEL SEXTO GRADO, GRUPO "B"

Estilos de aprendizaje	Número de alumnos	Porcentaje de alumnos
Visual	12	48%
Auditivo	4	16%
Kinestésico	9	36%
Total	25	100%

El grupo presenta un mayor predominio del estilo Visual con un 48%, prosiguiendo con un 36% del estilo Kinestésico, y solo un 16% del estilo Auditivo. Resultando un grupo heterogéneo con una mayor preferencia hacia las actividades visuales y prácticas.

Gráfica 1

ESTILOS DE APRENDIZAJE DEL SEXTO GRADO, GRUPO "B"



Los estilos de aprendizaje se definen como las distintas maneras en que un individuo puede aprender. Estos describen las condiciones bajo las que una persona se encuentra en la mejor situación para aprender. En el ámbito educativo los estilos de aprendizaje se utilizan para referirse a la manera distintiva en que los estudiantes reaccionan a determinados estímulos e información para resolver problemas.

Flores y Maureira (2015), describen en qué consiste cada estilo de aprendizaje:

- Visual: Los sujetos que perciben desde este canal piensan en imágenes y tienen la capacidad de captar mucha información con velocidad, también son capaces abstraer y planificar mejor que los siguientes estilos. Aprenden con la lectura y presentaciones con imágenes.
- Auditivo: Las personas que utilizan el canal auditivo en forma secuencial y ordenada aprenden mejor cuando reciben explicaciones orales y cuando pueden hablar y explicar determinada información a otra persona. Estos alumnos no pueden olvidar una palabra porque no saben cómo sigue la oración; además, no permite relacionar conceptos abstractos con la misma facilidad que el visual. Es canal es fundamental en estudios de música e idiomas.
- Kinestésico: Son sujetos que aprenden a través de sensaciones y
 ejecutando el movimiento del cuerpo. Es el sistema más lento en
 comparación a los anteriores, pero su ventaja es que es más
 profundo, una vez que el cuerpo aprende determinada información le
 es muy difícil olvidarla; así, estos estudiantes necesitan más tiempo
 que los demás, lo que no significa un déficit de comprensión, sino solo
 que su forma de aprender es diferente.

3.3.1 Técnicas e Instrumentos

La recolección de datos es "una sección concebida de igual forma que la expresión operativa del diseño de investigación, es decir, es la especificación concreta de los procedimientos, lugares y condiciones de la recolección de datos" (Gómez, 2021, p. 57). En toda investigación resulta necesario establecer las técnicas e instrumentos a través de las cuales el investigador recolectará la información.

Las técnicas "comprenden un conjunto de procedimientos organizados sistemáticamente que orientan al investigador en la tarea de profundizar en el conocimiento y en el planteamiento de nuevas líneas de investigación" (Maya, 2014, p. 4). Por lo que más allá de orientar al investigador, estas establecen las pautas a seguir durante la investigación. Las técnicas empleadas en la presente investigación son: la observación participante, la entrevista estructurada y el análisis documental.

Por su parte, toda técnica necesita de herramientas concretas para recabar la información necesaria de manera sistemática y organizada. Estas herramientas son los instrumentos de recolección de información, los cuales son "todos los procedimientos y actividades que permiten obtener información, teniendo la finalidad de responder al objeto de estudio y al logro del objetivo" (Hurtado, 2000, p. 14). En este sentido, y de acuerdo con las técnicas anteriormente mencionadas, los instrumentos seleccionados para recabar la información son: el cuestionario y la recopilación documental.

Para sintetizar la información de las técnicas e instrumentos considerados para sustentar la investigación se presenta la siguiente tabla con la intención de plantear las finalidades de cada procedimiento. Las técnicas e instrumentos seleccionados son propias de la investigación cualitativa y fueron utilizadas en beneficio del método etnográfico.

Tabla 8

TÉCNICAS E INSTRUMENTOS EMPLEADOS EN LA INVESTIGACIÓN

Técnica	Instrumento	Finalidad	Participantes
Entrevista	Cuestionario a docentes	Identificar los conocimientos didácticos y las habilidades empleadas por los docentes durante la enseñanza de fracciones. Además de conocer su perspectiva sobre las dificultades que presentan los estudiantes durante el aprendizaje de fracciones.	Docente frente a grupo, colectivo docente de la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz".
	Cuestionario a alumnos Cuestionario o a alumnos Cuestionario a alumnos Cuestionario a alumnos Cuestionario a alumnos Cuestionario destrucciones de fracciones de fracciones, así como conocer las áreas de oportunidad del grupo.		Alumnos del sexto grado, grupo "B" de la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz".
Análisis documental	Recopilación documental	Analizar los resultados de las pruebas MEJOREDU y de los exámenes trimestrales para identificar los niveles de aprendizaje sobre fracciones en que se encuentran los estudiantes y los contendidos temáticos que representan mayor facilidad y dificultad.	Alumnos del sexto grado, grupo "B" de la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz".

3.3.1.1 Entrevista

La entrevista es "una serie de preguntas sobre un tema determinado para recabar datos" (Gayou, 2003, p. 76). Estas preguntas se realizan, en la mayoría de los casos, cara a cara entre el investigador y los entrevistados, lo cual permite profundizar en las respuestas más allá de solo escucharlas,

haciendo el proceso más verídico, flexible y dinámico. Tal como lo señala Galindo (1998), la entrevista:

Es un acto de interacción personal entre dos sujetos en el cual se efectúa un intercambio de comunicación cruzada, a través del cual el entrevistador busca transmitir a su interlocutor interés, confianza, familiaridad, motivación y garantía de identificación para que el entrevistado devuelva, a cambio, información personal en forma de descripción, interpretación y/o información evaluativa. (p. 317)

En este caso, la entrevista es utilizada para obtener información descriptiva e interpretativa por parte de los docentes sobre la didáctica para la enseñanza de fracciones, y de los estudiantes sobre el proceso de aprendizaje de estos números racionales. Asimismo, a los padres de familia para conocer la importancia que se les da a estos contenidos curriculares en la vida cotidiana.

De acuerdo con Díaz (2013, p. 163), existen tres diferentes tipos de entrevistas:

- Estructurada: En esta las preguntas se fijan de antemano, ya están organizadas por categorías u opciones para que el sujeto sólo vaya eligiendo, tiene la ventaja de hacer la información más sistematizada, lo cual facilita la clasificación y análisis, así mismo, presenta una alta objetividad y confiabilidad. Su desventaja es la falta de flexibilidad que conlleva la falta de adaptación al sujeto que se entrevista y una menor profundidad en el análisis.
- Semiestructurada: Son más flexibles que las anteriores, debido a que parten de preguntas planeadas que pueden ajustarse a los entrevistados, su ventaja es la posibilidad de adaptarse a los sujetos con enormes posibilidades para motivar al interlocutor, aclarar términos, identificar ambigüedades y reducir formalismos.

 No estructuradas: Son más informales, más flexibles y se planean de manera tal, que pueden adaptarse a los sujetos y a las condiciones. Los sujetos tienen la libertad de ir más allá de las preguntas y pueden desviarse del plan original. Su desventaja es que puede presentar lagunas de la información necesaria en la investigación.

En esta investigación se aplicaron dos entrevistas del tipo semiestructurada, una para los alumnos y una para los maestros, las cuales, a pesar de tener ciertas preguntas definidas, la flexibilidad en las respuestas permite una mayor oportunidad para recolectar información descriptiva e interpretativa sobre el objeto de estudio.

Las entrevistas en términos generales tuvieron los siguientes indicadores:

- Conceptualización de fracción.
- Estrategias didácticas utilizadas para la enseñanza y el aprendizaje de fracciones.
- Pertinencia de las actividades del libro de texto Desafíos Matemáticos.
- Contenidos temáticos sobre fracciones del Plan de Estudios 2011.
- Principales fortalezas y debilidades de los estudiantes en el aprendizaje de fracciones.

3.3.1.1.1 Cuestionario

Otro instrumento empleado en la presente investigación fue el cuestionario, este es uno de los más usados para recolectar datos. Es un recurso en el que los participantes del estudio proporcionan información precisa en un período de tiempo muy corto.

Para la realización de las entrevistas se aplicaron diferentes cuestionarios. De acuerdo a Hurtado (2000), el cuestionario: "Es una serie de preguntas relativas a una temática para obtener información" (p.13). En esta ocasión,

los dos cuestionarios diseñados se conformaron por preguntas abiertas, las cuales se caracterizan por su valor descriptivo e interpretativo.

El primero de ellos fue realizado para el colectivo docente de la escuela primaria, esto con la finalidad de conocer los conocimientos teóricos, curriculares y metodológicos empleados durante la enseñanza de fracciones, así como analizar las características de las principales estrategias didácticas utilizadas (Anexo 3).

Por su parte, el segundo cuestionario, para los estudiantes de sexto grado, grupo "B", fue diseñado para conocer la importancia que se le da al aprendizaje de fracciones en la vida diaria y profundizar en las fortalezas y debilidades del grupo e identificar las áreas de oportunidad para diseñar estrategias didácticas que favorezcan los procesos educativos (Anexo 4).

Algunas de las interrogantes que se plantearon en dicho instrumento fueron:

- ¿Qué es una fracción?
- ¿Cuáles son las habilidades y conocimientos básicos para comprender el tema de fracciones?
- ¿Qué estrategias y materiales didácticos has implementado?
- ¿Qué contenidos temáticos representan mayor dificultad?
- ¿Cuáles son las principales fortalezas y debilidades de los estudiantes durante el aprendizaje de fracciones?

Se aplicaron 12 cuestionarios a docentes frente a grupo que a lo largo de sus años de servicio han trabajado o trabajan contenidos curriculares referentes a fracciones. Asimismo, se aplicaron 25 cuestionarios a los alumnos del sexto grado, grupo "B".

3.3.1.2 Análisis Documental

El análisis documental "es una técnica que sirve para obtener información que se encuentre en documentos [...] que forman parte del

estudio como fuente de información. Requiere determinar con precisión y los elementos o unidades a consultar, para formular los ítems de estudio" (Ríos, R., 2017).

A diferencia de las otras técnicas que obtienen datos de fuentes primarias, el análisis documental recolecta información de fuentes secundarias como libros, periódicos, exámenes, productos académicos, etc. Esta técnica permite al investigador seleccionar ideas relevantes de uno o diversos documentos a fin de expresar su contenido sin subjetividades.

De acuerdo con Castillo, L. (2005), el análisis documental se produce en un triple proceso:

- **De comunicación**, ya que posibilita y permite la recuperación de información para transmitirla.
- De transformación, en el que un documento primario sometido a las operaciones de análisis se convierte en otro documento secundario de más fácil acceso y difusión.
- De análisis y síntesis, porque la información es estudiada, interpretada y sintetizada minuciosamente para dar lugar a un nuevo documento que lo representa de modo abreviado pero preciso.

Para poder lograr el triple proceso de este análisis es muy importante hacer uso y referencia de diferentes teorías o autores que sustenten la información localizada para poder interpretarla de manera objetiva y establecer conclusiones confiables.

3.3.1.2.1 Recopilación Documental

De acuerdo con Gómez Hernández (2004), la recopilación documental: "Es un instrumento o técnica de investigación general cuya finalidad es obtener datos e información a partir de fuentes documentales con el fin de ser utilizados dentro de los límites de una investigación en concreto".

Ninguna guía de recopilación puede suministrar una orientación detallada del material a recopilar indicando qué documentos son importantes y cuáles no lo son, ello depende de las habilidades del investigador, de su experiencia y capacidad para descubrir los indicios que permitan ubicarlos.

En este aspecto, el autor depende exclusivamente de sus fuentes, que son el punto de partida y representan la experiencia que existe sobre el tema. La calidad de las mismas hará del trabajo especializado un éxito o un fracaso. Lo fundamental es tener siempre presente la finalidad de la investigación, pues ello permitirá juzgar lo que es apropiado o aprovechable en el tema específico que se esté investigando.

Para el análisis documental se revisaron los siguientes documentos:

- Evaluación Diagnóstica para los Alumnos de Educación Básica del ciclo escolar 2021-2022 (Primera aplicación).
- Evaluación Diagnóstica para los Alumnos de Educación Básica del ciclo escolar 2021-2022 (Segunda aplicación).
- Examen de la Segunda Evaluación.

De los cuales solo se consideraron todos aquellos ejercicios, problemas y preguntas referentes a las fracciones, con la finalidad de conocer cuáles son los contenidos temáticos que demuestran mayor dificultad para el aprendizaje de los estudiantes, observar los errores más comunes e identificar los conocimientos y habilidades que ya se dominan. Esto para poder implementar estrategias didácticas acordes a las necesidades del grupo.

3.4 PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

En este apartado se menciona la forma en cómo se realizó el procesamiento de la información recuperada por las técnicas empleadas y los instrumentos aplicados a alumnos y docentes. Gibbs (2012), menciona que: "En el proceso de análisis, se comienza con una colección (a menudo voluminosa) de datos cualitativos y los procesa mediante procedimientos analíticos, dando lugar a un análisis claro, comprensible, penetrante, fiable e incluso original" (p. 20). En este sentido, el análisis se caracteriza por permitir al investigador tratar los datos recogidos de una manera analítica para su posterior organización e interpretación.

A continuación, se describe la forma como se realizó el procesamiento de la información:

1. Revisión y organización de la información:

- Se aplicaron los instrumentos al 100 % de la muestra designada de alumnos y docentes.
- Se realizó una contabilidad de los instrumentos aplicados para verificar que hubiesen sido al 100 %.

2. Compilación de los datos:

- Se realizó la descripción de cuestionarios aplicados a alumnos.
- Se realizó la descripción de cuestionarios aplicados a docentes.
- Se realizó la descripción obtenida de la recopilación documental.

3. Resultados:

 Se culminó con la discusión y triangulación de las principales categorías de la investigación con base a los resultados obtenidos en los instrumentos aplicados.

El análisis de la información se llevó a cabo mediante el método inductivo que parte de lo particular a lo general, se trata de una forma de procesar la información en la que se pasa de un conocimiento de casos particulares a un conocimiento más general. Francis Bacon (1626, recuperado de Dávila, 2006), fue el primero que propuso la inducción como un nuevo método para adquirir conocimientos.

Este autor afirmaba que, para obtener conocimiento es imprescindible observar la naturaleza, reunir datos particulares y hacer generalizaciones a partir de ellos. Según Bacon, las observaciones se hacían sobre fenómenos particulares de una clase y luego a partir de ellos se hacían inferencias de la clase entera. Sus pasos son estos: observación, formulación de hipótesis, verificación, tesis, ley y teoría.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN

4.1 DESCRIPCIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN

Una vez recopilada la información con ayuda de los diferentes técnicas e instrumentos de investigación prosigue un proceso descriptivo en el que el investigador debe organizar los datos obtenidos de los diferentes participantes del estudio para realizar el análisis e interpretación correspondiente.

Según Sandín (2003), el análisis de la información, "es un proceso cíclico de selección, categorización, comparación, validación e interpretación inserto en todas las fases de la investigación que nos permite mejorar la comprensión de un fenómeno singular de interés" (p. 6). Este proceso es un elemento fundamental de la investigación cualitativa, en el cual se triangula la información en categorías para darle sentido y significado a lo que se ha recabado.

Con base a lo propuesto por Tesch (1990), el análisis de datos cualitativos es un proceso sistemático y comprehensivo, pero no rígido, puesto que, al no existir una forma concreta de análisis, es responsabilidad del investigador decidir cómo organizar la información según los objetivos de la investigación. Además, este autor señala que los datos segmentados en categorías o unidades de análisis siguen siendo parte de un todo conectado, por lo que los resultados deben llevar a algún tipo de síntesis de nivel superior.

El análisis y la interpretación son dos procesos muy relacionados, los cuales buscan responder las preguntas de investigación y permite la comprobar o refutar los supuestos iniciales. Mientras el análisis se encarga de examinar los elementos básicos de la información, la interpretación trata de encontrarles un significado más amplio a las respuestas.

La interpretación de la información es un proceso a través del cual se implementan diferentes habilidades cognitivas para encontrar relaciones, comprender fenómenos, establecer afirmaciones y obtener conclusiones. El cual "se realiza confrontando los resultados del análisis de los datos con las hipótesis formuladas y relacionando dichos resultados con la teoría y los procedimientos de la investigación" (Alva Santos, 2015). Por esta razón, el investigador debe tener mucho cuidado de no exceder la información obtenida con sus interpretaciones, y ser consciente de los factores y limitaciones que pudieron influir en el proceso.

