



Resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0$$

mediante la fórmula general

Autor(a): Bertha Natalia Turcio Máximo
ESTIC 123 "Guillermo Gonzalez Camarena" 15ESTN0822N
Ecatepec de Morelos, México
8 de marzo de 2020



PROBLEMÁTICA EDUCATIVA

Hoy en día, las matemáticas se usan en todo el mundo como una herramienta esencial en muchos campos, entre los que se encuentran

las Ciencias naturales, la Ingeniería, la Medicina y las Ciencias sociales, e incluso disciplinas que, aparentemente, no están vinculadas con ella, como la música (por ejemplo, en cuestiones de resonancia armónica). La matemática es una ciencia deductiva que se dedica al estudio de las propiedades de los entes abstractos y de sus relaciones, es decir que las matemáticas trabajan con números, símbolos, figuras geométricas, etc. Y están destinadas a la aplicación de los conocimientos matemáticos a otros ámbitos, inspiran y hacen uso de los nuevos descubrimientos matemáticos y, en ocasiones, conducen al desarrollo de nuevas disciplinas.

Esto permite que a partir de razonamientos lógicos se desarrolle el pensamiento lógico-matemático, consiguiendo que el estudiante pueda interpretar situaciones reales e hipotéticas, proponer alternativas de solución desde diversos enfoques, priorizando las habilidades del pensamiento tales como la búsqueda de patrones, la generación de diversas alternativas para la solución de problemas, el manejo de la información, la toma de decisiones basadas en el análisis crítico de información matemática, la interpretación de tablas, gráficas, diagramas, textos con símbolos matemáticos que se encuentren en su entorno y que le permitirán, tanto la argumentación de propuestas de solución, como la predicción del comportamiento de un fenómeno a partir del análisis de sus variables.

Sin embargo, para este ejercicio intelectual enfocaré mi atención en plantear distintas estrategias que permita a los alumnos de secundaria resolver problemas matemáticos, que los ayuden a enfrentarse a lo que consideran una gran dificultad en el currículo de secundaria específicamente en: la resolución de problemas matemáticos. A partir de procesos heurísticos que sean construidos de la realidad concreta del estudiante.

En la actualidad los alumnos han demostrado dificultades en la asignatura de matemáticas, principalmente, en la resolución de problemas, ya que como señala el Programa de estudios 2011 de Matemáticas en el “Enfoque didáctico” SEP (2011), el planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere es utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos, los inviten a reflexionar para encontrar diferentes formas de resolver problemas y a formular argumentos que validen sus resultados.

Es importante mencionar que pocos alumnos tienen un buen aprovechamiento matemático, y que es necesario generar estrategias que permitan avances en su aprendizaje, ya que he identificado algunas áreas de oportunidad a lo largo de mi trabajo docente, observando entre ellas, la resolución de problemas en ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 + bx + c = 0$ en tercer grado de secundaria, por esta razón la propuesta está encaminada al fortalecimiento de los procesos heurísticos como una alternativa de solución que den pauta al estudiante a mejorar su paso de secundaria al nivel medio superior.

Por tanto, el contenido a trabajar en la propuesta didáctica es la **“Resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ mediante la fórmula general”**, ubicado en el eje número, algebra y variación, del tema ecuaciones retomado en el bloque III del plan y programa de estudio matemáticas secundaria; donde el aprendizaje esperado es que los alumnos resuelvan problemas que impliquen ecuaciones de segundo grado.

Ahora bien, al revisar el programa de estudios de matemáticas de Educación Media Superior primer semestre, en su bloque VII. Ecuaciones cuadráticas, donde el aprendizaje esperado es que el estudiante proponga soluciones de manera colaborativa a ecuaciones cuadráticas, interpretando el resultado en el contexto del problema, además de que explique la solución de ecuaciones cuadráticas para la toma de decisiones, valorando su uso en las problemáticas del entorno.

Ante esta inquietud surge la necesidad de trabajar con esta problemática, con la finalidad no solo de fortalecer mi quehacer docente, sino principalmente en lograr que los estudiantes de secundaria adquieran las herramientas y habilidades necesarias para que en la siguiente etapa educativa que es la educación media superior puedan alcanzar y dominar los aprendizajes planteados en planes y programas, además de establecer un nexo entre contenidos y su vida cotidiana.

