Acervo Digital Educativo

Origami modular, una experiencia de enseñanza en la geometría tridimensional

Autor(a): Jonathan Omar Bucio Rivera
Esc. Sec Ofic. No. 0102 “Lic. Juan Fernández Albarrán”
15EES0095V
Ecatepec de Morelos
24 de febrero de 2023

Origami modular, una experiencia de enseñanza en la geometría tridimensional

Febrero,2023

Jonathan Omar Bucio Rivera.

La enseñanza de las matemáticas es compleja en cuanto a nivel de abstracción se refiere y más cuando hablamos de elementos geométricos que muchas veces están descontextualizados a la realidad de los alumnos y por ende les es poco atractiva o interesante, el presente trabajo da cuenta de la experiencia de enseñanza de la geometría con alumnos de primer año de secundaria, usando el “Origami modular” como un material didáctico innovador e interesante en la enseñanza de la geometría tridimensional a través del armado y ensamble de los llamados sólidos platónicos, el análisis de dicha práctica se hará a través de la teoría del modelo de Van hiele como una posibilidad en la explicación de la apropiación de los conceptos teóricos empleados en esta propuesta didáctica.

INTRODUCCIÓN

Una de las asignaturas más importantes en los planes de estudio que se establecen para la educación básica son las Matemáticas, en el ámbito educativo tiene su relevancia ya que:

> Actualmente, las matemáticas son una herramienta fundamental para el desarrollo de las disciplinas científicas y técnicas. Asimismo, la industria, la prestación de servicios a gran escala, los medios de comunicación, el deporte de alto rendimiento, la música y el arte recurren, día a día, cada vez más a las matemáticas. El vertiginoso desarrollo de nuevas tecnologías, como las computadoras, se debe, sin duda, a las matemáticas. Por ello, una de las características de las matemáticas en la actualidad es su uso en prácticamente todas las áreas del quehacer humano, desde las actividades cotidianas hasta la investigación científica, la producción y la prestación de servicios (SEP, 2004, p. 12).

Es por esta razón que las matemáticas hoy en día siguen teniendo vigencia y permanencia ya que como ciencia y acción humana:

> El ser humano tiene la necesidad constante de crear y fortalecer sus conocimientos matemáticos, y esto es cierto tanto para los profesionales y los especialistas en diversas disciplinas, como para el ciudadano común. Acorde con esta realidad, las matemáticas son, hoy en día, una de las ciencias más activas y dinámicas; a partir de problemas que surgen en otras disciplinas, nuevas teorías son creadas para encontrarles solución. También aparecen dentro de su seno, nuevas formas de ver y atacar viejos problemas, desarrollándose así tanto las matemáticas puras como las aplicadas. En realidad, no es posible trazar una línea que separe claramente ambos tipos de matemáticas, ya que los problemas prácticos conducen con frecuencia a teorías que aparecen completamente alejadas de sus aplicaciones, mientras que las matemáticas puras modifican nuestra visión de la realidad y nos hacen descubrir nuevas aplicaciones y problemas concretos donde antes no los veíamos. Las matemáticas no son ocupación exclusiva de un grupo reducido de especialistas, a su creación contribuye el quehacer colectivo de las sociedades (SEP, 2004, p. 12).

En este sentido es posible decir también que las matemáticas como ciencia dura permiten el desarrollo del pensamiento lógico matemático el cual es la base para el desarrollo de otras capacidades y habilidades tales como el pensamiento crítico, la capacidad de juicio y elección, entre otras más.

Para poder comprender como es que se articula la educación básica es necesario remitirse al acuerdo 592, que si bien es algo antiguo y ya no se encuentra tanto en uso debido a los planes y programas que entran en vigor a partir del ciclo escolar 2018-2019, si ofrece un panorama general de cómo se articula la educación básica y lo que se espera en las matemáticas a lo largo de la misma. En este sentido, se plantea que existen cuatro ciclos, los cuales constan de educación preescolar (ciclo uno), de primero a tercero de primaria (ciclo dos), de cuarto a sexto de primaria (ciclo tres) y la educación secundaria (ciclo cuatro).

> Para avanzar en el desarrollo del pensamiento matemático en la primaria y secundaria, su estudio se orienta a aprender a resolver y formular preguntas en que sea útil la herramienta matemática. Adicionalmente, se enfatiza la necesidad de que los propios alumnos justifiquen la validez de los procedimientos y resultados que encuentren, mediante el uso de este lenguaje.
>
> En la educación primaria, el estudio de la matemática considera el conocimiento y uso del lenguaje aritmético, algebraico y geométrico, así como la interpretación de información y de los procesos de medición.
>
> El nivel de secundaria atiende el tránsito del razonamiento intuitivo al deductivo, y de la búsqueda de información al análisis de los recursos que se utilizan para presentarla (SEP, 2012, p. 29).

Lo anterior presupone que los alumnos al terminar su educación básica deben de lograr el desarrollo de habilidades tales como: formular y validar conjeturas, plantearse nuevas preguntas., comunicar, analizar e interpretar procedimientos de resolución, buscar argumentos para validar procedimientos, resultados y encontrar diferentes formas de resolver los problemas a fin de aplicarlas a su vida cotidiana.