A continuación, se presentan los resultados de los instrumentos de investigación aplicados (los cuestionarios y la recopilación documental) para dar cuenta de los objetivos que se planteados, enfocados a la descripción de las principales fortalezas y debilidades del aprendizaje de fracciones de los estudiantes para diseñar una propuesta didáctica que atiendan las necesidades y áreas de oportunidad del grupo.

En esta sección se incorporan las variables que permiten describir la información proporcionada por los participantes, en torno a las categorías trabajadas: el aprendizaje de fracciones y el análisis de las problemáticas y debilidades de los alumnos del sexto grado, grupo "B" de la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz".

En la primera parte, se presenta el concentrado de los resultados obtenidos en el cuestionario aplicado a los estudiantes del sexto grado, grupo "B" de la institución antes mencionada. El cuestionario se conforma por 13 preguntas, las cuales presentan sus respuestas enumeradas del 1 al 25, debido a la

matrícula total del grupo. Además, se presenta el respectivo análisis e interpretación de la información con apoyo de diferentes referentes teóricos.

En el segundo apartado, se muestra el concentrado de los resultados obtenidos en el cuestionario aplicado a los docentes de la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz". El cuestionario se conforma por 11 preguntas, las cuales presentan sus respuestas enumeradas del 1 al 12, por el total de maestras y maestros frente a grupo de la institución. Asimismo, se encuentra el análisis e interpretación de las respuestas obtenidas.

En el tercer apartado, se enfatiza en el concentrado de aciertos y errores obtenidos por los estudiantes del sexto grado grupo "A" en diferentes evaluaciones, con la finalidad de analizar el avance de los aprendizajes de los estudiantes e identificar los contenidos temáticos que mayor dificultad presentan para los alumnos. Del mismo modo, se muestra la descripción gráfica de los resultados de cada evaluación.

Por último, se realiza la discusión y triangulación de las dos categorías principales, la cual permite mirar desde diferentes perspectivas la información, para contrastarla y compararla, efectuando un control cruzado entre las diferentes fuentes de información y posibilitando de esta manera, una visión integral del fenómeno en estudio, permitiendo observar de forma crítica toda la información recopilada para posteriormente realizar las conclusiones, sugerencias y recomendaciones.

4.1.1 Alumnos

4.1.1.1 Descripción de resultados de los cuestionarios

En este apartado se presenta el concentrado de respuestas obtenidas en el cuestionario aplicado a 25 estudiantes del sexto grado, grupo "B" de la institución antes mencionada. El cuestionario se conformó por 12 preguntas abiertas y una pregunta del tipo valorativo, dando un total de 13

interrogantes, las cuales consideraron información de las dos categorías principales de la investigación.

A continuación, se presenta la descripción de las preguntas, en las cuales se enumeran del 1 al 25 cada una de las respuestas de los estudiantes.

Tabla 9

CONCENTRADO DE LAS RESPUESTAS DEL CUESTIONARIO APLICADO A ALUMNOS.

1. ¿Te gustan las matemáticas? Sí/No ¿Por q	aué?	.Por	Sí/No	matemáticas?	las	austan	¿Te	1.
---------------------------------------------	------	------	-------	--------------	-----	--------	-----	----

- 1. Sí, aprendo.
- **2.** Sí, me gusta que puedes jugar y trabajar en equipo.
- 3. Sí, ayuda a responder cosas difíciles.
- 4. Sí, me gustan los planos cartesianos.
- 5. Sí, porque aprendo nuevas cosas.
- **6.** Sí, porque me sirven para aprender.
- **7.** Sí, se me hacen fascinantes todas las cosas que puedes descubrir, como las ecuaciones.
- **8.** Sí, porque las ocupamos en la vida cotidiana.
- 9. Sí, puedes hacer cálculo mental.
- 10. Sí, porque divertidas.
- **11.** Sí, porque, aunque sean un poco difíciles, ayudan a aprender nuevas cosas.

- **12.** Sí, para saber calcular.
- 13. SIN RESPUESTA
- **14.** Sí, porque con ellas podemos hacer cualquier cuenta.
- 15. Sí, porque no son difíciles.
- **16.** Sí, porque son divertidas.
- 17. Sí, porque son divertidas y complicadas.
- **18.** Sí, porque con ellas aprendes muchas cosas que te sirven.
- 19. Sí, porque son muy entretenidas.
- **20.** Sí, porque se utilizan en la vida cotidiana y son divertidas.
- 21. No, porque me revuelvo mucho.
- 22. Sí, porque aprendo muchas cosas.
- 23. Sí, porque a veces son divertidas.
- **24.** Sí, porque me sirven en todos lados.
- **25.** Sí, porque a veces salimos a jugar.

2. ¿Qué entiendes por fracción?

- 1. Una parte de algo.
- 2. Que se parte en partes.
- 3. Partes iguales.
- 4. Un elemento para dividir.
- **5.** Que es para ubicar algo.

- **13.** No sé.
- **14.** Para ubicar o repartir cosas u objetos.
- **15.** Algo que se divide.
- 16. Que puedes ubicar más fácil las cosas.
- **17.** Partes iguales.

1.	Nos sirven para sal	per cuánto es lo se le	13.	SIN RESPONDER.	•	
	5. ¿Qué	utilidad tienen las fra	accio	nes en la vida coti	diana?	
	Incorrecto	2		12	2	
	Correcto	23		13	23	
		2/4		9/5	7/7	
	4. Realiza la repr	esentación gráfica de	las	siguientes fraccior	nes: 2/4, 9/5, 7/7	
			25.	Gráficas.		
12.	Rectas numéricas	o figuras.	24.	SIN RESPONDER	. .	
11.	Figuras.		23.	1/5, 1/2.		
10.	Figuras.		22.	Círculos divididos	en partes.	
9.	Figuras.		۷۱.	pastel, terrenos, fru		
8.	Figuras, rectas num dibujos.	nericas, numeros o	20. Una pizza, hojas, un pastel, cartulinas.21. Todo tipo de objetos, por ejemplo:			
	Cortar un pastel, ur	-	19. Dibujos y círculos.			
6. -	Cuadrados y rectár	_		18. Círculos y cuadrados.		
5.	SIN RESPONDER.			17. Figuras.		
4.	Gráficas.		16. Dibujos.			
3.	Círculos.		15. 3/16.			
2.	4/5, 10/8.			Figuras.		
1.	Medio pan.		13.	Figuras.		
	3. ¿Qué	ejemplos utilizarías p	ara r	epresentar una fra	cción?	
12.	Para dividir las cos números.	as y representar	25.	Sirve para repartir iguales.	cosas en partes	
	Es para dividir algu		24.	Son las partes de	un algo.	
10.	Algo que se debe r toque lo mismo.	epartir y a todos les		Sirven para realiza Se parten en porci	<u> </u>	
	otros.			Es para dividir algu	ún material.	
	dividida en partes iguales. Es una representación de una división. Es una parte de un entero, objeto entre			Qué es un entero	y sus partes.	
8.				19. Porción de alguna cosa, ejemplo: pastel.		
	Algo que se divide. Es la parte de un el	ntero que está	18.	Es algo que parte denominador y nun		

14. No lo sé.

- Saber la posición de cualquier objeto.
 Para hacer fácil las cosas.
- **4.** Resolver problemas.
- 5. Te ayudan a aprender.
- 6. Para repartir algo.
- **7.** Para repartir equitativamente alguna comida, objeto, cantidad de dinero, etc.
- 8. Para repartir objetos o cosas.
- 9. SIN RESPONDER.
- **10.** No lo sé.
- 11. Que te enseñan a dividir o repartir algo.
- 12. Para saber dividir en partes iguales.

- 15. Para repartir algo.
- **16.** Para repartir cosas como terrenos, etc.
- 17. Para repartir en partes iguales.
- 18. SIN RESPONDER.
- **19.** Para repartir cualquier cosa en partes iguales.
- 20. Para representar cantidades.
- 21. Para partir algún material.
- 22. Para hacer cuentas.
- 23. Saber la porción de algo.
- 24. Para dividir algo y repartirlo.
- 25. Saber cómo dividir una cosa.

6. ¿Qué conocimientos y habilidades pones en práctica al trabajar con fracciones?

- 1. La mayoría de operaciones.
- 2. Multiplicación, sumas y restas.
- 3. Cálculo mental.
- 4. División, multiplicación, suma y resta.
- 5. La división.
- 6. No lo sé.
- 7. División, multiplicación, suma y resta.
- 8. División, multiplicación, suma y resta.
- 9. Las tablas de multiplicar.
- 10. División, multiplicación, suma y resta.
- 11. La división.
- **12.** Multiplicar y dividir.

- **13.** No lo sé.
- 14. División, multiplicación, suma y resta.
- **15.** Las tablas de multiplicar y las sumas.
- **16.** Todo lo que sabemos de matemáticas.
- 17. La división.
- 18. División, multiplicación, suma y resta.
- **19.** Las operaciones básicas (división, multiplicación, suma y resta)
- 20. División, multiplicación, suma y resta.
- 21. SIN RESPONDER.
- 22. Cálculo mental.
- 23. División, multiplicación, suma y resta.
- 24. Las tablas de multiplicar.
- 25. Todas las operaciones.

7. ¿Consideras que el poco dominio de las tablas de multiplicar dificulta la resolución de problemas con fracciones? Sí/No ¿Por qué?

- 1. Sí, nos atrasan.
- 2. No, porque se colorean las figuras.
- 3. No, porque son fáciles los problemas.
- **13.** No lo sé.
- 14. Sí, porque sin ellas no podemos dividir.
- 15. Sí, porque son necesarias.

- 4. Sí, porque se ocupan.
- **5.** Sí, porque me ayudan con los problemas.
- **6.** Sí, porque sin ellas no supiera.
- 7. Sí, porque existen problemas con fracciones que se facilitan con la multiplicación.
- **8.** Sí, porque, si no te las sabes, no podrás resolver fracciones.
- **9.** Sí, porque siempre se usan las tablas.
- **10.** Sí, son muy importantes.
- 11. Sí, porque debemos multiplicar y dividir.
- **12.** No lo sé.

- 16. No, porque es fácil.
- **17.** Sí, porque sin ellas no se pueden multiplicar fracciones.
- 18. Sí, porque sin ellas es muy difícil.
- **19.** Sí, porque necesitas conocerlas para aprender fracciones.
- 20. Sí, porque son necesarias.
- 21. No lo sé.
- 22. No se ocupan en las rectas.
- **23.** Sí, porque sin ellas no podemos hacer equivalencias.
- **24.** Sí, porque ayudan a realizar operaciones.
- **25.** Sí, porque sin ellas no sabríamos qué hacer.

8. ¿Qué materiales y/o recursos didácticos recuerdas que tus maestros y maestras han utilizado para la enseñanza fracciones?

- 1. Figurillas.
- 2. El metro y materiales impresos.
- 3. SIN RESPONDER.
- **4.** Cartulinas y el metro.
- 5. El metro, videos, cartulinas, etc.
- 6. El metro de fracciones.
- 7. El metro de fracciones.
- 8. Videos.
- 9. Material impreso.
- 10. Material impreso.
- **11.** El metro y cartulinas.
- 12. Láminas.
- 13. Material impreso.

- 14. El metro de fracciones.
- **15.** El metro de fracciones, cartulinas, videos e impresos.
- 16. El metro e imágenes.
- 17. Imágenes.
- 18. Hojas, manzanas, reglas, etc.
- 19. Material impreso, problemas, juegos.
- **20.** Juegos de partición, cartulinas, el pizarrón, hojas, reglas, etc.
- 21. Material impreso.
- 22. Videos.
- 23. El metro de fracciones.
- 24. Imágenes y dibujos.
- **25.** Fruta y juegos.

9. ¿Te parecen interesantes las actividades y los ejercicios sobre fracciones propuestos por el libro de Desafíos matemáticos? Sí/No ¿Por qué?

- 1. Sí, porque cada vez aprendo más.
- 2. Sí, porque te muestra nuevas cosas de
- 13. SIN RESPONDER.
- **14.** Sí, porque son interesantes.

matemáticas.

- 3. Sí, porque no están difíciles.
- 4. No, porque están difíciles.
- **5.** Sí, porque está interesante.
- **6.** Sí, porque son emocionantes.
- 7. No, son muy repetitivos y no me gusta que después de cada problema te diga "Explica tu respuesta".
- 8. Sí, me gustan las actividades.
- 9. No, porque son difíciles.
- **10.** Sí, porque aprendes más y te diviertes a veces.
- 11. Sí, porque aprendes más.
- **12.** Sí, porque tratan de temas diferentes.

- **15.** Sí, porque son divertidos.
- 16. Sí, porque te distraes.
- **17.** Sí, porque son divertidos.
- **18.** Sí, porque son problemas que te hacen pensar mucho.
- 19. Sí, porque traen ejemplos diferentes.
- **20.** Sí, porque algunas veces son fáciles y divertidos.
- **21.** Sí, porque te entretienen.
- 22. Sí, porque aprendes más.
- 23. Sí, porque aprendes más.
- **24.** No, porque luego no le entiendo a todo.
- **25.** Sí, porque me gustan los problemas y los dibujos.

10. De los siguientes contenidos sobre fracciones, marca con una √ los que consideres que se te facilitan o ya dominas, y con una X los que más se te dificultan o con los que requieres apoyo:

		Contenido temático	No. Alu	mnos
			Dominio	Apoyo
	1.	Leer, escribir y comparar fracciones.	21	4
	2.	Representar fracciones gráficamente (dibujos, esquemas, etc.)	21	4
	3.	Resolver problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador.	25	0
	4.	Resolver problemas de suma y resta de fracciones con diferente denominador.	24	1
	5.	Resolver problemas de multiplicación de fracciones.	21	4
	6.	Dividir en partes iguales una recta.	17	8
	7.	Ubicar fracciones en la recta numérica.	17	8
	8.	Identificar una fracción entre dos fracciones dadas.	14	11
	9.	Convertir fracciones a números decimales.	19	6
	10.	Multiplicar fracciones por un número entero.	21	4
	11.	Realizar equivalencias e identificar el múltiplo común.	18	7
	12.	Resolver problemas de división de fracciones.	12	13
_				,

	11. De los temas que más dominas, ¿a	qué se debe el logro del aprendizaje?
1.	Estudiar.	13. Gracias a las clases.
2.	Por esforzarme.	14. Poner atención.
3.	A la ayuda de los maestros.	15. Poner atención.
4.	A la buena enseñanza que me han dado.	16. Estudiar y practicar.
5.	A las explicaciones de los maestros.	17. Poner atención a las explicaciones de
6.	Poner atención.	los maestros.
7.	A las explicaciones de los maestros.	18. Poner atención y estudiar.
8.	A las explicaciones de los maestros y al	19. A las explicaciones de los maestros.
	apoyo en casa.	20. Por esforzarme.
9.	Que las cosas fáciles las aprendo más rápido.	21. SIN RESPONDER.
10.	Poner atención.	22. Poner atención a las explicaciones de los maestros.
	A la ayuda de los maestros.	23. Poner atención a las explicaciones de los maestros.
12.	Estudiar.	24. Gracias a las clases.
		25. Estudiar y practicar.
	12. De los temas que aún no compren	des, ¿a qué se deben las dificultades?
1.	No los comprendo fácilmente.	13. No lo sé.
2.	Me distraigo mucho.	14. No les entiendo.
3.	No los hemos visto aún.	15. Me distraigo mucho.
4.	Me confundo mucho.	16. No les entiendo.
5.	No les entiendo.	17. No lo sé.
6.	Me distraigo mucho.	18. A veces no pongo atención.
7.	No los hemos visto aún.	19. No entiendo las explicaciones.
8.	No los hemos visto aún.	20. No las practico mucho.
9.	No les entiendo.	21. No pongo atención.
10.	Me distraigo mucho.	22. SIN RESPONDER.
		00 Na las autienda
11.	A veces no pongo atención.	23. No les entiendo.

24. No las alcanzo a entender.

25. No termino a tiempo.

12. No estamos tan adelantados para entenderles.

	13. ¿De qué manera te gustaría aprender fracciones?						
1.	De forma divertida.	13.	No lo sé.				
2.	De lo más fácil a lo difícil.	14.	SIN RESPONDER.				
3.	Jugando.	15.	Jugando.				
4.	Con materiales didácticos.	16.	De lo más fácil a lo difícil.				
5.	SIN RESPONDER.	17.	No lo sé.				
6.	Jugando.	18.	No lo sé.				
7.	Con actividades más interactivas.	19.	Con problemas.				
8.	Con videos, dibujos, rectas, etc.	20.	Jugando.				
9.	Con muchos ejemplos.	21.	Más rápido y sencillo.				
10.	SIN RESPONDER.	22.	Normal.				
11.	Un poco más fácil.	23.	Jugando.				
12.	Con videos y figuras.	24.	Con diferentes juegos y materiales.				
		25.	Con material impreso como anexos.				