DIAGNÓSTICO PARTICIPATIVO

La propuesta didáctica está diseñada para trabajar en la Escuela Secundaria Oficial 0301 José Díaz Covarrubias, es una secundaria general, está ubicada en la colonia Granjas de San Cristóbal, municipio de Coacalco, Estado de México. Debido a sus características se considera una zona urbana y en promedio cuenta con un nivel socioeconómico clase media-alta. La colonia se caracteriza por haber varias plazas comerciales y zonas deportivas, en las que los alumnos suelen reunirse ocasionalmente, o en su caso practicar una actividad física (mayormente fútbol soccer y americano).

Al mismo tiempo es significativo aludir que la localidad es de alta diversidad comercial, dicha actividad está relacionada en un alto porcentaje con padres de familia de alumnos pertenecientes a la institución.

Es trascendente mencionar que se han identificado ciertas problemáticas que prevalecen a los alrededores del plantel, como el narcomenudeo y un alto índice de delincuencia y adicciones en general, situaciones que se han incrementado con el tiempo y que ha impactado en algunos jóvenes estudiantes de la institución.

Estos escenarios afectan a los alumnos debido a la influencia que llegan a tener en el proceso de conformación de su identidad y con ello la presión que existe de ser aceptado por cierto grupo social, que en ocasiones incitan a practicar acciones negativas para su desarrollo integral.

Un promedio considerable de familias de los estudiantes trabaja (ambos padres), así como también prevalecen familias monoparentales y padres jóvenes, lo que trae como consecuencia que los estudiantes no tengan la supervisión necesaria, descuidando factores que influyen en su proceso de aprendizaje tales como: ausentismo escolar, mala alimentación, mala higiene, baja autoestima, rendimiento escolar bajo, lo cual provoca rezago escolar.

Las edades de los alumnos oscilan entre los 12 y 15 años. Sus intereses se centran en los deportes, escuchar música, bailar, las manualidades, jugar X-Box y el uso del internet con fines de comunicación en redes sociales como Facebook y WhatsApp, es importante mencionar que el uso de estas redes sociales ha generado diversas situaciones de cyberbullying. Ninguno de los estudiantes refiere hablar alguna lengua indígena o extranjera. Las relaciones interpersonales de los alumnos se basan; en la mayoría de las veces en el respeto, aunque en algunas ocasiones se les ha escuchado hablar con groserías y apodosos. Gran parte de ellos ya comenzó a experimentar los cambios físicos y psicológicos que se desarrollan en la etapa de la adolescencia. Les gusta trabajar en equipo con los compañeros que tienen afinidad, así como el desarrollo de actividades fuera del aula.

Entre sus principales necesidades intelectuales se ha observado que los estudiantes necesitan reforzar la lectura, la escritura y el cálculo mental, mismo que se han detectado desde el salón de clase y mediante la aplicación del programa SisAT provocando el rezago escolar y afectando su desarrollo integral.

Por lo que respecta al aspecto interno de la institución, cuenta con espacios físicos para un total de 9 grupos, atendiendo a 3 de cada grado, cada uno con mobiliario suficiente y adecuado. Se divide en 3 edificios con la siguiente distribución: en el edificio 1 se encuentran los 3 salones, un cubículo de orientación, sala de maestros, aula de audiovisual y taller de dibujo. En el edificio 2 está el área

de oficinas, supervisión, dirección y subdirección. El edificio 3 tiene 6 salones; también cuenta con un espacio de cafetería, biblioteca y un cubículo de orientación.

La escuela dispone de 4 patios en los cuales hay 2 áreas de sanitarios, una ubicada en el patio 1 y la segunda en el patio 4 las cuales cuentan con servicio de limpieza y agua potable, el patio 2 tiene un techo amplio para la mejora de las actividades, en el patio 3 se encuentra un cubículo de orientación y el área de gradas. Cada salón cuenta con bancas, pizarrón blanco, escritorio y silla para el maestro.

Dentro del plantel se tiene acceso a internet gratuito, pero en ocasiones suele ser de poca efectividad.

La matrícula es de 399 alumnos correspondiente al turno matutino, divididos en 9 grupos (3 por cada grado) aproximadamente cada uno de 45 estudiantes. Con lo que respecta a la plantilla docente son 15 profesores, 3 orientadores, director y subdirector. Relativo a la última estadística es importante señalar que existe una ausencia y retardos de profesores por causas de incapacidades y por procesos administrativos de asignación, lo que ocasiona en ciertos momentos el desequilibrio en la organización escolar.

Por lo anterior es importante y relevante diseñar, planear y ejecutar estrategias factibles que permitan atender las problemáticas identificadas, teniendo en cuenta los rasgos y características de los adolescentes, el personal docente y la infraestructura escolar.