El aprendizaje de dichas habilidades dependerá del nivel de desarrollo de cada uno de los alumnos y al mismo tiempo del grado de maduración que se logre al transitar por la educación básica teniendo así entonces lo que se denomina estándares curriculares, entendidos como el nivel mínimo que debe de lograr cada alumno al momento de pasar por los ciclos que comprende la educación básica.

En el caso de la organización de los contenidos se establecen tres ejes los cuales organizan los temas a abordar, siendo estos: sentido numérico y pensamiento algebraico, forma espacio y medida, así como manejo de la información, dichos ejes se establecen a fin de tener una organización de los contenidos, así podemos mencionar que, en el caso de cada uno de los niveles, que se establecen en el plan y programa de la asignatura, se proponen los logros que los alumnos deben de alcanzar.

Sin embargo, hay que entender que si bien los planes de estudio plantean lo que se espera que se materialice y concrete en los educandos, una vez que estos egresan de la educación básica no siempre logran alcanzar dichos propósitos, hay que comprender que el hecho educativo es complejo en todas sus dimensiones es por esta razón que el problematización se centra en la forma en cómo se enseña y aprenden matemáticas en uno de los ejes que muchas veces es poco valorado o apreciado y nos referimos al eje de forma espacio y medida en cuál hace referencia a un área de las matemáticas muy importante la geometría griega helénica..

Hay que entender que las matemáticas tienen su origen tanto en principios lógicos como en abstracciones, teniendo como punto de partida la estructuración del pensamiento, sin olvidar que su carácter de disciplina científica se debe a que emplean las estructuras mentales complejas, por lo cual los requerimientos cognitivos son mayores. Además, es importante tener en cuenta que las matemáticas sirven a la ciencia de modelo debido a la situación de axiomatización (también conocidos como postulados) y formalización, pues es así como se conseguirá comunicar ideas importantes en su estudio. Por ello se destaca que la forma axiomática se considera como una adecuada fundamentación del pensamiento lógico-matemático, ya que "las expresiones o proposiciones representan juicios o relaciones conceptuales" (Sánchez, 1993, p. 203). Una vez establecido lo anterior, la implicación teórica y metodológica de la enseñanza de las matemáticas radica en el hecho de cómo se enseña y al mismo tiempo, cómo es que se desarrollan en el aula estos procesos; algunas ocasiones se centran más en la mecanización de los algoritmos matemáticas, diluyéndose en algunas ocasiones el enfoque de la asignatura y esto por consecuencia no permite que los alumnos alcancen los aprendizajes esperados y lograr los estándares curriculares que plantea el currículo nacional.

En este aspecto podemos mencionar que en la actualidad en los contextos áulicos existe una resistencia en el aprendizaje de las matemáticas debido a múltiples factores entre los que podemos enunciar:

- Socialmente es una ciencia que tiene una fama de ser difícil o complicada.
- Su aplicación en la cotidianeidad pareciera que solo se limita a las operaciones básicas.
- La metodología en su enseñanza solo se centra en la problematización y mecanización de procesos y no en el razonamiento o en la aplicación de las herramientas matemáticas, siendo estos últimos la formalización de la ciencia misma que estamos abordando y pocas veces se profundiza en el proceso mismo ya que no se ve al error como una posibilidad más en el aprendizaje.
- Los docentes que imparten la asignatura en su práctica docente muchas veces se centran más en el desarrollo de las técnicas matemáticas (memorización y mecanización) y se pierde de vista la didáctica y enfoque de estas.
- Retomando la teoría de las situaciones didácticas, el maestro se vuelve el validador de las respuestas recayendo en el docente el papel primordial del proceso y no en el alumno que es lo deseable o que se espera.

En este entendimiento es posible decir que la importancia de las matemáticas radica en el hecho que desarrolla en los alumnos habilidades necesarias para la resolución de problemas en su vida cotidiana, sin embargo, cuando se habla de qué tanto los alumnos desarrollan dichas habilidades se presenta un escenario sumamente adverso, el cual está condicionado por una serie de elementos, que inciden tanto en la forma de aprender como enseñar la asignatura. Con lo anteriormente explicado las matemáticas tienen su grado de complejidad y al mismo tiempo su simplicidad es por eso que la presente propuesta didáctica radica en la enseñanza de la geometría como uno de los ejes fundamentales que se plantea desde el plan y programas de estudios 2017 para la educación básica.

JUSTIFICACIÓN

La presente propuesta didáctica, parte de la idea de utilizar un material de fácil acceso para los alumnos con la intención de que a partir de la creación del llamado origami modular, que se refiere a la creación de figuras iguales que mediante el ensamblado de estas permite generar modelos y figuras tridimensionales lo anterior permite comprender los conceptos básicos de vértice arista y cara que son tan importantes en la creación y desarrollo de las figuras geométricas en 3 dimensiones.