4.1.1.2 Análisis e interpretación de los resultados de los cuestionarios

El análisis e interpretación de las respuestas de los cuestionarios de los alumnos se centra en conocer las fortalezas y debilidades que los estudiantes presentan en el aprendizaje de fracciones para diseñar una propuesta didáctica a partir de las necesidades y áreas de oportunidad del grupo.

En la primera pregunta, la cual alude al gusto de las matemáticas, un 92% de los alumnos respondieron que sí, un 4% no respondió y otro 4% colocó que no. Entre las principales respuestas afirmativas se encuentra que el gusto por las matemáticas se debe porque sirven para realizar operaciones aritméticas y resolver problemas matemáticos. Además, entre las demás respuestas se señaló que esta asignatura fomenta el trabajo colaborativo, es desafiante y divertida. Por su parte, la respuesta negativa a alude a que las matemáticas son confusas.

Las actitudes positivas "tienen que ver con la valoración, atracción, aprecio, satisfacción, curiosidad y el interés por la disciplina y su aprendizaje, acentuando más el componente afectivo que el cognitivo, y se caracterizan por considerar las capacidades de los sujetos y su modo de utilizarlas" (Martínez 2008). En el grupo predomina una actitud positiva entorno al aprendizaje de las matemáticas, lo cual es evidenciado por la atención y participación que los estudiantes demuestran a lo largo de las clases, favoreciendo la enseñanza de nuevos temas y la implementación de diferentes actividades y recursos didácticos.

Respecto a la pregunta enfocada hacia la conceptualización de fracción, la mayoría de los estudiantes respondieron cosas como: "una parte de un entero", "una parte de algo", "porción de alguna cosa", "es para ubicar algo", "algo que se divide en partes iguales" y "algo que se debe repartir y a todos les toque lo mismo".

Gran parte de las respuestas aluden a la concepción de fracción como "fracturador", debido a que se menciona a la acción de dividir o repartir un todo en partes iguales. No obstante, una respuesta menciona que una fracción sirve para ubicar algo. Lo cual significa que la conceptualización de fracción es referida como "comparador" al reconocer el valor de cada objeto divido del todo para distinguir aspectos como la magnitud o cantidad (Freudenthal, 1983).

Fazio, L., y Siegler, R. (2010), sostienen que el conocimiento conceptual de fracciones es definido como: "el conocimiento del concepto de fracciones, sus magnitudes en relación con las cantidades físicas y la comprensión de los procedimientos aritméticos con fracciones que están justificados de forma matemática y por qué producen las respuestas obtenidas" (p. 6). Por tal motivo, resulta indispensable profundizar en las diferentes concepciones que conforman a las fracciones.

Respecto a las nociones que se tiene del concepto de fracción, Kieren (1980), afirma que existen diferentes *Constructos Intuitivos* que comprenden el concepto de fracción: *relación parte-todo, medida, cociente, operador multiplicativo y razón.* Este autor argumenta que el conocimiento integral de las fracciones "no sólo requiere de la comprensión de cada idea sino también de cómo se interconectan, por lo tanto, es importante obtener información acerca de las variables y relaciones que intervienen en el conocimiento matemático de ese campo conceptual" (como se citó en Butto, C., 2013, p. 37).

El nivel conceptual sobre fracciones de los estudiantes influye directamente en la complejidad con la que comprendan y utilicen estos números, así como en los niveles de conocimientos y habilidades utilizadas para resolver problemas.

En este sentido, los alumnos ven principalmente a las fracciones como partetodo, medida y cociente, ya que consideran a las fracciones como un todo
subdividido en partes iguales, y destacan principalmente la relación que
existe entre el todo y un número designado de partes. Además, son capaces
de atribuirle valores numéricos a una fracción al trabajarlas como cantidades
o magnitudes, así como de realizar divisiones para solucionar situaciones de
reparto equitativo. En consecuencia, los constructos intuitivos menos
desarrollados son los de fracción como operador multiplicativo y razón.

Con relación a la pregunta sobre la utilización de ejemplos para representar una fracción, muchas de las respuestas aluden principalmente al uso de figuras geométricas, gráficas y objetos cotidianos como pasteles, pizzas y hojas de papel. Lo cual coincide con la tradicional y limitado aprendizaje de fracciones bajo la relación parte-todo y de las situaciones de reparto.

La enseñanza de las fracciones en el sistema escolar "por lo general se recurre a la presentación de las fracciones como partes distinguibles (a través del sombreado o colores diferentes), y otros aparecen en blanco o dejando constancia de su ausencia, de una superficie representada por una figura geométrica" (Salazar, M., et al., 2011, p. 42).

Sin embargo, este tipo de representaciones suele quitarle el valor numérico de las fracciones, debido a que los estudiantes observan un todo que debe ser divido en partes iguales, o en su caso, colorear las partes solicitadas, las cuales son carentes de magnitud.

En consecuencia, cada una de las partes no es vista como un número con el cual se pueden realizar operaciones aritméticas, sino que solo es una porción simbólica del total. Naciendo de esta manera un obstáculo para las niñas y niños: "¿Cómo pueden entender fracción cuando son llamados a operar, por ejemplo, con una suma o una resta de fracciones, particularmente con denominadores distintos, cuando la metáfora "fracción como parte" ofrece pocos elementos para resolver ese problema?" (Chaffe-Stengel y Nodding, 1982 como se citó en Butto, C., 2013, p. 34)

Por su parte, la interrogante sobre la representación gráfica de las fracciones: 2/4, 9/5, 7/7, puso a prueba los conocimientos de los estudiantes para representar diferentes tipos de fracciones. Los resultados arrojaron que un 92% del grupo domina las fracciones propias, un 52% identifica las fracciones impropias, y otro 92% comprende las fracciones unitarias. Es importante retroalimentar el tema de fracciones impropias, dado que los principales errores en su representación correspondían en la división incorrecta del dibujo, llegando a tomar el numerador como denominador por la costumbre de trabajar fracciones propias, en lugar de dibujar otro entero divido en las mismas partes que señala el denominador y tomar el total que determina el numerador.

La idea de fraccionamiento trae consigo una idea explícita de que cuando algo es dividido, es necesariamente dividido en porciones menores que el todo inicial, cada una de esas porciones menores es igual y es una fracción de lo que fue un "todo" en su forma original. Cuando el "todo" no es suficientemente claro para los estudiantes, la idea de unidad es oscura y el fraccionamiento es difícil. Las dificultades típicas que los niños enfrentan con ese abordaje se presentan al tratar con una fracción impropia. (Cámara y Cámara, M., 1991 como se citó en Butto, C., 2013, p. 34)

Respecto a la pregunta que alude a la utilidad que tienen las fracciones en la vida cotidiana, gran parte del grupo respondió cosas alusivas a los conceptos de reparto, división, partición y porción. Además, se presentaron respuestas que aluden a la fracción como número y su función para resolver problemas o representar cantidades. Lo cual contrasta con las definiciones anteriores de fracción como parte-todo y cociente, demostrando nociones de la fracción como operador y medida.

Esta información permite situar de mejor manera a los estudiantes en un nivel de aprendizaje sobre fracciones. Como señala Kieren (1976), se establecen cuatro *Niveles de Aprendizaje* a partir de los constructos sobre la conceptualización de fracción de los estudiantes (parte-todo, medida, cociente, operador y razón), los conocimientos y las habilidades que manifiestan al trabajar con estos números.

En el *Nivel I*, el más bajo, se encuentran las ideas de partición, equivalencia y la formación de la unidad. El *Nivel II*, están las ideas de medida, cociente, razón y operador. Mientras que en el *Nivel III* está el pensamiento formal multiplicativo, y en el *Nivel IV* representa el conocimiento estructural de los racionales, es decir, sus significados matemáticos.

De acuerdo con lo anterior, los estudiantes de sexto grado se encuentran en una etapa de transición entre el Nivel I y el Nivel II. Por lo que, a pesar de situar sus conocimientos en relación al constructo parte-todo, muestran conocimientos para abordar las fracciones como medida y cociente. Sin embargo, aún muestran dificultades para reconocer la función de las fracciones como operador y razón, por lo que no han concluido el nivel II.

En la pregunta que corresponde a los conocimientos y habilidades puestas en prácticas al trabajar con fracciones, las respuestas obtenidas resaltan la importancia de las operaciones básicas: suma, resta, división y multiplicación. Además, de otras habilidades como el cálculo mental y el uso de conocimientos previos.

Cabe resaltar, que con apoyo de la pregunta 7 se busca conocer la importancia de dominar las tablas de multiplicar para realizar las principales operaciones aritméticas con fracciones. De lo cual se obtuvo que un 72% mencionan que sí, porque: "si no te las sabes, no podrás resolver fracciones"; "necesitas conocerlas para aprender fracciones"; y "sin ellas no sabríamos qué hacer". Por otro lado, el 28% que respondió no, escribieron argumentos insuficientes como "no lo sé", lo cual no deja claro si dominan dicha habilidad multiplicativa.

Una respuesta menciona "no, porque se colorean las figuras", evidenciando claramente las consecuencias de una enseñanza bajo el modelo parte-todo, sin considerar las demás concepciones de fracción. Estos errores, "se vinculan con actividades que presentan las fracciones, tanto vinculadas a la medida como con el reparto, alejadas de las acciones y centradas en configuraciones perceptivas de materiales continuos y discretos que no toman cuenta ni peso, ni volumen". (Di Prego, V., 2012, p. 1)

En lo que respecta a los materiales y/o recursos didácticos utilizados por los maestros, los estudiantes mencionan 7 veces los materiales impresos, 12 veces los materiales visuales (el pizarrón, imágenes, cartulinas y videos) y 11 veces los materiales concretos (metro, metro de fracciones, tiras de hojas, juegos y fruta).

Por lo que es evidente el predominio de las representaciones concretas y gráficas al emplear materiales tangibles y manipulables, esquemas, fotografías e imágenes. Lo cual favorece la visualización del concepto de fracción en diferentes situaciones cotidianas (Vásquez, L. y Cubides, F., 2011, p. 306). No obstante, es importante promover actividades donde el estudiante ponga a prueba los conocimientos adquiridos de las representaciones anteriores a través de la aplicación del concepto de fracción en la resolución de problemas en diferentes contextos.

En relación a lo que opinan sobre las actividades y los ejercicios del libro de Desafíos matemáticos, un 84% de los estudiantes mencionaron que sí, porque: "son interesantes", "aprendes más y te diviertes", "son problemas que te hacen pensar mucho" y "te muestran nuevas cosas de matemáticas". Por el contrario, el 16% que colocó que no, señalan razones como: "están difíciles", "son repetitivos" y "no se les entiende".

En la interrogante sobre la selección de los contendidos temáticos considerados más sencillos y los más difíciles, se obtuvo la siguiente información:

- Temas de mayor dominio (del 100% al 84%):
 - Un 100% sabe resolver problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador.
 - Un 96% puede resolver problemas de suma y resta de fracciones con diferente denominador.
 - Un 84% es capaz de: leer, escribir y comparar fracciones; representar fracciones gráficamente (dibujos, esquemas, etc.); resolver problemas de multiplicación de fracciones; y multiplicar fracciones por un número entero.
- Temas de menor dominio (del 80% al 64%):
 - Un 76% puede convertir fracciones a números decimales.

- Un 72% es capaz de realizar equivalencias e identificar el múltiplo común.
- Un 68% sabe: dividir en partes iguales una recta. Así como ubicar fracciones en la recta numérica.
- Temas de mayor dificultad (del 60% al 0%):
 - Un 52% no entiende cómo resolver problemas de división de fracciones.
 - Un 44% necesita apoyo para identificar una fracción entre dos fracciones dadas.

De forma paralela, cuándo se les cuestionó el porqué del dominio de los temas marcados, gran parte de las respuestas destacan el estudiar, poner atención, gracias a las clases y las explicaciones de los maestros. Mientras que, la falta de dominio de los contendidos lo atribuyen principalmente a la facilidad con la que se distraen y se confunden, la falta de práctica y la dificultad de aprender nuevos temas por no tener claros otros conocimientos previos.

Por último, en la pregunta que busca conocer la manera en que les gustaría aprender fracciones, los alumnos respondieron lo siguiente: 32% de manera lúdica, 16% implementado diversos recursos didácticos, 16% de manera más sencilla, "de lo más fácil a lo difícil", 8% con más ejercicios y problemas, y el 28% restante no respondió o colocó "no lo sé". Lo cual significa que la mayoría del grupo les gustan las actividades lúdicas, por lo que a partir de ello se pueden abordar diferentes contenidos en los cuales se presenten dificultades en su aprendizaje.

4.1.2 Docentes

4.1.2.1 Descripción de resultados de los cuestionarios

En este apartado se presenta el concentrado de respuestas obtenidas en el cuestionario aplicado a 12 docentes de los diferentes grados escolares, desde primero hasta sexto, de la institución antes mencionada. El cuestionario se conformó por 10 preguntas abiertas y una de tipo valorativa, dando un total de 11 preguntas, las cuales consideraron información de las dos categorías principales de la investigación; el aprendizaje de fracciones y las fortalezas y debilidades de los estudiantes.

A continuación, se presenta la descripción de las preguntas, en las cuales se enumeran del 1 al 11 cada una de las respuestas de los docentes de primaria.

Tabla 10

CONCENTRADO DE LAS RESPUESTAS DEL CUESTIONARIO APLICADO A DOCENTES

1. ¿Qué entiende por didáctica?

- 1. Es el arte de enseñar a otras personas.
- 2. Proceso de enseñanza-aprendizaje.
- 3. Método de enseñanza.
- 4. Forma de enseñanza.
- Aquellos recursos y estrategias que se implementan en el proceso de enseñanza-aprendizaje que facilitan las actividades.
- **6.** Es la habilidad y destreza que cada maestro tiene para desarrollar sus actividades o estrategias propuestas.

- 7. Es el procedimiento a seguir para enseñar un nuevo conocimiento.
- 8. Proceso de enseñanza-aprendizaje.
- **9.** Ciencias que estudia las técnicas y métodos de enseñanza.
- La manera de enseñar de cada docente.
- 11. Rama de la pedagogía responsable del análisis de métodos y formas de enseñanza-aprendizaje con el objetivo de incidir en el desempeño académico de los estudiantes, así como la mejora de la práctica educativa.
- **12.** Disciplina del campo pedagógico que se encarga de buscar métodos y técnicas para fortalecer el proceso de enseñanza.

2. ¿Cuál es su concepto de fracción?

- 1. Se refiere a una cantidad divida entre otra.
- 2. Parte de un todo.
- **3.** Parte dividida de algún entero.
- **7.** Es lo que resulta de dividir un entero en partes iguales.
- 8. Parte de un entero.
- 9. Parte de un todo.

- 4. Partes iguales.
- **5.** La parte de un entero.
- Número de partes en que se divide un entero.
- **10.** Parte de un todo o entero.
- Cantidad que representa la porción de un todo.
- **12.** Es un número que representa una parte de un total.

3. ¿Cómo le explicaría a un estudiante el concepto de fracción?

- Identificar un entero, dividirlo en las partes solicitadas y tomar las partes que se necesitan.
- 2. Explicar primeramente qué es un entero, mostrar diferentes enteros y posteriormente, que los alumnos identifiquen y los dibujen. Luego de ello, cuestionar: ¿qué pasaría si le quitamos un pedazo o lo dividimos en diferentes partes?, con la finalidad de que comprendan el concepto de fracción.
- 3. Pequeñas porciones dividas igualitariamente de un entero.
- **4.** Tengo una naranja entera y la parto a la mitad, entonces ya no está entera, ahora se encuentra fraccionada en dos partes iguales, es decir, en fracciones.
- **5.** Dibujo un cuadro y les digo que es un entero, lo voy dividiendo y explicando que las partes divididas es una fracción del entero.
- **6.** Vamos a dividir algún entero simbólico (pizzas, naranjas, pastel, etc.) en dos partes, si le reparto a "X" persona una parte y otra parte a "Y" persona, ¿cuánto les tocó? Respuesta: La mitad y la mitad, y se representa ½.
- 7. Utilizando dibujos de una pizza.
- **8.** Representación de partes que tomamos de una unidad que está divida en partes iguales.
- **9.** Una fracción es la representación de partes que tomamos de una unidad que está divida en partes iguales.
- 10. Una parte de un entero.
- **11.** Utilizar material visual y manipulable que permita a los estudiantes reconocer un todo y las partes del mismo. Repartos equitativos de enteros.
- **12.** Con el uso de material concreto para que manipulen y se familiaricen con el concepto de dividir en partes iguales un todo.