En la institución se encuentran alumnos que requieren más apoyo debido a que presentan situaciones específicas como, por ejemplo: inasistencias constantes, problemas económicos, poca participación, apatía, actitudes negativas y agresivas entre compañeros, descuido familiar, baja autoestima, niños migrantes, entre otros.

El grupo con el que se desarrollará la propuesta didáctica es el 3° A, el cual cuenta con 47 alumnos, 23 mujeres y 24 hombres. La edad promedio del grupo es 14 años. Hasta el momento se han detectado 8 alumnos con necesidades educativas especiales, siendo problemas de conducta, aprendizaje y salud las causas más recurrentes.

Con base en las pruebas de diagnóstico de conocimientos específicos de la materia y el de estilos de aprendizaje se encontró que el grupo mostro bajos resultados en dominio de operaciones básicas, carencia en lenguaje matemático y deficiencias en la resolución de ecuaciones de primer grado.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Las matemáticas son una materia difícil para muchos de nuestros alumnos, tanto que se asume como una de las que aglutinan mayores índices de fracaso y rechazo. Sin embargo, las competencias matemáticas son fundamentales en la vida.

Esta dificultad se debe, por una parte, en que las matemáticas exigen a nuestros alumnos un razonamiento de tipo deductivo que requiere un mayor esfuerzo de atención que los razonamientos inductivos, es decir, exige un mayor gasto de energía al cerebro que, económico por naturaleza, se resiste a hacer ese gasto.

Por otra parte, la matemática usa un lenguaje que los estudiantes no usan normalmente, al que asumimos entienden desde pequeños para comprender el mundo. Es decir, que nuestros estudiantes piensan en palabras, no en números; en signos con un significado verbal, no lógico. Razonar en términos matemáticos es en cierta medida como cambiar de idioma, pero el salto es todavía más grande que si tuviéramos que pensar en chino, por ejemplo.

Al iniciar el estudio de las matemáticas a nivel básico secundaria, los estudiantes durante los primeros grados comienzan a comprender que una ecuación es una relación matemática entre números y letras. Normalmente se trabaja con ecuaciones en las que sólo hay una letra, llamada

incógnita, que suele ser representada con la letra x y que resolver la ecuación consiste en encontrar un valor (o varios) que, al sustituirlo por la incógnita, haga que sea cierta la igualdad, ese valor es la solución de la ecuación.

Pero cuando los adolescentes cursan el tercer grado de secundaria conocen las ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadráticas y lograr que comprendan que no solo existe un método para resolverlas causa dificultades, pues ellos quisieran seguir un listado de pasos o receta para llegar a la solución correcta.

Por lo tanto, el docente debe lograr que los alumnos conozcan ciertas características de las ecuaciones de segundo grado, es decir que, si en la ecuación la incógnita está elevada al cuadrado, decimos que es una ecuación de segundo grado (llamadas también ecuaciones cuadráticas), que se caracterizan porque pueden tener dos soluciones (aunque también una sola, e incluso ninguna) y tienen la forma general de un trinomio: $ax^2 + bx + c = 0$.

Donde a , b y c son números reales y se conocen como coeficientes. Así, a es el coeficiente de x^2 , b es el término o coeficiente de x y c es el término independiente.

Las ecuaciones cuadráticas pueden ser completas o incompletas, dependiendo de si existen los términos dependientes de x (b) o independiente (c).

- Ecuaciones completas: tienen la forma $ax^2 + bx + c = 0$, es decir, todos los términos se encuentran presentes; por ejemplo: $2x^2 + 3x + 4 = 0$.
- Ecuaciones incompletas: cuando no existe el coeficiente de x , es decir, el término b o también llamado término lineal $ax^2 + c = 0$; o cuando no existe el término independiente, es decir, el término c $ax^2 + bx = 0$, por ejemplo: $27x^2 - 9 = 0$ y $48x^2 + 8x = 0$.

Toda ecuación de segundo grado tiene dos raíces que son los valores de la incógnita. Resolver una ecuación de segundo grado es buscar las raíces de la ecuación.

Las raíces de la ecuación cuadrática se pueden calcular por la fórmula general:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(a)(c)}}{2(a)}$$

La expresión dentro de la raíz cuadrada $b^2 - 4(a)(c)$ se llama discriminante de la ecuación cuadrática. Obsérvese que delante de la raíz de la discriminante está el signo \pm . Esto significa que, para hallar el valor de x , en un caso sumamos el valor de la discriminante, y, en otro caso, restamos. A esto nos referimos cuando decimos que hay dos raíces en la ecuación de segundo grado.

