



Solución de ecuaciones de 2º grado incompletas por factor común

Autor(a) Adriana Gasca Ang
Esc.Sec. Of. No. 0739 "Manuel Gutierrez Nájera"15EES1103U
Coacalco,México
24 de noviembre de 2022

Solución de ecuaciones de 2º grado incompletas por factor común

Dra. Adriana Gasca Ang

INTRODUCCIÓN

Las ecuaciones de segundo grado son un propósito y un aprendizaje esperado en el tercer grado de la educación secundaria, como lo señala el plan de estudios *Aprendizajes clave para la educación integral* de 2017.

Los estudiantes al concluir la educación secundaria podrán “resolver problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado” (SEP, 2017, p. 300) y serán capaces de resolver “problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones cuadráticas” (SEP, 2017, p. 324).

Para tal efecto, es necesario que los estudiantes adquieran las herramientas algebraicas pertinentes que posibiliten el planteamiento y la solución de problemas que se reduzcan a una ecuación de segundo grado.

Las soluciones de ecuaciones de segundo grado van desde los métodos personales hasta las formalizaciones propias de la Matemática. Los procesos formales consideran la factorización, la fórmula general y el método gráfico.

Los procedimientos de factorización se inician con la distinción entre ecuaciones completas e incompletas, a fin de identificar la estructura general de las ecuaciones de segundo grado susceptibles de ser resueltas por factorización.

El uso del factor común es uno de los primeros procedimientos de solución de ecuaciones incompletas de segundo grado. Dicha herramienta es el motivo del presente material didáctico.

DESARROLLO

Las ecuaciones de segundo grado se clasifican por su estructura general en completas e incompletas. Las ecuaciones completas tienen la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Las ecuaciones incompletas pueden tener dos formas: $ax^2 + bx = 0$ y $ax^2 + c = 0$. El término ax^2 es el término de segundo grado o cuadrático, da nombre a la ecuación, por ser el grado mayor. El término bx recibe el nombre de término de primer grado o lineal. Finalmente, el término c es el término independiente.

Las ecuaciones de segundo grado incompletas de la forma $ax^2 + bx = 0$ se resuelven mediante la obtención del factor común. El factor común tiene como coeficiente el máximo común divisor (MCD) de los coeficientes del término cuadrático y lineal; y la literal con menor exponente.

Una vez obtenido el factor común, se divide cada término de la ecuación entre éste para expresar el otro factor del proceso de factorización.

El producto de ambos factores es 0, por lo que cada factor puede ser igual a 0. Lo que determina dos ecuaciones de primer grado o lineales.

La solución de ambas ecuaciones lineales da como resultado las soluciones de la ecuación de segundo grado.

Ejemplo 1

$$x^2 + 3x = 0$$

Se obtiene el máximo común divisor de los coeficientes (MCD):

$$\text{MCD}(1,3) = 1$$

El coeficiente del factor común es 1 y la literal es x . Se divide cada término de la ecuación entre el factor común y se obtiene el otro factor:

$$\frac{x^2}{x} = x \qquad \frac{3x}{x} = 3$$

$$(x)(x + 3) = 0$$

Cada factor se iguala a 0 y se resuelve la ecuación lineal, para obtener los valores de x de la ecuación cuadrática:

$$\underline{x = 0} \quad x + 3 = 0$$

$$\underline{x = -3}$$

Ejemplo 2

$$2x^2 - 8x = 0$$

Se obtiene el máximo común divisor de los coeficientes (MCD):

$$\text{MCD}(2, 8) = 2$$

El coeficiente del factor común es 2 y la literal es x. Se divide cada término de la ecuación entre el factor común y se obtiene el otro factor:

$$\frac{2x^2}{2x} = x \quad \frac{-8x}{2x} = -4$$

$$(2x)(x - 4) = 0$$

Cada factor se iguala a 0 y se resuelven las ecuaciones lineales, para obtener los valores de x de la ecuación cuadrática:

$$2x = 0 \quad x - 4 = 0$$

$$\underline{x = 0} \quad \underline{x = 4}$$

Ejemplo 3

$$12x^2 + 15x = 0$$

Se obtiene el máximo común divisor de los coeficientes (MCD):

$$\text{MCD}(12, 15) = 3$$

El coeficiente del factor común es 3 y la literal es x. Se divide cada término de la ecuación entre el factor común y se obtiene el otro factor:

$$\frac{12x^2}{3x} = 4x \quad \frac{15x}{3x} = 5$$

$$(3x)(4x + 5) = 0$$

Cada factor se iguala a 0 y se resuelven las ecuaciones lineales, para obtener los valores de x de la ecuación cuadrática:

$$3x = 0 \quad 4x + 5 = 0$$

$$\underline{x = 0} \quad \underline{x = -\frac{5}{4}}$$

Ejemplo 4

$$9x^2 = 54x$$

Se iguala a 0 la ecuación:

$$9x^2 - 54x = 0$$

Se obtiene el máximo común divisor de los coeficientes (MCD):

$$\text{MCD}(9, 54) = 9$$

El coeficiente del factor común es 9 y la literal es x . Se divide cada término de la ecuación entre el factor común y se obtiene el otro factor:

$$\frac{9x^2}{9x} = x \quad \frac{-54x}{9x} = -6$$

$$(9x)(x - 6) = 0$$

Cada factor se iguala a 0 y se resuelven las ecuaciones lineales, para obtener los valores de x de la ecuación cuadrática:

$$9x = 0 \quad x - 6 = 0$$

$$\underline{x = 0} \quad \underline{x = 6}$$

Generalización

Todas las ecuaciones de segundo grado de la forma $ax^2 + bx = 0$ tienen una solución de x igual a 0. La otra solución está asociada al cociente de los coeficientes de los dos términos que la conforman.

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x = 0 \quad x = -\frac{b}{a}$$

$$ax^2 - bx = 0$$

$$x = 0 \quad x = \frac{b}{a}$$

Ejemplos

$$5x^2 + 10x = 0$$

$$a = 5 \quad b = 10$$

$$\underline{x = 0} \quad x = -\frac{10}{5}$$

$$\underline{x = -2}$$

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$a = 2 \quad b = -5$$

$$\underline{x = 0} \quad x = -\frac{-5}{2}$$

$$\underline{x = \frac{5}{2}}$$

CONCLUSIONES

La solución de ecuaciones de segundo grado incompletas de la forma $ax^2 + bx = 0$ por factorización obteniendo el factor común es una de las primeras herramientas algebraicas que el estudiante de tercer grado debe adquirir en su aprendizaje.

Le permite distinguir las diversas formas en que se pueden presentar estas ecuaciones y solucionarlas sin verdaderas complicaciones, posibilitando la adquisición de confianza en su uso y sentar las bases para la solución de ecuaciones de segundo grado en el planteamiento de problemas.

La variedad de ejercicios que se planteen a los estudiantes permitirá un mayor dominio, de tal manera que lleguen a la generalización de forma inductiva, sin que el docente artificialmente se las dicte, sino como una observación reflexiva de las regularidades que se van identificando en la solución de las ecuaciones.

Esto reducirá el trabajo mecánico de los estudiantes y les dará mayor destreza en la solución desde la identificación de la forma de la ecuación de segundo grado.

REFERENCIAS

SEP (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Plan y programas de estudio para la educación básica*. México.

Solución de ecuaciones de 2º grado incompletas por factor común

Dra. Adriana Gasca Ang

Ecuación de 2º grado incompleta

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$2x^2 - 8x = 0$$

$$12x^2 + 15x = 0$$

Factor común

MCD de los coeficientes

Literal con menor exponente

Solución de ecuación de 2º grado por factor común

$$x^2 + 3x = 0$$

$$2x^2 - 8x = 0$$

$$12x^2 + 15x = 0$$

Factor común: MCD de los coeficientes y literal con menor exponente.

$$x$$

$$2x$$

$$3x$$

Dividir términos de la ecuación entre factor común.

$$\frac{x^2}{x} = x \quad \frac{3x}{x} = 3$$

$$\frac{2x^2}{2x} = x \quad \frac{-8x}{2x} = -4$$

$$\frac{12x^2}{3x} = 4x \quad \frac{15x}{3x} = 5$$

Escribir el factor común y el factor con los cocientes.

$$(x)(x + 3) = 0$$

$$(2x)(x - 4) = 0$$

$$(3x)(4x + 5) = 0$$

Igualar a 0 cada factor y resolver la ecuación lineal.

$$x = 0 \quad x + 3 = 0 \\ x = -3$$

$$2x = 0 \quad x - 4 = 0 \\ x = 0 \quad x = 4$$

$$3x = 0 \quad 4x + 5 = 0 \\ x = 0 \quad x = -\frac{5}{4}$$

Ejercicios para practicar

$$9x^2 = 54x$$

$$5x^2 + 10x = 0$$

$$2x^2 - 5x = 0$$