4. ¿Cuáles serían las habilidades y conocimientos básicos que los estudiantes deben tener para comprender el tema de fracciones?

- 1. Unidad (entero), medios, y saber dividir de manera convencional o mental.
- 2. Noción de entero, fracción como parte de partir, dividir.
- 3. Números y operaciones básicas.
- 4. Razonamiento matemático, multiplicación, división, suma y resta.
- 5. Operaciones básicas, cálculo mental y estimación.
- 6. Números enteros, partes de la fracción, conocimientos previos sobre la división de

cosas u objetos.

- 7. Entero, numerador y denominador, y las operaciones básicas.
- 8. La división y demás operaciones básicas.
- 9. Identificar un entero, cuartos, octavos, dividir en partes iguales.
- 10. Reconocer qué es una fracción y sus partes.
- **11.** Aplicación de actividades cotidianas, resolución de problemas y habilidades básicas de operaciones.
- **12.** Identificar los elementos básicos de una fracción y concepto de la misma. Además, de resolver problemas que impliquen el uso de fracciones en diversos contextos.

5. ¿De qué recursos y/o materiales didácticos se ha apoyado para la enseñanza de fracciones?

- 1. Material concreto (naranja, hojas de papel), videos, lotería y de manera abstracta.
- 2. Tiras de fraccionarias, material visual, hojas, material concreto.
- 3. Uso de las TIC, libros y fruta.
- 4. Materiales de su entorno, como algunas frutas, hojas blancas, lápices, reglas, etc.
- 5. Videos, recortes y actividades impresas.
- **6.** Domino, pizza, naranja, obleas, listones, cuadros de la cancha, diversas masas, regletas, envases de diferentes capacidades, etc.
- 7. Láminas, videos, copias, chocolates, frutas.
- 8. Regletas, representaciones gráficas, material manipulable, situaciones de reparto.
- 9. Regletas, representaciones gráficas, material manipulable.
- **10.** Monedas, frutas, hojas de papel, ejercicios impresos.
- 11. Hojas, regletas, rectas numéricas, material interactivo (proyector), memoramas, etc.
- 12. Hojas de colores, regletas, memoramas, materiales interactivos.

6. ¿Considera apropiadas las actividades y los ejercicios sobre fracciones propuestos en el libro de Desafíos Matemáticos? Sí/No ¿Por qué?

- 1. Hasta el momento sí, porque son fracciones sencillas que los alumnos identifican.
- 2. Sí, son apropiadas para reforzar. Sin embargo, es necesario trabajar algunas nociones de fracción antes de contestarlo.
- 3. Sí, sirven de reforzamiento y/o retroalimentación.
- **4.** Algunas cosas sí, porque vienen bien específicas y otras no, porque están un poco elevados para lo que saben los niños.
- **5.** Sí, trae ejercicios variados para la resolución de problemas.
- **6.** No, porque no traen una contextualización y el nivel de dificultad no permite que los alumnos lo contesten sin ayuda de su maestro.

- 7. Sí, pero le faltan más ejercicios.
- 8. No, porque en ocasiones están muy complejos.
- **9.** Considero que los ejercicios vienen muy elevados. Durante este tiempo de pandemia, no se han alcanzado a ver varios temas.
- **10.** Los ejercicios vienen muy elevados puesto que, al llegar a 5° y 6° grado los alumnos no traen los conocimientos básicos.
- **11.** Sí, son acordes al desarrollo cognitivo de los alumnos de sexto, solo algunos requieren de dominios más elevados.
- **12.** Sí, considero que son acorde a la edad y las habilidades que los alumnos de cada grado deben lograr.

7. ¿Conoce alguna estrategia didáctica para la enseñanza de fracciones? ¿Podría describirla?

- 1. Recortar varias fracciones de papel y cartón para que identifiquen cada una de ellas.
- 2. Tiras fraccionarias. Es un material didáctico que permite trabajar las fracciones de forma visual al sobreponer o comparar una o más fracciones dadas.
- 3. Con una manzana pedirle al niño que la parta en ciertas partes iguales.
- 4. Fraccionar algunas cosas como frutas, pastel, hojas, plastilina y objetos manipulables.
- **5.** Limón partido. Es una actividad que consiste en ir fraccionando el limón e ir mencionando el nombre de las fracciones y su representación numérica y gráfica.
- **6.** Memoramas en equipos. Los niños aprenden de sus iguales. Además, deben investigar y realizar exposiciones sobre las fracciones.
- **7.** Partidores de pizzas. Con una pizza real o mediante ilustraciones los estudiantes dividen una pizza en determinado número de raciones o rebanadas.
- 8. Al repartir alguna fruta, con imágenes de pizza, pasteles o cualquier objeto cotidiano de su contexto.
- **9.** Al realizar situaciones de reparto con frutas o pasteles.
- 10. Realizando actividades vivenciales.
- **11.** Elaboración de regletas que representan diferentes fracciones y el entero, la finalidad es superponerlas e identificar con cada regleta la fracción que representa del entero.
- **12.** Pastel partido. Se presenta un pastel (de papel o cartón) a los alumnos, se dan ciertas consignas a resolver, y los alumnos buscan la manera de resolver su consigna dividiendo el pastel en las partes indicadas y repartiéndolas.
 - 8. De los siguientes contenidos sobre fracciones, marque con una √ los que considere que son más sencillos de comprender, y con una X los que más dificultades presentan en su aprendizaje.

Contenido temático	No. Do	centes
	Fácil	Difícil

1.	Leer, escribir y comparar fracciones.	11	1
2.	Representar fracciones gráficamente (dibujos, esquemas, etc.)	11	1
3.	Resolver problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador.	12	0
4.	Resolver problemas de suma y resta de fracciones con diferente denominador.	5	7
5.	Resolver problemas de multiplicación de fracciones.	7	5
6.	Dividir en partes iguales una recta.	8	4
7.	Ubicar fracciones en la recta numérica.	4	8
8.	Identificar una fracción entre dos fracciones dadas.	3	9
9.	Convertir fracciones a números decimales.	7	5
10.	Multiplicar fracciones por un número entero.	6	6
11.	Realizar equivalencias e identificar el múltiplo común.	2	10
12.	Resolver problemas de división de fracciones.	2	10

9. Cuál considera que es el contenido temático sobre fracciones que más se les dificulta comprender a los estudiantes?

- 1. Ubicar fracciones en la recta numérica y dividir una recta en partes iguales.
- 2. Convertir fracciones en decimales.
- 3. Simplificar fracciones.
- 4. Realizar equivalencias e identificar el múltiplo común.
- 5. Ubicar fracciones en la recta numérica.
- **6.** Realizar equivalencias e identificar el múltiplo común, así como realizar operaciones básicas con números mixtos.
- 7. División de fracciones y convertir fracciones a números decimales.
- 8. Ubicar fracciones en la recta numérica.
- 9. Ubicar fracciones en la recta numérica.
- 10. Ubicar fracciones en la recta numérica.
- **11.** Resolver problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador y realizar equivalencias e identificar el múltiplo común.
- 12. Ubicar fracciones en la recta numérica.

10. ¿Cuáles son las principales fortalezas que ha observado en los estudiantes en el aprendizaje de fracciones?

1. La división del entero e identificar cómo se lee la fracción que se solicita.

- 2. Entender la noción de fracción y realizar representaciones gráficas.
- 3. Identificar bien las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división).
- 4. Saber qué es una fracción y como se escribe.
- 5. Entender la noción de fracción.
- **6.** Que aprenden mejor cuando contextualizas las actividades con algo que les guste y sea de su interés personal.
- La representación gráfica de fracciones y la suma de fracciones con el mismo denominador.
- 8. Saber dividir un entero en las partes que se les indica.
- 9. Dividir enteros en las partes solicitadas.
- **10.** Saber dividir enteros y el dominio de operaciones básicas.
- 11. Identifican y representan fracciones, comparan mediante representaciones.
- 12. Escriben e identifican fracciones.

11. ¿Cuáles son las principales debilidades que ha observado en los estudiantes en el aprendizaje de fracciones?

- 1. Confundir la ubicación del denominador y numerador al realizar la división.
- 2. Realizar equivalencias.
- 3. Comprender cómo partir o dividir un número.
- **4.** Confundir la forma en que se realizan las operaciones como la suma de fracciones con diferente denominador, la multiplicación y la división.
- **5.** Cuando realizan operaciones con diferente denominador.
- 6. Falta de interés y motivación.
- 7. Falta de práctica y estudio.
- 8. Resolver problemas de fracciones con diferente denominador y ubicar fracciones en la recta.
- **9.** Resolver fracciones con diferente denominador y ubicar fracciones en la recta.
- 10. Que no ponen en práctica esos conocimientos.
- **11.** Poco dominio de conocimientos básicos como el concepto de fracción, sus partes, usos y manejo en la resolución de problemas.
- 12. Falta de dominio de conocimientos básicos.

4.1.2.2 Análisis e interpretación de los resultados de los cuestionarios

El análisis e interpretación de las respuestas de los cuestionarios de los docentes se centran identificar los conocimientos didácticos y las habilidades empleadas por los docentes durante la enseñanza de fracciones. Además de conocer su perspectiva sobre las dificultades que presentan los estudiantes durante el aprendizaje de fracciones.

La pregunta que dio apertura a la entrevista es sobre qué entiende por didáctica el colectivo docente. El 100% de las respuestas contienen la palabra enseñar, y se hace referencia otros conceptos clave como: arte, ciencia, proceso, método, técnica y estrategia. Por lo que se alude a la definición etimológica de la didáctica como "el arte de enseñar", pero también se agregan nociones

Etimológicamente la didáctica es definida como el arte de enseñar. Sin embargo, esta disciplina a lo largo de la historia ha tenido múltiples concepciones, tales como conjunto de técnicas de enseñanza, teoría de la instrucción y de la enseñanza, teoría práctica, metodología de instrucción, metodología que estudia los métodos y procedimientos en las tareas de la enseñanza y del aprendizaje, etc. (Abreu O., et al., 2017). Todas ellas relacionadas con la práctica docente, sus instrucciones, técnicas, estrategias y métodos utilizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La interrogante posterior alude a la conceptualización de fracción, ante lo cual se obtuvieron respuestas como: "parte de un todo", "parte de un entero", "cantidad que representa la porción de un todo" y "número que representa una parte de un total". De tal manera, que el 100% de las respuestas destacan la relación parte-todo y la partición o división igualitaria. Aunque varias respuestas mencionan la palabra "dividir", solo una respuesta alude a la fracción como el cociente de dos números.

Respecto a la pregunta sobre cómo se le explicaría el concepto de fracción a un estudiante, las maestras y maestros señalaron diversos ejemplos en los que vienen implícitos los sistemas de representación matemática: concreta, gráfica y simbólica. El 75% de las respuestas priorizan la conceptualización de fracción con el apoyo de diferentes recursos y materiales. El otro 25% solo mencionan el concepto que se le diría al estudiante, sin especificar cómo harían que lo comprendieran.

De acuerdo con Reséndiz, E. y González, C. (2018):

El docente no puede limitarse a la enseñanza de fracciones únicamente haciendo ejemplos en el pizarrón, debiendo considerar la utilización de material concreto, que permita a los estudiantes el enriquecimiento de la noción de fracciones. Es decir, plantear actividades más cercanas al contexto de los estudiantes, que resulten más significativas, ayudándoles a comprender qué es lo que realmente ocurre cuando se fractura un objeto o varios objetos.

En relación a los recursos y materiales didácticos utilizados para la enseñanza de fracciones, las respuestas de las maestras y maestros se organizaron con base a los *Modos de Representación Matemática* (Vásquez, L., y Cubides, F., 2011).

- Materiales concretos: monedas, listones, frutas (naranjas), alimentos (pizzas, pasteles, obleas y chocolates), regletas o fraccionarios, hojas blancas y de colores.
- Materiales gráficos: láminas, videos, ilustraciones, juegos (memoramas y loterías), metro con notación decimal y fraccionaria.
- Materiales simbólicos: resolución de problemas matemáticos, ejercicios impresos y las actividades del libro de texto.

Por otro lado, se les cuestionó sobre cuáles son las habilidades y conocimientos básicos que los estudiantes deben tener para comprender el

tema de fracciones. Los docentes mencionaron que: las nociones de fracción y sus elementos, las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), la estimación, el cálculo mental y la resolución de problemas.

Respecto a la pregunta sobre la pertinencia de las actividades y los ejercicios sobre fracciones en el libro de Desafíos Matemáticos, se obtuvieron posturas opuestas, un 66.66% a favor y el otro 33.33% en contra. Entre las respuestas de los maestros que sí consideran apropiado el libro de texto debido a que las actividades son sencillas, sirven para reforzar o retroalimentar y son acordes a las edades de los estudiantes.

Mientras que los maestros que no están a favor argumentan que en ocasiones vienen ejercicios muy complejos, no traen explicaciones y obstaculiza el trabajo autónomo de los estudiantes, debido a que su dificultad exige la ayuda del maestro.

En la interrogante sobre la selección de los contendidos temáticos considerados más sencillos de aprender por parte de los estudiantes, se obtuvo la siguiente información del colectivo docente:

- El 100% señala que tienen como fortaleza resolver problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador.
- El 91.66% sostiene que pueden: leer, escribir y comparar fracciones; y representar fracciones gráficamente (dibujos, esquemas, etc.)
- El 58.33% cree que se les facilita resolver problemas de multiplicación de fracciones y convertir fracciones a números decimales.

Respecto a las fortalezas del grupo, los docentes mencionaron que los alumnos entienden con facilidad la noción de fracción, lo que les facilita realizar representaciones gráficas. Por lo que sugieren realizar actividades que consideren sus gustos e intereses, así como el diseño de problemas contextualizados, para atrapar su interés por mayor tiempo y vean la utilidad de los conocimientos.

Butto, C. (2013), propone "diversificar los soportes de representación y las diferentes representaciones de un mismo concepto matemático, con el objetivo de que los estudiantes desarrollen ideas conceptualmente más elaboradas para que puedan acceder a ideas más poderosas dentro de las matemáticas escolares" (p. 44).

Por el contrario, cuándo se les cuestionó sobre los temas que más dificultades presentan en el aprendizaje de los estudiantes, el colectivo docente respondió lo siguiente:

- El 83.33% considera que presentan debilidades para realizar equivalencias e identificar el múltiplo común; y resolver problemas de división de fracciones.
- El 75 % sostiene que se les dificulta identificar una fracción entre dos fracciones dadas.
- El 66.66% afirma que presentan problemas para ubicar fracciones en la recta numérica.
- El 58.33% señala que cometen muchos errores al resolver problemas de suma y resta de fracciones con diferente denominador.

En cuanto a las principales debilidades observadas, los profesores señalan que el poco dominio de las operaciones básicas, principalmente la división y la multiplicación, obstaculizan el avance de los contenidos temáticos de fracciones. Otra de las deficiencias señaladas, es que confunden los procedimientos de las operaciones con fracciones, como la suma con diferentes denominadores y las multiplicaciones, para las cuales necesitan de la ratificación del maestro previo a la resolución.

Entre las problemáticas más comunes se encuentra: la falta de interés y motivación, lo que provoca que no se ponga en práctica los nuevos conocimientos; y el poco logro de los aprendizajes esperados del grado anterior afectan el desempeño de los estudiantes.

Rojas, N. y Flores, P. (2011), afirman que:

El proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones conlleva a una serie de errores y dificultades. Por lo cual, el profesor debe ser consciente que los estudiantes pueden presentar errores y dificultades al abordar un contenido, lo que obliga al profesor ser conocedor de ellos con objeto de afrontarlos en su enseñanza. (p. 23)

Sin duda alguna, aprendizaje de fracciones no es algo sencillo, por lo que conocer las fortalezas, debilidades y áreas de oportunidad del grupo es una gran oportunidad del colectivo docente para reorientar sus prácticas y buscar nuevas alternativas que permitan alcanzar el máximo logro de los aprendizajes estudiantes.