Para resolver una ecuación de segundo grado usando la fórmula general, se proceder de la siguiente manera:

1. Identificamos los coeficientes a , b y c .
2. Los sustituimos en la fórmula general.

3. Calculamos x_1 sumando el discriminante y x_2 restando el discriminante.

Tomando en cuenta que:

$b^2 - 4(a)(c) = 0 \Rightarrow$ solo hay una raíz para la ecuación.

$b^2 - 4(a)(c) > 0 \Rightarrow$ hay dos raíces con números reales.

$b^2 - 4(a)(c) < 0 \Rightarrow$ no hay una solución real.

Sabemos que existen diferentes técnicas para resolver ecuaciones de segundo grado, las cuales van desde el tanteo hasta la factorización. Sin embargo, existen ecuaciones cuadráticas que no pueden resolverse con dichas técnicas. Y es aquí en donde la fórmula general ayuda a resolver estas ecuaciones cuadráticas de segundo grado.

Esta fórmula es muy útil para resolver ecuaciones cuadráticas que son difíciles o imposibles de factorizar y usarla puede ser más rápido que completar el cuadrado.

PROPUESTA DIDÁCTICA

El Libro para el Maestro Matemáticas de Educación Secundaria a partir de su análisis aborda que una de las características de las matemáticas en la actualidad es su uso prácticamente en todas las áreas del quehacer humano, desde las actividades cotidianas hasta la investigación científica, la producción y la presentación de servicios.

Como consecuencia, el ser humano se encuentra con la necesidad constante de fortalecer sus conocimientos matemáticos, y esto es cierto tanto para los profesionistas y los especialistas en diversas disciplinas, como para el ciudadano común, acorde con esta situación las matemáticas son hoy en día una de las ciencias más activas y dinámicas; a partir de problemas que surgen en otras disciplinas, nuevas teorías son creadas para encontrarles solución. También aparecen dentro de su seno, nuevas formas de ver y atacar viejos problemas, desarrollándose así tanto las matemáticas puras como las aplicadas.

Considero que las matemáticas no son ocupación exclusiva de un grupo de especialistas, a su creación contribuye al quehacer colectivo de las sociedades. Este aspecto de las matemáticas tiene implicaciones importantes para la educación: el aprendizaje y la creación matemática están al alcance de todo ser humano.

Como consecuencia, resulta que en la escuela secundaria la enseñanza de las matemáticas tiene entre sus propósitos el desarrollo de las habilidades operatorias, de comunicación y de descubrimiento en los alumnos. Para cumplir con este propósito las actividades dentro de las aulas deberían permitir:

- Adquirir seguridad y destreza en el empleo de técnicas
- Reconocer y analizar componentes de un problema
- Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas
- Reconocer situaciones análogas

- Escoger o adaptar estrategias para la resolución de un problema
- Comunicar resultados de manera clara y concisa
- Predecir y generalizar resultados
- Desarrollar el razonamiento deductivo.

A partir de la propuesta del Plan y Programa de Estudio de educación secundaria y del Libro para el Maestro de Educación Secundaria de Matemáticas he diseñado la siguiente propuesta didáctica dando importancia a la **“Resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ mediante la fórmula general”**, cuyas finalidades son que los alumnos:

- Escriban una ecuación cuadrática en su forma estándar e identifiquen los valores de a, b y c en la forma estándar de una ecuación cuadrática.
- Usen la fórmula cuadrática para encontrar todas las soluciones reales.
- Usen la fórmula cuadrática para encontrar todas las soluciones complejas.
- Resuelvan problemas de aplicación que requieren el uso de la fórmula cuadrática.
- Analicen sus resultados y los comuniquen de manera clara y asertiva

Para el desarrollo de esta propuesta didáctica se eligió al 3er grado grupo A de la Escuela Secundaria 0301 José Díaz Covarrubias.

Después de aplicar la propuesta didáctica se realizará un “análisis del proceso y los resultados obtenidos, contemplando la relación entre los propósitos previstos y las estrategias y actividades planificadas, las reacciones de los alumnos en el transcurso de las clases, las formas de trabajo que resultaron adecuadas, las dificultades y los retos que cada situación planteó a los niños y las acciones que favorecieron su aprendizaje”

BIBLIOGRAFÍA

- SEP “Lineamientos para la Organización del trabajo académico durante el Séptimo y Octavo Semestres” pp. 38-39
- Libro para el maestro. Matemáticas, educación secundaria. 1994 pp. 11-16