4.1.3 Recopilación documental

4.1.3.1 Descripción de los resultados de la recopilación documental

Para el análisis documental se recopilaron diferentes instrumentos de evaluación como exámenes y pruebas estandarizadas que abordaron contenidos temáticos sobre fracciones. Los documentos descritos a continuación corresponden al Examen de la Segunda Evaluación y la Evaluación Diagnóstica para los Alumnos de Educación Básica del ciclo escolar 2021-2022, aplicada por la Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (MEJOREDU).

Esto con la finalidad de identificar en qué niveles de aprendizaje sobre fracciones se encuentran los estudiantes y los contendidos temáticos que representan mayor facilidad y dificultad.

A continuación, se presenta la descripción del Examen de la Segunda Evaluación de matemáticas conformado por 22 reactivos, de los cuales tan solo 4 aluden a los números fraccionarios. Asimismo, se recopilan las respuestas seleccionadas por los 25 alumnos de sexto grado y se señala el

porcentaje del grupo en relación a sus aciertos y errores con cada pregunta. Cabe mencionar, que las respuestas correctas son las resaltadas de amarillo.

Tabla 11

RESPUESTAS DEL DEL EXAMEN DE LA SEGUNDA EVALUACIÓN

1. Carmen, Memo, Poncho y Jocelyn están en una carrera de bicicletas. Carmen lleva 3/5 del trayecto, Memo 4/7, Poncho 3/4 y Jocelyn 1/2, ¿quién lleva más recorrido?								
Respuesta	a) Carmen	b) Poncho	c) Memo	d) Jocelyn				
No. Alumnos	1	12	4	7				
Porcentaje del grupo	4%	48%	16%	28%				
2. Fuimos al circo "Hermanos Poncho y Carlos", y tuvimos que pagar en total \$350 por mis dos hermanos, mis padres y yo. Mi mamá pagó 1/7 parte del total, mi hermano mayor 2/5 del total y mi papá el resto. ¿Cuánto pagó mi papá?								
Respuesta	a) \$140	b) \$160	c) \$50	d) \$300				
No. Alumnos	5	13	2	4				
Porcentaje del grupo	20%	52%	8%	16%				
	3. ¿Cuánto ag	rego a 2/4 para co	mpletar 5/8?					
Respuesta	a) 4/3	b) 1/5	c) 2/7	d) 1/8				
No. Alumnos	8	2	5	9				
Porcentaje del grupo	32%	8%	20%	36%				
4. Mi tío compró un terreno campestre de forma rectangular que mide ¾ hm de largo y 1/2 hm de ancho, ¿cuál es su área?								
Respuesta	a) 3/8 hm ²	b) 3/7 hm ²	c) 2/8 hm²	d) 5/3 hm ²				
No. Alumnos	11	3	1	9				
Porcentaje del grupo	44%	12%	4%	36%				

Por otra parte, la Evaluación Diagnóstica MEJOREDU será descrita sus dos momentos de realización. La primera aplicación fue en septiembre de 2021, y sirvió para diagnosticar a los alumnos tras su regreso a clases presenciales

después del confinamiento. Mientras que la segunda, fue realizada en enero de 2022.

Cabe mencionar que, esta evaluación presenta 11 reactivos sobre fracciones de un total de 45. Por lo que resulta conveniente describir el porcentaje de aciertos y errores del grupo en cada pregunta.

RESPUESTAS DEL DEL EXAMEN DE LA EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA
MEJOREDU.

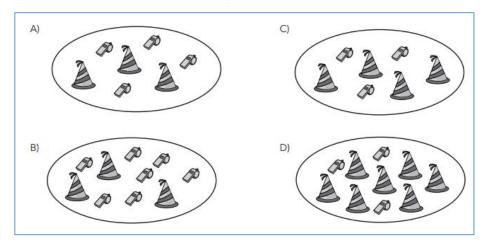
Tabla 12

1. ¿Qué parte representa la parte sombreada de esta figura? Respuestas: Porcentaje de aciertos Primera aplicación Segunda aplicación 40% 60% Porcentaje de errores Primera aplicación Segunda aplicación 60% 40% Respuesta correcta: A) 2. En esta imagen hay balones inflados y desinflados.

¿Qué fracción representa la cantidad de balones desinflados?						
Respuestas:	Porcentaje	de aciertos				
A) <u>3</u>	Primera aplicación	Segunda aplicación				
B) <u>4</u> 7	32%	44%				
c) 4	Porcentaje de errores					
C) $\frac{4}{3}$	Primera aplicación	Segunda aplicación				
D) 7/4	68%	56%				
Respuesta correcta: B)						

3. ¿En cuál de las siguientes representaciones gráficas se muestra 3/7 de silbatos?

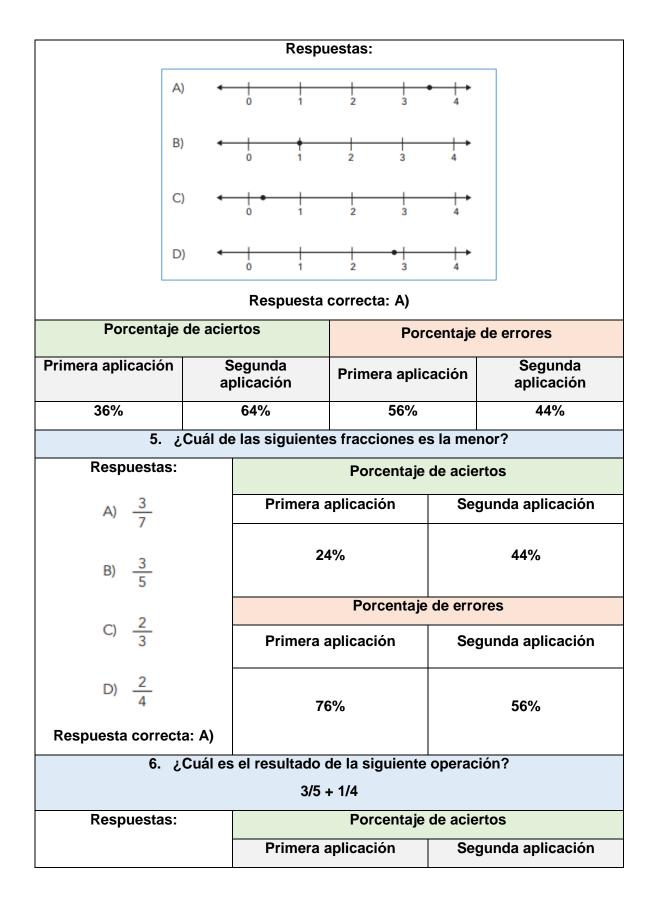
Respuestas:



Respuesta correcta: C)

Porcentaje	de aciertos	Porcentaje de errores		
Primera aplicación	Segunda aplicación	Primera aplicación	Segunda aplicación	
28%	72%	36%	64%	

4. ¿En cuál recta numérica se ubica correctamente el punto que corresponde a 7/2?



A) 4/5 B) 4/9	72%	76%		
. 9	Porcentaje	de errores		
C) <u>17</u> 20	Primera aplicación	Segunda aplicación		
D) <u>7</u>	28%	24%		
Respuesta correcta: C)				
	e una barra de chocolate y M porción comieron entre las d			
Respuestas:	Porcentaje	de aciertos		
A) <u>6</u> 20	Primera aplicación	Segunda aplicación		
B) <u>7</u>	32%	40%		
C) <u>3</u>	Porcentaje de errores			
5	Primera aplicación	Segunda aplicación		
D) <u>3</u>	68%	60%		
Respuesta correcta: B)				
	cargó tres pasteles y a cada Cuántos invitados fueron a			
Respuestas:	Porcentaje	de aciertos		
A) 8	Primera aplicación	Segunda aplicación		
B) 9	40%	40%		
C) 11	Porcentaje	de errores		
D) 24	Primera aplicación	Segunda aplicación		
Respuesta correcta: A)	60%	60%		

9. Cuatro amigos se repartieron unas gelatinas en partes iguales. A cada uno de ellos les tocó 3/4 de gelatinas y no sobró nada. ¿Cuántas gelatinas se repartieron?							
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·							
Respuestas:	Porcentaje de aciertos						
A) 7	Primera aplicación	Segunda aplicación					
B) 3	40%	40%					
C) 4	Porcentaje	de errores					
D) 1	Primera aplicación	Segunda aplicación					
Respuesta correcta: B)	60%	60%					
	rtieron cuatro salchichas en é porción de salchicha le toc						
Respuestas:	Porcentaje	de aciertos					
A) 1/5	Primera aplicación	Segunda aplicación					
B) <u>1</u>	48%	44%					
C) <u>4</u> 5	Porcentaje	de errores					
5) 5	Primera aplicación	Segunda aplicación					
D) $\frac{5}{4}$ Respuesta correcta: D)	52%	56%					
	o aumentó 50 % en el mes de corresponde con este aumer						
	Porcentaje	de aciertos					
Respuestas:	Primera aplicación	Segunda aplicación					
A) $\frac{50}{10}$	32%	48%					
B) 1/50							
50	Porcentaje	de errores					
	Primera aplicación	Segunda aplicación					

C) 1/2		
D) 2/1	68%	52%
Respuesta correcta: C)		

4.1.3.2 Análisis e interpretación de los resultados de la recopilación documental

La recopilación documental, a diferencia de otros instrumentos como los cuestionarios, permite ponerse en contacto con la realidad de los sujetos de estudio y profundizar en aspectos que pueden pasar desapercibidos. En este caso, al analizar diferentes documentos evaluativos se excluyen las subjetividades de los estudiantes respecto a lo que ellos consideran que saben o no sobre fracciones. Por tanto, los exámenes son una clara evidencia de los aprendizajes del grupo.

En el primer documento recopilado, Examen de la Segunda Evaluación de Matemáticas, se pusieron a prueba los siguientes contenidos temáticos sobre fracciones del Programa de Estudio 2011 de sexto grado (SEP, 2011):

- Lectura, escritura y comparación de números fraccionarios.
 Explicitación de los criterios de comparación. (Pregunta 1)
- Resolución de problemas aditivos con números fraccionarios, variando la estructura de los problemas. Estudio o reafirmación de algoritmos convencionales. (Pregunta 2 y 3)
- Resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios mediante procedimientos no formales. (Pregunta 4)

Estos contenidos corresponden al primer bloque, pero algunos de ellos se repiten a lo largo del ciclo, por lo que su dominio es indispensable para el logro de otros aprendizajes. De acuerdo con los resultados obtenidos, el 52% grupo tiene dificultades para resolver problemas que impliquen leer, escribir y comparar números fraccionarios. Lo cual significa que solo un 48% domina ese tema.

Aunque, el 52% de los estudiantes logró contestar correctamente la pregunta alusiva a las sumas y restas de fracciones con diferentes denominadores. Un 48% del grupo no fue capaz de resolver problemas aditivos. Asimismo, en la siguiente cuestión, también alusiva a los problemas aditivos, la cantidad de errores incrementó al 64%. Esto se puede atribuir a la implicación de otros conocimientos y habilidades como la conversión y simplificación de fracciones equivalentes, las cuales son difíciles de comprender cuando no se dominan la multiplicación y la división.

Por su parte, la pregunta concerniente a la resolución de problemas multiplicativos tuvo el 44% de aciertos y el 56% de errores. Una de las problemáticas observadas durante la resolución del problema, es la confusión entre los procedimientos de la multiplicación, comúnmente explicado como "directo" (denominador por denominador y numerador por numerador), y el de la suma con diferente denominador, que es "cruzado".

Para complementar lo anteriormente analizado, se realizó la siguiente tabla:

Tabla 13

PORCENTAJE DE ACIERTOS Y ERRORES POR REACTIVO DEL EXAMEN DE

LA SEGUNDA EVALUACIÓN.

Posición	Reactivo	Porcentaje de aciertos	Porcentaje de errores
1	2	52%	48%
2	1	48%	42%
3	4	44%	46%
4	3	36%	64%

En resumen, más de la mitad de los estudiantes de sexto grado, grupo "B" presentan dificultades al trabajar los aprendizajes esperados sobre: lectura, escritura y comparación de números fraccionarios; resolución de problemas aditivos con números fraccionarios; y la resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios.

Respecto al segundo documento recopilado, Evaluación Diagnóstica MEJOREDU, se evaluaron los siguientes contenidos temáticos sobre fracciones del Programa de Estudio 2011 de sexto grado (SEP, 2011):

- Lectura, escritura y comparación de números fraccionarios.
 Explicitación de los criterios de comparación (Pregunta 1, 2, 3 y 5).
- Resolución de problemas aditivos con números fraccionarios, variando la estructura de los problemas (Pregunta 6 y 7).
- Resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios mediante procedimientos no formales (Pregunta 8, 9, y 10).
- Ubicación de fracciones en la recta numérica en situaciones diversas (Pregunta 4).
- Conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa.
 Aproximación de algunas fracciones no decimales usando la notación decimal (Pregunta 11).

Cabe mencionar, que se hará mayor énfasis en los resultados de la segunda aplicación del examen para el análisis de la información, debido a que representa una fuente más confiable de información por ser más reciente y, al mismo tiempo, permite observar el avance o, en su caso, retroceso de los estudiantes respecto a la primera aplicación.

En cuanto al aprendizaje esperado de lectura, escritura y comparación de números fraccionarios, los estudiantes lograron mejorar en la representación gráfica de fracciones, obteniendo en el 60% de aciertos la pregunta 1, el 44%

en la pregunta 2 y 5. No obstante, la pregunta 3 presentó el menor porcentaje de aciertos, con tan solo un 36%.

Asimismo, en la pregunta correspondiente a la ubicación de fracciones en la recta numérica, el grupo mejoró considerablemente el porcentaje de aciertos, del 36% al 64%.

En las cuestiones alusivas a la resolución de problemas aditivos con números fraccionarios, gran parte de los alumnos demostraron dominio del tema, obteniendo el porcentaje de aciertos más alto del 72 %, correspondiente a la pregunta 6.

A su vez, en la resolución de problemas multiplicativos los alumnos se mantuvieron un nivel muy similar respecto a sus resultados iniciales, entre el 40% y el 44% de aciertos entre las tres preguntas correspondientes. Por lo que la multiplicación de fracciones, a pesar de ser un tema comprendido, aún no es dominado por la mayoría de alumnos y representa un área de oportunidad grupal.

Por último, la única interrogante relacionada con la conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa, el 48% de los estudiantes contestaron correctamente.

Para tener un mejor panorama de lo anteriormente analizado, se realizó la siguiente tabla:

PORCENTAJE DE ACIERTOS Y ERRORES POR REACTIVO DE LA
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA MEJOREDU.

Tabla 14

Posición	Prin	nera Aplica	ción	Segunda Aplicación		
	Reactivo	Aciertos	Errores	Reactivo	Aciertos	Errores
1	06	72%	28%	06	76%	24%

2	09	64%	36%	01	60%	40%
3	10	48%	52%	04	56%	54%
4	01	40%	60%	11	48%	52%
5	08	40%	60%	02	44%	56%
6	04	36%	64%	05	44%	56%
7	02	32%	68%	09	44%	56%
8	07	32%	68%	10	44%	56%
9	11	32%	68%	07	40%	60%
10	03	28%	72%	08	40%	60%
11	05	24%	76%	03	36%	68%

Los resultados permiten interpretar que la mayoría de los estudiantes son capaces de resolver problemas aditivos de forma correcta, por lo que no requieren demasiado apoyo en la realización de sumas y restas de fracciones con igual o diferente denominador.

Además, los alumnos pueden identificar gráficamente diferentes fracciones, siempre y cuando pertenezcan a un mismo conjunto de objetos, ya que enfrentan dificultades al agrupar diferentes objetos como parte un total, los cuales, representan una parte específica.

En definitiva, el grupo logró mejorar en la mayoría de aspectos, obteniendo menores porcentajes de errores en la segunda aplicación, lo cual es resultado del trabajo desarrollado dentro del aula durante 4 meses. Sin embargo, no debe pasar desapercibido que en el 72% de las preguntas el grupo tiene resultados menores al 50%, demostrando debilidades en aprendizajes como: la resolución de problemas multiplicativos; la ubicación de fracciones en la recta numérica; y la conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa.

A pesar de ello, es importante reflexionar sobre los factores que pudieron influir en los resultados de la primera aplicación, tales como las clases a distancia, los riesgos sanitarios y el regreso a clases después del confinamiento por la COVID-19. Por lo que, en tan solo unos meses de trabajo presencial fue posible disminuir el rezago de muchos aprendizajes fundamentales.

4.1.4 Discusión y triangulación de las categorías

La discusión y triangulación de las categorías es una técnica dentro de la investigación que permite mirar desde diferentes perspectivas la información, para contrastarla y compararla, efectuando un control cruzado entre las diferentes fuentes de información y posibilitando de esta manera, una visión integral del fenómeno de estudio.

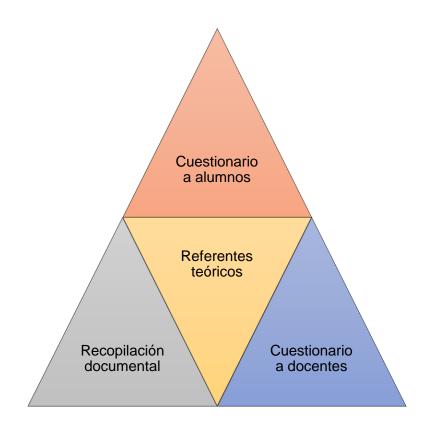
De acuerdo con Aguilar, et al. (2015), la triangulación de datos "hace referencia a la utilización de diferentes estrategias y fuentes de información sobre una recogida de datos permite contrastar la información recabada" (p. 2).

Al realizar el análisis de la información se dio apertura a la triangulación de los instrumentos aplicados, objetivos y preguntas de investigación, para la realización de las conclusiones.

Esta etapa es fundamental para ratificar la información recolectada, de ahí que, en este apartado se debe realizar un análisis reflexivo y profundo de los resultados obtenidos en los cuestionarios de alumnos del sexto grado, grupo "B", los cuestionarios a docentes frente a grupo de la institución y la recopilación documental de diferentes exámenes. Los cuáles serán sometidos a la revisión desde la postura de diferentes teóricos especializados en las fracciones y su aprendizaje.

TRIANGULACIÓN DE LAS CATEGORÍAS DE LA INVESTIGACIÓN

Figura 1



La investigación realizada en la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz" se ha desarrollado con la finalidad de llevar a cabo el proceso de construcción y reconstrucción de los elementos teóricos-metodológicos que permitan conocer y describir las principales dificultades enfrentadas en el aprendizaje de fracciones de los estudiantes de sexto grado, grupo "B" para reflexionar sobre la importancia de atender las necesidades y áreas de oportunidad del grupo.

La presente triangulación retoma los datos obtenidos en los instrumentos aplicados:

 Triangulación de datos (cuestionarios y recopilación documental): Este proceso se realizó a través de un dialogo permanente entre toda la información recopilada en los mismos, contrastando lo que los alumnos y docentes creen con los resultados arrojados de las evaluaciones.

- Sujetos investigados (docentes-alumnos): La investigación utilizó el método etnográfico, por lo cual se mantuvo una constante conversación con los participantes para intercambiar ideas, opiniones y creencias apegadas al objeto de estudio.
- Triangulación de la teoría: Se contrastaron diferentes aportaciones teóricas y metodologías que permitieron analizar diversos aspectos que influyen en el aprendizaje de fracciones, así como reflexionar sobre la importancia de fortalecer los procesos educativos a través de la atención de las necesidades y áreas de oportunidad de los estudiantes.

Las preguntas planteadas fueron encaminadas para alcanzar el objetivo general de la investigación, relacionado con la descripción de las principales dificultades enfrentadas por los estudiantes en el aprendizaje de fracciones. Lo cual permitió intervenir en el campo de estudio y sustentar la información con los instrumentos aplicados a docentes y alumnos.

Durante los últimos años se ha profundizado sobre la importancia del aprendizaje de fracciones en educación básica como factor importante para formar personas con "diferentes conocimientos y habilidades indispensables para construir nuevos conocimientos, resolver problemas de manera autónoma, buscar soluciones creativas, comunicar información matemática, manejar diferentes técnicas y validar resultados" (SEP, 2011). Por ello, resulta una verdadera necesidad identificar las deficiencias que obstaculizan el aprendizaje de los estudiantes y ponen en riesgo el logro escolar.

En este sentido, con la presente triangulación se analizan las dificultades enfrentadas por los estudiantes en el aprendizaje de fracciones, pues a partir

de los datos recolectados de los alumnos y docentes entrevistados es posible examinar la manera en que influyen en el desempeño escolar.

El proceso de categorización surge a partir de los objetivos establecidos en la presente investigación enfatizando en:

- I. Las fracciones y el aprendizaje.
- II. Las fracciones y sus dificultades en educación primaria.

Lo que refiere a los instrumentos aplicados, la entrevista a los alumnos y docentes se fundamentó principalmente de preguntas abiertas y solo una pregunta de clasificación o raking, y la recopilación documental se enfocó en los documentos evaluativos más significativos y de los cuales se estuvo presente durante su realización, mismos que fueron descritos y analizados de manera anónima para obtener los resultados descritos anteriormente.

I. Las fracciones y el aprendizaje

Respecto a esta categoría, los alumnos entienden a las fracciones como la parte de un todo o entero, la cual debe ser dividida en partes iguales. Aludiendo a la noción de fracción como "fracturador", pues destacan la acción de dividir algo de forma equitativa. Cabe mencionar, que muy pocas de las respuestas resaltan su uso como magnitud o cantidad. Por lo que la noción de fracción como "comparador" es muy implícita para los estudiantes de educación primaria, ya que a pesar de que las fracciones se trabajan en multiplicidad de contextos a lo largo de los contenidos curriculares, no son capaces de utilizar esas funciones en su conceptualización (Freudenthal, 1983).

Los alumnos conceptualizan a las fracciones desde los constructos de relación parte-todo, medida y cociente (Kieren, 1976), debido a que las respuestas de los instrumentos describen y demuestran que son capaces de: escribir y leer números fraccionarios; dividir un entero en partes iguales, de manera simbólica o gráfica; y resolver problemas aditivos con igual o

diferente denominador. Esto quiere decir, que ellos, a pesar no de no manifestarlo de manera escrita en sus respuestas, tienen implícitas las nociones de fracción como un todo subdivido en partes iguales, a las cuales se les puede atribuir diferentes valores, o bien, ser utilizadas como la solución a problemas de repartición equitativa.

Asimismo, los alumnos de sexto grado representan las fracciones con el apoyo y el uso de figuras geométricas, gráficas y objetos cotidianos como pasteles, pizzas y hojas de papel. Lo cual coincide la conceptualización de fracción bajo la idea o constructo de relación parte-todo. Este tipo de representaciones suele quitarle el valor numérico de los números fraccionarios, debido a que los estudiantes observan un todo que debe ser divido en porciones iguales, o en su caso, colorear las partes solicitadas, las cuales son carentes de magnitud. En consecuencia, cada una de las fracciones no es vista como un número con el cual se pueden realizar operaciones aritméticas, sino que solo es una porción simbólica del total.

De acuerdo con Salazar, M., et al. (2011):

El aprendizaje de las fracciones bajo un solo constructo, no solo impide que los estudiantes construyan el concepto de fracción como un número racional, sino que los maestros o docentes piensan que el escolar sí ha sido capaz de desarrollar el concepto, bajo la concepción parte-todo, incluso ha establecido relaciones equivalencia y orden, - operaciones –significado y algoritmos-, lo que puede llegar a concluir que el estudiante está capacitado para trasladar dicha comprensión y destreza a interpretaciones y contextos diferentes. (p. 43)

La idea que se tenga desarrollada de fracción es fundamental para la comprensión de nuevos contendidos y la adquisición de diferentes modos de pensamiento al momento de trabajar con objetos matemáticos para dotarlos de significado y ser capaces de utilizarlos para la solucionar problemas,

debido a que "las fracciones son importantes en el currículo escolar obligatorio, su importancia radica fundamentalmente en la capacidad de desarrollar una gran diversidad de competencias cognitivas en los sujetos en edad *escolar*" (Streefland, 1991 como se citó en Salazar, M., et al., 2011, p. 41).

Con base en Sierpinska (2000), existen diferentes modos de pensamiento, los cuales se encuentran interrelacionados entre sí y son progresivos, es decir, el avance en los aprendizajes de los estudiantes les permitirá adquirir nuevos conocimientos y habilidades. El modo de pensamiento sobre el aprendizaje de fracciones, corresponde al segundo Nivel Analítico-aritmético, el cual coincide con la edad de 12 años de los estudiantes. En el cual, ya han tenido diferentes acercamientos con el concepto de fracción a través de la percepción visual y gráfica en tercer y cuarto año de primaria, por lo que en quinto y sexto grado se comienza a ver las fracciones más allá de la relación parte-todo y los alumnos son capaces de emplearlas en diferentes situaciones de reparto, proporción, razón, división y multiplicación.

Conocer la forma en que los estudiantes comprenden, utilizan e incluso piensan las fracciones es fundamental para conocer sus capacidades respecto al tema, debido a que los mismos niveles de aprendizaje condicionan el logro de otros aprendizajes. El aprendizaje de fracciones es gradual y exige la consolidación de una serie de conocimientos y habilidades básicas que favorecen la comprensión de nuevos temas, por lo que las principales dificultades se desprenden principalmente por la limitada o empobrecida conceptualización de fracción.

II. Las fracciones y sus dificultades en educación primaria

Lo que refiere a esta categoría, se toman como principales referentes las aportaciones de las entrevistas docentes y los datos recolectados de las evaluaciones analizadas, las cuales difieren en algunos puntos con las

respuestas de las entrevistas de los estudiantes. Por ello, es importante contrastar la información obtenida y describir de manera objetiva las dificultades identificadas en el aprendizaje de fracciones.

Desde la perspectiva de los propios alumnos, son capaces de: leer, escribir y comparar fracciones; representarlas gráficamente; resolver problemas de suma y resta con el mismo o diferente denominador; y resolver problemas multiplicativos. Otros temas en los cuales la mayoría del grupo no necesita apoyo, pero aún no dominan, son: convertir fracciones a números decimales; realizar equivalencias; dividir en partes iguales una recta; y ubicar números racionales en la recta numérica. Mientras que las principales dificultades aluden a la resolución de problemas de división y la identificación de una fracción entre dos fracciones dadas.

Por otro lado, los profesores y los resultados de las evaluaciones coinciden en algunas fortalezas de los estudiantes, como: resolver problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador; leer, escribir y comprar fracciones; representar fracciones gráficamente; y convertir fracciones a decimales.

De acuerdo con las aportaciones de Kieren (1976), el aprendizaje de los alumnos de sexto grado, grupo "B", han superado el Nivel I (más bajo), y se encuentran transitando al Nivel II (intermedio), por lo que las nociones de partición, equivalencia y la formación de la unidad son la base para desarrollar nuevos conocimientos y habilidades como lo son las ideas de fracción como medida, cociente, razón y operador multiplicativo.

No obstante, la idea de estos números como razón y operador multiplicativo aún no se dominan del todo, por lo que es común observar errores en la resolución de problemas multiplicativos; la conversión de fracciones a decimal y viceversa; la ubicación de una fracción entre dos fracciones dadas; y la localización en la recta numérica.

Los docentes señalan que para comprender el tema de estos números racionales son indispensables algunos conocimientos y habilidades básicas como las nociones de fracción y sus elementos, las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), la estimación, el cálculo mental y la resolución de problemas. Del mismo modo, los estudiantes resaltan la importancia de la multiplicación para comprender diferentes contenidos como la realización de equivalencias y la simplificación de fracciones, la transformación de números fraccionarios a decimales, e inclusive las mismas operaciones básicas con estos números.

Comprender fracciones es una de las más importantes habilidades que deben desarrollarse en el plan de estudios de matemática y es esencial para comprender el álgebra, la geometría y otras áreas de la matemática. Sin embargo, las fracciones han demostrado ser muy difíciles de entender para la mayoría de estudiantes del mundo. (Fazio, L., y Siegler, R., 2010, p. 3)

En educación primaria existen diversas dificultades que obstaculizan el desarrollo de conocimientos y habilidades relacionadas con las fracciones, las cuales no deben ser ignoradas y desapercibidas por los docentes. Por lo que conocerlas es indispensable para mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes y disminuir la deserción escolar.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES, SUGERENCIAS

La investigación científica es un procedimiento de reflexión que funciona a partir de un orden sistemático, durante el cual se aplican rigurosamente un conjunto de métodos y técnicas con el fin de incrementar, proponer o desarrollar nueva información sobre un ámbito o tema determinado. Asimismo, el conocimiento científico sirve como referencia para establecer conclusiones, recomendaciones, sugerencias y nuevas investigaciones.

El desarrollo de la investigación se llevó a cabo desde un enfoque cualitativo, empleando a su vez el método etnográfico, el cual permitió la descripción de la cotidianidad y los comportamientos de maestros y alumnos en el contexto escolar. Lo que permitió conocer la realidad educativa y profundizar en la problemática identificada (Dificultades enfrentadas en el aprendizaje de fracciones por los estudiantes de sexto grado de primaria) gracias a la constante observación y participación con el grupo durante largos períodos de tiempo, permitiendo obtener información relevante y veraz sobre el fenómeno estudiado.

A continuación, se esbozan las conclusiones y recomendaciones, las cuales fueron construidas a partir de la información proporcionada por los participantes del presente estudio y la consulta de referentes teóricos.

5.1 CONCLUSIONES

Para elaborar las conclusiones se tomaron como referencia los objetivos propuestos, así como el análisis de las categorías, referentes teóricos y metodológicos desarrollados en la presente investigación.

En lo que refiere al objetivo general, se concluye que las principales dificultades enfrentadas en el aprendizaje de fracciones de los estudiantes de sexto grado, grupo "B" de la Escuela Primaria "Dr. Gustavo Baz" durante el ciclo escolar 2021-2022, son las siguientes:

- Resolución de problemas multiplicativos.
- Conversión de número fraccionario a decimal y viceversa.
- Ubicación de una fracción entre dos fracciones dadas.
- Realización de equivalencias e identificación del múltiplo común.
- Ubicación de fracciones en la recta numérica.
- Resolución de problemas de división.

Respecto a la resolución de problemas multiplicativos, los alumnos presentan principalmente los errores por confundir el algoritmo de la multiplicación con el de la suma de fracciones con diferente denominador, por lo que es muy común escuchar dentro del salón de clases expresiones como: "¿es la que se hace cruzada o directa?". Demostrando una gran inseguridad sobre cómo se realiza la multiplicación de fracciones, necesitando de la constante afirmación sobre el procedimiento por parte del maestro.

Cabe destacar, que el poco dominio de las tablas de multiplicar es una deficiencia que predomina en los estudiantes, lo cual se refleja en los errores de procedimientos, operaciones y resultados. Por lo que, resulta indispensable la consolidación de estas habilidades básicas para optimizar el desempeño de los estudiantes.

Sobre la conversión de fracciones a números decimales, la problemática más común dentro del aula fue identificar qué parte de la fracción (denominador y numerador) corresponden al dividendo y divisor, provocando diferentes errores en los resultados. Este aprendizaje tiene una amplía relación con la realización de equivalencias y simplificación de fracciones, el cual también se les dificulta a los discentes.

Durante la observación e interacción con el grupo, fue posible observar errores derivados de la confusión del divisor y dividendo en la realización de divisiones, es decir, invertían el lugar de dichos números y, por ende, obtenían resultados incorrectos. Este tipo de dificultades demuestran que los estudiantes no se toman el tiempo necesario para observar el número fraccionario e identificar los elementos de la división y utilizar sus conocimientos sobre fracciones propias e impropias para verificar de manera intuitiva los resultados.

Los problemas con las multiplicaciones y las divisiones provocaron dificultades para la ubicación de una fracción entre dos fracciones dadas. Esto se debe principalmente a que los alumnos están acostumbrados a trabajarlas como simples porciones de un todo, por lo que, al momento de enfrentarse a un problema que les exija comparar numéricamente dos fracciones no comprenden las operaciones que se deben realizar.

Gran parte de los errores y dificultades identificadas se desprenden de los conocimientos conceptuales de fracción que tienen los estudiantes, siendo la relación parte-todo la más predominante y, a su vez, limitante. Fazio, L., y Siegler, R. (2010) sostienen que, para profundizar en el conocimiento de todos los constructos de fracción es necesario desarrollar su conceptualización más allá de la tradicional fragmentación de un todo en porciones iguales, y abarcar a estos números como cantidades, magnitudes físicas y operadores aritméticos.

La comparación de números fraccionarios es un contenido que alude a la conceptualización de fracción como medida y razón, pues se le atribuye un valor numérico que debe ser comparado en relación a otro para localizar un valor intermedio. No obstante, también se ve obstaculizado por las deficiencias arrastradas en las operaciones multiplicativas y divisoras, las influyen en la realización de equivalencias y simplificaciones.

Las dificultades identificadas revelan que el aprendizaje de los números fraccionarios es un proceso complejo, que requiere la comprensión de diversos constructos que están involucrados en el concepto de fracción. Respecto a esto, Vergnaud, G. (1983) menciona que, las problemáticas enfrentadas durante la enseñanza y aprendizaje de fracciones corresponden a la reorganización de estructuras. Es decir, los alumnos aún no comprenden las características particulares de los números racionales y cometen errores al querer realizar las operaciones aritméticas al igual que los números enteros.

Uno de los temas más difíciles de aprender sobre fracciones es la ubicación en la recta numérica y la realización de divisiones. Esto se atribuye a que ambos temas aluden a los constructos de fracción como medida y cociente, los cuales no son comprendidos por la mayoría de los alumnos.

Butto, C. (2013) argumenta que: "el entendimiento de fracciones como partes de un todo no posibilita el entendimiento adecuado del concepto y crea una dependencia con los objetos concretos" (p. 34). Por lo que, el predominio del constructo parte-todo en el contexto escolar influye en el aprendizaje de nuevas nociones y limita a los alumnos a determinados conocimientos y habilidades.

En consecuencia, las principales dificultades por parte de los alumnos corresponden a aquellos contenidos que implican los constructos de fracción como medida, cociente, razón y operador multiplicativo (Kieren, 1980), las

cuales no se encuentran del todo desarrolladas por diferentes factores, entre ellos la edad, la falta de conocimientos previos, y la deficiencia en las operaciones básicas, principalmente la multiplicación y la división, aunado al retroceso provocado por la pandemia, los estudiantes no han logrado avanzar del Modo de Pensamiento Analítico-aritmético al Analítico-estructural. (Sierpinska, 2000).

En relación con el objetivo específico de la investigación, los docentes consideran que para que los estudiantes logren consolidar los aprendizajes esperados sobre fracciones son indispensables ciertas habilidades y conocimientos básicos como la noción de fracción y sus elementos básicos, los cuales se comienzan a abarcar en el currículo escolar desde tercer grado de primaria y su dificultad va aumentando de manera gradual en los grados posteriores, siendo sexto grado el que exige más conocimientos previos. Asimismo, se destaca la importancia del dominio de las operaciones básicas con números naturales, la interpretación de gráficos o figuras y la resolución de problemas matemáticos.

Los materiales didácticos utilizados por el colectivo docente principalmente corresponden a los *Modos de Representación: Concreta y Gráfica* (Vásquez, L., y Cubides, F., 2011), tales como monedas, listones, frutas, hojas, láminas, ilustraciones y videos etc., los cuales están ampliamente relacionados con el desarrollo de las ideas parte-todo y medida de las fracciones, debido a que se busca que los estudiantes visualicen y perciban el concepto de fracción en diferentes situaciones de la vida cotidiana a través de representaciones con materiales tangibles o manipulables y gráficos.

Por su parte, los *Materiales Simbólicos* implementados permiten reforzar y contrastar lo previamente asimilado y abordar nuevas nociones de fracción a través de ejercicios y problemas que impliquen utilizar los aprendizajes previos en diferentes situaciones. Entre los recursos más utilizados, se encuentra el libro de Desafíos Matemáticos. El cual aborda todos los

aprendizajes esperados sobre fracciones señalados por el Plan de Estudios 2011.

Respecto al uso de materiales, Butto, C. (2013) afirma que:

Es importante diversificar los soportes de representación y las diferentes representaciones de un mismo concepto matemático, con el objetivo de que los estudiantes desarrollen ideas conceptualmente más elaboradas para que puedan acceder a ideas más poderosas dentro de las matemáticas escolares. (p. 44)

En los procesos de aprendizaje no influyen únicamente las nociones de los estudiantes, sino que también existen otros factores como la intervención docente. No obstante, la enseñanza de fracciones no debe condicionarse a ciertos constructos de fracción que limitan su conceptualización.

De acuerdo Reséndiz, E. y González, C. (2018), es importante que los docentes no se limiten a la enseñanza de fracciones únicamente haciendo ejemplos en el pizarrón, debiendo considerar la utilización de material concreto, que permita a los estudiantes el enriquecimiento de la noción de fracciones. Para lo cual, es preciso plantear actividades más cercanas al contexto de los estudiantes, que resulten más significativas, ayudándoles a comprender la función de cada constructo de éstas.

Los docentes reconocen que los estudiantes muestran cierta disposición para el aprendizaje de contenidos como: la lectura, escritura y comparación de fracciones; y la resolución de problemas de suma y resta de fracciones, con el mismo y diferente denominador. Dichas fortalezas coinciden con los constructos de relación parte-todo y medida, los cuales son los más predominantes en las actividades escolares.

De manera paralela, las debilidades señaladas aluden a los constructos de fracción como cociente, razón y operador multiplicativo, las cuales son las menos trabajadas de manera didáctica por los maestros. Sin embargo, el

colectivo atribuye las dificultades mencionadas a la falta de interés y motivación los alumnos.

Kieren (1980) sostiene que, para el conocimiento integral del concepto de fracción, es indispensable comprender cada constructo de fracción y cómo se interconectan. Por tal motivo, es necesario promover el aprendizaje de éstos con diversos recursos y actividades que permitan al estudiante comprender la multiplicidad de funciones y relaciones que tienen las fracciones.

Sin duda alguna, los contenidos temáticos sobre fracciones suelen ser complicados de abarcar, ya que exigen diferentes conocimientos y habilidades que en muchas ocasiones no son dominadas por todo el grupo, lo cual obstaculiza el aprendizaje de los alumnos.

Por último, como resultado de la investigación y de la consulta de los referentes teóricos, organicé los contenidos temáticos y aprendizajes esperados sobre fracciones según sus niveles de complejidad. Esto con la finalidad favorecer el aprendizaje integral del concepto de fracción, y, a su vez, proporcionar una mejor perspectiva sobre el desarrollo de cada constructo en los diferentes niveles y modos de pensamiento.

Tabla 15

ORGANIZACIÓN DE CONTENIDOS PARA EL DESARROLLO INTEGRAL DEL

CONCEPTO DE FRACCIÓN

Contenido temático (SEP, 2011)	Constructos intuitivos (Kieren, 1980)	Niveles de Pensamiento (Kieren, 1976)	Modos de Pensamiento (Sierpinska, 2000)
Lectura, escritura y comparación de números fraccionarios. Explicitación de los criterios de comparación.	Relación parte- todo.	Nivel I (Más bajo).	Pensamiento Sintético- geométrico.

Resolución de problemas aditivos con números fraccionarios, variando la estructura de los problemas. Estudio o reafirmación de los algoritmos convencionales.	Fracción como medida.	Nivel II (Intermedio).	Pensamiento Analítico- aritmético.
Resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios mediante procedimientos no formales.	Fracción como medida.	Nivel II (Intermedio).	Pensamiento Analítico- aritmético.
Ubicación de fracciones en la recta numérica en situaciones diversas.	Fracción como medida y razón.	Nivel II (Intermedio).	Pensamiento Analítico- aritmético.
Identificación de una fracción entre dos fracciones dadas.	Fracción como medida y razón.	Nivel II (Intermedio).	Pensamiento Analítico- aritmético.
Conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa. Aproximación de algunas fracciones no decimales usando la notación decimal.	Fracción como medida y cociente.	Nivel II (Intermedio).	Pensamiento Analítico- aritmético.
Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con números fraccionarios que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales. Construcción de sucesiones a partir de la regularidad.	Fracción como cociente.	Nivel III (Medio).	Pensamiento Analítico- estructural.
Resolución de problemas que impliquen calcular una fracción de un número natural, usando la expresión "a/b de n".	Fracción como cociente y operador multiplicativo.	Nivel III (Medio).	Pensamiento Analítico- estructural.
Determinación de divisores o múltiplos comunes a varios números. Identificación, en casos sencillos, del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.	Fracción como operador multiplicativo.	Nivel III (Medio).	Pensamiento Analítico- estructural.
Resolución de problemas que impliquen una división de número fraccionario o decimal entre un número natural.	Fracción como cociente.	Nivel III (Medio).	Pensamiento Analítico- estructural.

Nota: Elaboración propia.

Conocer la distribución de los aprendizajes esperados es responsabilidad de todos los docentes, debido a que permite planificar las clases y diseñar las actividades correspondientes. Sin embargo, existen contenidos que exigen conocer más allá de lo que el plan de estudios señala, como lo son las fracciones.

Los contenidos temáticos sobre fracciones de sexto grado están organizados de manera gradual. Por lo que, es posible observar la forma en que los diferentes constructos sobre fracción se van trabajando en diferentes momentos de manera interrelacionada, lo cual contribuye a su aprendizaje integral.

Asimismo, es importante tener en cuenta, que determinar los niveles y modos de pensamiento es algo complicado, debido a que es necesario identificar los conocimientos previos de los estudiantes y analizar la forma en que los utiliza para solucionar nuevos problemas. No obstante, el currículo escolar de sexto grado exige el dominio de determinados aprendizajes, a partir de los cuales es posible aproximar el nivel y modo de pensamiento necesario para el desarrollo adecuado de los contenidos temáticos.

Cabe recordar, que los niveles y modos de pensamiento no se encuentran aislados entre sí, si no que, están interrelacionados y se van desarrollando de forma progresiva. Es decir, para acceder a un nivel más avanzado es necesario contar con los conocimientos y habilidades previas, de forma que los aprendizajes se van acumulando y adquiriendo simultáneamente.

En este sentido, profundizar en las diferentes formas que subyacen el concepto de fracción y los niveles de aprendizaje que existen, posibilita a los docentes conocer más sobre estos números tan complejos y la multiplicidad de concepciones y usos que tienen. Permitiendo de esta manera, reorientar la práctica docente para atender las dificultades de los estudiantes.

Las dificultades más allá de ser vistas como debilidades, los docentes deben considerarlas áreas de oportunidad que deben ser atendidas para garantizar el máximo logro de los aprendizajes esperados. Debido a que, las fracciones son un aprendizaje fundamental dentro del currículo escolar, es decir, son indispensables para el logro del perfil de egreso y el desarrollo de competencias en los estudiantes.

5.2 RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS

Las fracciones son uno de los contenidos que más dificultades presentan en su aprendizaje los estudiantes de educación básica. A pesar de ello, no es algo imposible de enseñar. Los docentes deben buscar la forma de atender las necesidades del grupo y seleccionar las estrategias más adecuadas para favorecer el dominio integral de los números fraccionarios.

Por lo que, resulta imprescindible destacar algunas recomendaciones y sugerencias que surgen del análisis de la información recolectada y de las conclusiones finales de la investigación.

- La conceptualización de fracción implica la comprensión de diferentes constructos (relación parte-todo, medida, cociente, razón y operador multiplicativo) que se interrelacionan entre sí y dan sentido a la multiplicidad de funciones que tienen los números fraccionarios.
- El constructo de fracción como parte-todo es el más predominante en educación primaria. Sin embargo, cuando no se diversifica la manera en que se pueden representar las fracciones, los alumnos se acostumbran a determinado ejemplo o situación, generando dificultades cuando se enfrenten a un problema que les exija trabajar con una nueva representación.
- Todos los alumnos tienen nociones del concepto de fracción, por lo es importante rescatar sus conocimientos previos para poder utilizar

- ejemplos y situaciones de su contexto para desarrollar nuevos constructos.
- Se recomienda trabajar diferentes sinónimos sobre la acción de dividir para incrementar el lenguaje común sobre fracciones, tales como: fracturar, partir, cortar, fraccionar, repartir, seleccionar, segmentar, distribuir, etc. Además, esto permite que los alumnos aprendan nuevos términos que aluden a las fracciones y las identifiquen de mejor manera en diferentes contextos.
- El aprendizaje de fracciones bajo un solo constructo dificulta la comprensión de nuevos contenidos, los cuales se tornan incomprensibles para los alumnos cuando la única noción de fracción desarrollada no es aplicable a la situación exigida.
- Los contenidos temáticos que más dificultades presentan los alumnos de sexto grado son: resolver problemas multiplicativos; convertir números fraccionarios a decimales y viceversa; ubicar una fracción entre dos fracciones dadas; realizar equivalencias e identificar el múltiplo común; ubicar fracciones en la recta numérica; y resolver problemas de división.
- Las principales dificultades se derivan de la falta de desarrollo de los diferentes constructos. Por lo que, es importante conocer en qué momento se están abordando a lo largo de los diferentes temas, para poder introducir o recordar la noción de fracción correspondiente.
- Otras dificultades que no deben pasar desapercibidas, son las deficiencias que los estudiantes puedan tener sobre operaciones aritméticas, como el poco dominio de los algoritmos de la multiplicación y división que representan una limitante en el aprendizaje de fracciones.
- Es indispensable conocer las aportaciones de Kieren (1980),
 Freudenthal (1983), Streefland (1991) y Sierpinska (2000) para comprender la forma en que se desarrolla el concepto de fracción, sus

- funciones y características. Así como los niveles y modos de pensamiento existentes durante su aprendizaje, los cuales influyen en la adquisición de nuevos conocimientos y habilidades.
- Las dificultades en el aprendizaje de fracciones es un tema de gran relevancia, el cual ha sido profundizado a lo largo de la última década por diversos investigadores educativos de México y otros países, como Valdemoros, M. (2010), Fazio, L., y Siegler, R. (2010), Salazar, M., Martinic, S., y Maz, A. (2011), Castro, E., y Rico, L. (2011), Rojas, N., y Flores, P. (2011), Méndez, D., y Peña, P. (2011), Valencia, I. (2013), Butto, C. (2013), Capilla, R. (2016), Reséndiz, E., y González, C. (2018). Los cuales se recomienda revisar para reflexionar sobre el reto que implica enseñar y aprender estos números en diferentes niveles educativos.

5.3 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Como toda investigación, al finalizarla se contribuye a resolver algunas incógnitas sobre la problemática abordada, pero, al mismo tiempo, genera nuevas preguntas, o bien, nuevas rutas de trabajo.

En este apartado se presentan algunas líneas de investigación que pueden ser objeto de interés, atendiendo al trabajo expuesto en la presente tesis, las cuales son:

La principal línea de investigación reside en que, sería deseable realizar una propuesta didáctica que favorezca el desarrollo integral del concepto de fracción. Es decir, una serie de actividades y recursos que consideren todos los constructos y sus niveles de aprendizaje, para conocer si de esta manera se disminuyen o eliminan las dificultades que enfrentan los alumnos en su aprendizaje.

- Queda abierta la posibilidad de organizar todos los contendidos temáticos sobre fracciones de tercer, cuarto, quinto y sexto de primaria a partir de los constructos que se favorecen y analizar la forma en que se desarrollan los niveles de pensamiento de manera gradual en cada grado. Así como reflexionar sobre la pertinencia de los aprendizajes esperados en los programas de estudio vigentes.
- Otra necesidad que surge, es profundizar en las formas de enseñanza de los maestros y el impacto que tienen en la conceptualización de fracción de los estudiantes. De igual manera, investigar sobre las prácticas docentes más significativas, para analizar los elementos y factores que intervienen en el aprendizaje de fracciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abreu, O., Gallegos, M., Jácome, J., y Martínez, R. (2017). La Didáctica: Epistemología y Definición en la Facultad de Ciencias Administrativas y Económicas de la Universidad Técnica del Norte del Ecuador (pp. 81-92). Ecuador: Formación Universitaria.
- Alliaud, A. y Antelo, E. (2009). Los gajes del oficio. Enseñanza, pedagogía y formación. Aique Grupo Editor S.A., Buenos Aires.
- Arias, J., y Maza I., (2008). Aritmética y Álgebra. En Carmona Rodríguez, Manuel; Díaz Fernández, Francisco Javier, eds. Matemáticas 1. Madrid: Grupo Editorial Bruño, Sociedad Limitada.
- Broitman, C. (2013). Didáctica de la matemática. Universidad Nacional de La Plata.
- Butto, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes (pp. 33-45). Horizontes Pedagógicos 15(1). México: Universidad Pedagógica nacional Ajusco. https://horizontespedagogicos.ibero.edu.co/article/view/403
- Calderón, D., y Quiroz, C. (2018). Las fracciones y sus usos desde la teoría modos de pensamiento. Trabajo de Maestría. Colombia: Universidad de Medellín. Facultad de Ciencias Sociales y Humanas.
- Capilla, R. (2016). Habilidades cognitivas y aprendizaje significativo de la adición y sustracción de fracciones comunes (pp. 49-62). Cuadernos de Investigación Educativa, 7(2).
- Castelnuovo, E. (1970). Didáctica de las Matemáticas. México: Trillas.
- Castro, E. y Rico, L. (2011). Significados de las fracciones evidenciados por maestros en formación inicial. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación

- Matemática 2011 (pp. 49-58). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Centro para la Innovación y Desarrollo de la Educación a Distancia. (s.f.). 1° E.S.O. Matemáticas. CIDEAD.
- Cifuentes, W. (2011). Propuesta y enseñanza para el aula: ecuaciones y modelos. Tesis de Maestría no publicada. Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.
- Cortés, M., e Iglesias, M. (2004). Generalidades sobre Metodología de la Investigación. México: Universidad Autónoma del Carmen.
- Creswell, J. W. (1998). Qualitative inquirí and reaserch design. Chossing among five traditions. Thousand Oaks, CA. Sage publications.
- Díaz, F. (1998). Una aportación a la didáctica de la historia. La enseñanzaaprendizaje de habilidades cognitivas en el bachillerato. Perfiles Educativos. México: Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación Distrito Federal.
- Fazio, L. y Siegler, R. (2010). Enseñanza de las fracciones. Series Prácticas Educativas-22. UNESCO: Academia Internacional de Educación y Oficina Internacional de Educación.
- Freudenthal, H. (1983). Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Matemática educativa.
- Gómez Vargas, M., Galeano Higuita, C. y Jaramillo Muñoz, D. A. (2015). El estado del arte: una metodología de investigación (pp. 423-442). Revista Colombiana de Ciencias Sociales.
- Gutiérrez, L. (2009). Didáctica de la matemática para la formación. Colección Pedagógica Formación Inicial de Docentes Centroamericanos de Educación Básica. Países Bajos: Cultural Centroamericana.

- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014).

 Planteamiento cuantitativo del problema. En Metodología de la Investigación (6ª ed., pp. 34-43). México: McGraw-Hill.
- Instituto Mexicano para la Competitividad. (2021). El rezago educativo pone en riesgo a una generación de estudiantes. https://imco.org.mx/el-rezago-educativo-pone-en-riesgo-a-una-generacion-de-estudiantes/
- Kieren, T. (1976). Sobre los fundamentos cognitivos e instruccionales matemáticos del número racional. Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Kieren, T. (1980). Las construcciones de números racionales. Sus elementos y mecanismos. Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Luna, J., Recalde, J., y Hernández, I. (2015). Estrategia Didáctica: Una competencia docente en la formación para el mundo laboral. Colombia: Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, vol. 11, núm. 1.
- Medina Serrano, J. (2008). Números racionales. España: La Güeb de Joaquín.
 http://joaquin.medina.name/web2008/documentos/divulgacion/matema
 ticas/2008-09-27 NumeroRacional.html
- Mendes, D. y Peña, P. (2011). Efectos de la Aplicación de Estrategias Metacognitivas en el Rendimiento de los Estudiantes de 5to Grado al Realizar Operaciones con Números Racionales. Revista de Investigación, 35 (73).
- Monereo, C. (1997). La construcción del conocimiento estratégico en el aula. En Ma. L. Pérez Cabaní, La enseñanza y el aprendizaje de estrategias desde el currículum (Pp. 21-34). Gerona: Horsori.
- Oteyza de Oteyza, E. (2000). Álgebra. Pearson Educación.

- Parra, C. y Saiz, I. (1994). Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones. Argentina: Paidós Educador.
- Parraguez, G. (2012). Teoría los Modos de Pensamiento. Didáctica de la Matemática. Instituto de Matemáticas -PUCV. Chile.
- Perera, P., y Valdemoros, M. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. Educación Matemática, vol. 21, núm. 1. http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n1/v21n1a3.pdf
- Pérez, M., Rincón, E. y Domínguez, A. (2012). La visualización y el aprendizaje colaborativo en la enseñanza de fracciones. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 25 (pp. 717-725). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Real Academia Española. (2001). Fracción. Diccionario de la Lengua Española.
- Reséndiz, E. y González, C. (2018). Enseñanza de fracciones en tercer grado de primaria: Análisis del discurso y prácticas pedagógicas. Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades, SOCIOTAM, vol. XXVIII, núm. 1 (pp.109-138). México: Universidad Autónoma de Tamaulipas. https://www.redalyc.org/journal/654/65457048006/html/
- Reyes, K., (2020). Diferencias entre la pedagogía y la didáctica. UTEL Blog Universidad. https://www.utel.edu.mx/blog/dia-a-dia/retos-profesionales/diferencias-entre-la-pedagogia-y-la-didactica/
- Ríos, R. (2017). Metodología para la investigación y redacción. España: Servicios Académicos Intercontinentales S.L.
- Rojas, N. y Flores, P. (2011). El análisis didáctico como una herramienta para identificar los dominios de conocimiento matemático para la enseñanza de las fracciones. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), Investigaciones en Pensamiento

- Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática 2011, 17-28. Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Salazar, M. C., Martinic, S. y Maz, A. (2011). Avances de una investigación sobre los modelos, representaciones y recursos utilizados por profesores de primaria para las fracciones. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática 2011 (pp. 39-47). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Secretaría de Educación Pública. (2011). Programas de Estudios 2011. Sexto grado. Guía para el maestro. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2017). Aprendizajes Clave para la Educación Integral. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2018). Licenciatura en Educación Primaria. Planes de Estudio 2018. México: CEVIE-DGESUM.
- Sierpinska, A. (2000). On Some Aspects of Student's thining in Linear Algebra En Dorier, J. L. (Eds), The Teaching of Linear Algebra In Question. Kluwer Academic Publishers. Netherlands.
- Tébar, L. (2003). El perfil del profesor mediador. Madrid: Santillana
- Valdemoros, M. (2010). Dificultades experimentadas por el maestro de primaria en la enseñanza de fracciones. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME, 13(4-II) (pp. 423-440). Venezuela: Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas.

https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33558827012

- Valencia, I. (2013). Enseñanza y aprendizaje de las fracciones en un contexto real basado en la resolución de problemas. Venezuela: UPEL-IPC/UCV.
- Vergnaud, G. (1983). Los Niños, las Matemáticas y la Realidad: Problemas de la Enseñanza en la Escuela Primaria. México: Trillas.

ANEXOS

Anexo 1

ESCUELA PRIMARIA "DR. GUSTAVO BAZ"



Anexo 2

ALUMNOS DEL SEXTO GRADO, GRUPO "B"



Anexo 3

CUESTIONARIO PARA DOCENTES

ESCUELA NORMAL DE COATEPEC HARINAS

INSTRUCCIONES: Lea con atención las siguientes preguntas y conteste lo que se solicita.

1.	¿Qué entiende por didáctica?
2.	¿Cuál es su concepto de fracción?
3.	¿Cómo le explicaría a un estudiante el concepto de fracción?
4.	¿Cuáles serían las habilidades y conocimientos básicos que los estudiantes deben tener para comprender el tema de fracciones?
5 .	¿De qué recursos y/o materiales didácticos se ha apoyado para la enseñanza de fracciones?
6.	¿Considera apropiadas las actividades y los ejercicios sobre fracciones propuestos en el libro de Desafíos Matemáticos? Sí/No ¿Por qué?
7.	¿Conoce alguna estrategia didáctica para la enseñanza de fracciones? ¿Podría describirla?

8.	De los siguientes contenidos sobre fracciones, marque con una $$ los que considere que son más sencillos de comprender, y con una \mathbf{X} los que más dificultades presentan en su aprendizaje.	5
	Leer, escribir y comparar fracciones.	
	2. Representar fracciones gráficamente (dibujos, esquemas, etc.)	
	Resolver problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador.)
	 Resolver problemas de suma y resta de fracciones con diferente denominador. 	9
	5. Resolver problemas de multiplicación de fracciones.	
	6. Dividir en partes iguales una recta.	
	7. Ubicar fracciones en la recta numérica.	
	8. Identificar una fracción entre dos fracciones dadas.	
	9. Convertir fracciones a números decimales.	
	10. Multiplicar fracciones por un número entero.	
	11. Realizar equivalencias e identificar el múltiplo común.	
	12. Resolver problemas de división de fracciones.	

9.	dificulta comprender a los estudiantes?
10.	¿Cuáles son las principales fortalezas que ha observado en los estudiantes en el aprendizaje de fracciones?
11.	¿Cuáles son las principales debilidades que ha observado en los estudiantes en el aprendizaje de fracciones?

¡MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN!

LA INFORMACIÓN RECABADA SERÁ UTILIZADA PARA PROPÓSITOS DE LA INVESTIGACIÓN.

Anexo 4

CUESTIONARIO PARA ALUMNAS Y ALUMNOS

ESCUELA NORMAL DE COATEPEC HARINAS

	STRUCCIONES: Lee con recto.	n atención cada pregunta y	contesta lo que consideres				
1.	¿Te gustan las matemát	ticas? Sí/No ¿Por qué?					
2.	¿Qué entiendes por fracción?						
3. ¿Qué ejemplos utilizarías para representar una fracción?							
4.	Realiza la representación gráfica de las siguientes fracciones:						
	2/4	9/5	7/7				
5.	¿Qué utilidad tienen las	fracciones en la vida cotidian	a?				
6.	¿Qué conocimientos y h	abilidades pones en práctica	al trabajar con fracciones?				
7.	¿Consideras que el poco domino de las tablas de multiplicar dificulta la resolución de problemas con fracciones? Sí/No ¿Por qué?						
8.	¿Qué materiales y/o rec han utilizado para la ens	eursos didácticos recuerdas q señanza fracciones?	ue tus maestros y maestras				

9.	. ¿Te parecen interesantes las actividades y los ejercicios sobre fraccion propuestos por el libro de Desafíos matemáticos? Sí/No ¿Por qué?							
10.	10. De los siguientes contenidos sobre fracciones, marca con una √ los que consideres que se te facilitan o ya dominas, y con una X los que más se te dificultan o con los que requieres apoyo:							
	1.	Leer, escribir y comparar fracciones.						
	2.	Representar fracciones gráficamente (dibujos, esquemas, etc.)						
	3.	Resolver problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador.						
	4.	Resolver problemas de suma y resta de fracciones con diferente denominador.						
	5.	Resolver problemas de multiplicación de fracciones.						
	6.	Dividir en partes iguales una recta.						
	7.	Ubicar fracciones en la recta numérica.						
	8.	Identificar una fracción entre dos fracciones dadas.						
	9.	Convertir fracciones a números decimales.						
	10.	Multiplicar fracciones por un número entero.						
	11.	Realizar equivalencias e identificar el múltiplo común.						
	12.	Resolver problemas de división de fracciones.						
11.	De	los temas que más dominas, ¿a qué se debe el logro del aprendizaje?						
12.	De	los temas que aún no comprendes, ¿a qué se deben las dificultades?						
13.	De	los temas que más dominas, ¿a qué se debe dicho aprendizaje?						
14. ¿De qué manera te gustaría aprender fracciones?								

¡MUCHAS GRACIAS POR TU COLABORACIÓN!

LA INFORMACIÓN RECABADA SERÁ UTILIZADA PARA PROPÓSITOS DE LA INVESTIGACIÓN.





"2022. Año del Quincentenario de Toluca, Capital del Estado de México"

Coatepec Harinas, México a 8 de julio de 2022

DR. ENRIQUE DELGADO VELÁZQUEZ PRESIDENTE DE LA COMISIÓN DE TITULACIÓN PRESENTE

El que suscribe Lic. Ángel Armando Beltrán Chacón Asesor del estudiante Del Ángel Flores Alan Federico matrícula 181524080000 de 8° semestre de la Licenciatura en Educación Primaria quien desarrolló el Trabajo de Titulación denominado Dificultades que enfrentan los alumnos de sexto grado en el aprendizaje de fracciones en Educación Primaria en la modalidad de Tesis de Investigación; se dirige a esta Comisión a su digno cargo para informar que este documento ha sido concluido satisfactoriamente de acuerdo con lo establecido en los documentos del Plan de Estudios 2018 rectores del proceso de titulación.

Sin otro particular, le envío un atento y cordial saludo.

ATENTAMENTE

LIC. ÁNGEL ARMANDO BELTRÁN CHACÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUPERIOR Y NORMAL DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN NORMAL SUBDIRECCIÓN DE ESCUELAS NORMALES ESCUELA NORMAL DE COATEPEC HARINAS





"2022. Año del Quincentenario de Talina Capital del Estado de México".

ESCUELA NORMAL DE COATEPEC HARINAS

ASUNTO: CARTA DE ACREDITACIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN.

Toluca, Méx., a 16 de junio de 2022.

C. DEL ÁNGEL FLORES ALAN FEDERICO NÚMERO DE MATRÍCULA: 181524080000 PRESENTE

Con fundamento en Capítulo V Acreditación, Numeral 5.7 Acreditación del trabajo de titulación, inciso c, de las "Normas específicas de control escolar relativas a la selección, inscripción, reinscripción, acreditación, regularización, certificación y titulación de las licenciaturas para la formación de docentes de educación básica, en la modalidad escolarizada (Planes 2018)" (SEP 2018:17) y en mi calidad de asesor, por este medio informo a usted que, una vez concluido el documento en la modalidad de <u>Tesis de Investigación</u> que lleva por título: "<u>Dificultades que enfrentan los alumnos de sexto grado en el aprendizaje de fracciones en Educación Primaria</u>" y en razón de lo anterior se le asignarán los créditos correspondientes al trabajo de titulación (10.8 créditos) de acuerdo con el plan y programas de estudio 2018 de la Licenciatura en Educación Primaria.

ATENTAMENTE

LIC. ÁNGEL ARMANDO BELTRÁN CHACÓN

CORENCIES

ESTADO DE MERCO

SUESSCRETARIA DE EDUCACIÓN

SUESSCRETARIA DE EDUCACIÓN Y NORMÁVO

DIRECTION GENERAL DE EDUCACIÓN NORMAL

SUBDIRECCIÓN DE ESCUELAS NORMALES

ESCUELA NORMALES

C.C.T. 15ENL0034W

DRA GUADALUPE MARBÁN VÁZQUEZ
DIRECTORA DE LA ESCUELA NORMAL

c.c.p. Departamento de Control Escolar de la Escuela Normal.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUPERIOR Y NORMAL DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN NORMAL SUBDIRECCIÓN DE ESCUELAS NORMALES ESCUELA NORMAL DE COATEPEC HARINAS





"2022. Año del Quincentenario de Toluca, Capital del Estado de México".

ESCUELA NORMA

OATEPEC HARINAS

NIVEL: Superior.

ASUNTO: Oficio de Responsabilidad.

Coatepec Harinas, Méx., 08 de Julio de 2022.

A QUIEN CORRESPONDA PRESENTE

La Dirección de la Escuela Normal de Coatepec Harinas **HACE CONSTAR** que: todo el Proceso Teórico Metodológico, Trabajo de Titulación, Debate Profesional, Redacción, Ortografía e Impresión del mismo, son responsabilidad exclusiva del (la) sustentante.





SECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUPERIOR Y NORMAL DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN NORMAL SUBDIRECCIÓN DE ESCUELAS NORMALES ESCUELA NORMAL DE COATEPEC HARINAS





"2022. Año del Quincentenario de Toluca, Capital del Estado de México".

ESCUELA NORMAL DE COATEPEC HARINAS

Oficio No.: 719

ASUNTO: Se autoriza trabajo de

opción para Examen

Profesional.

Coatepec Harinas, Méx., 08 de Julio de 2022.

C. DEL ÁNGEL FLORES ALAN FEDERICO PRESENTE

La Dirección de la Escuela Normal de Coatepec Harinas, a través de la Comisión de Titulación, se permite comunicar a Usted, que ha sido AUTORIZADO el trabajo de opción: TESIS DE INVESTIGACIÓN que presentó con el título: "DIFICULTADES QUE ENFRENTAN LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO EN EL APRENDIZAJE DE FRACCIONES EN EDUCACIÓN PRIMARIA", por lo que puede proceder a la realización de los trámites correspondientes para la sustentación de su Examen Profesional.

Para su conocimiento y fines consiguientes.

ATENTAMENTE

PRESIDENTE

DR. ENRIQUE DELCARON VEL SUBDIRECTOR ACADÉMICO SECRETARIO

DRA. ANGELITA JUÁREZ MARTÍNEZ PROYECTO DE TITULACIÓN L.E.P.

DEA. GUADALUPE MARBAN VÁZQUEZ EDOA DIRECTORA ESCOLAR

> SECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUPERIOR Y NORMAL DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN NORMAL SUBDIRECCIÓN DE ESCUELAS NORMALES ESCUELA NORMAL DE COATEPEC HARINAS