OBJETIVO GENERAL

Mediante el uso de la papiroflexia, se pretende hacer la construcción de los sólidos platónicos y de esta manera los alumnos comprendan cuáles son sus propiedades, así como la habilidad de poder crear formas de sólidos con materiales de dos dimensiones como es el papel.

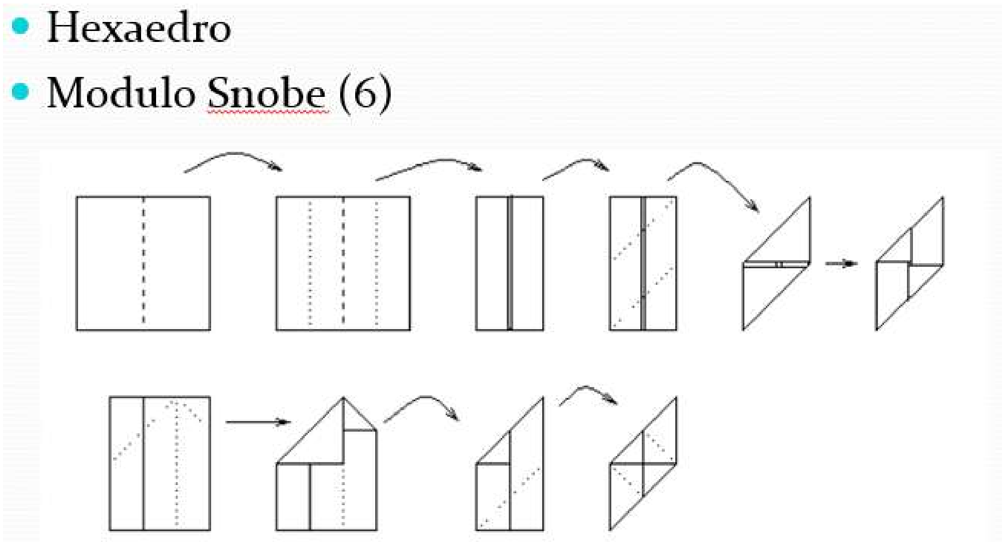
OBJETIVO ESPECÍFICO

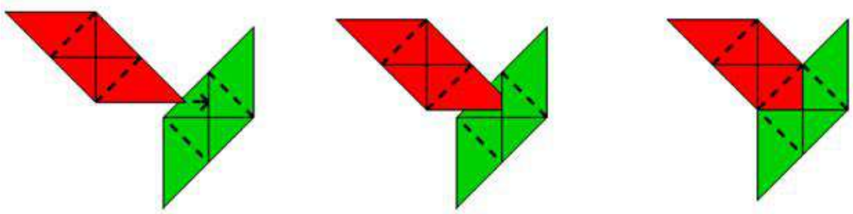
A partir de los propósitos y objetivos planteados en el eje forma espacio y medida del plan de estudio 2017 para la educación básica planteado por la Secretaría de Educación Pública se retoman los objetivos que a continuación se enuncian:

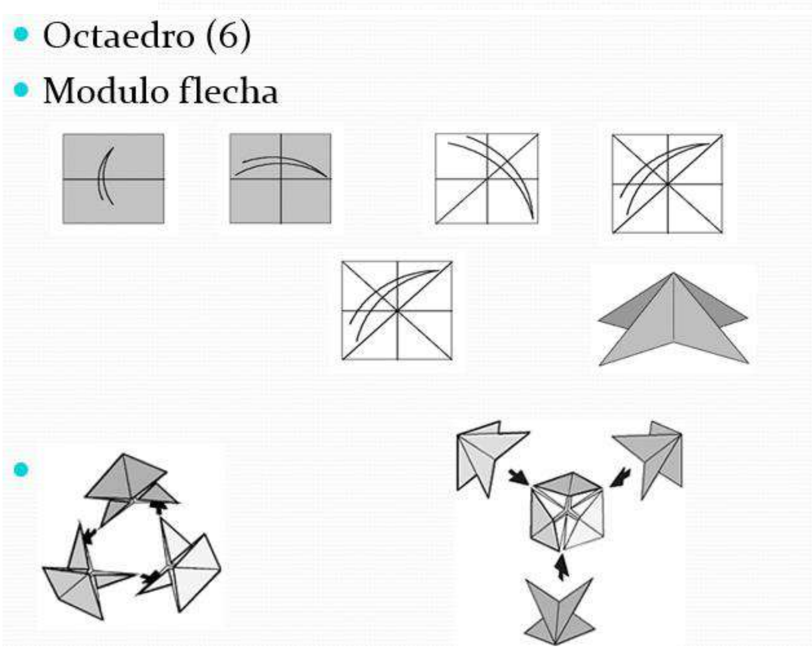
- Describir las características de cubos, prismas y pirámides. Construir desarrollos planos de cubos, prismas y pirámides rectos. Anticipar diferentes vistas de un cuerpo geométrico.
- Justificar las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos a través de la papiroflexia modular.
- Estimar y calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Calcular datos desconocidos, datos otros relacionados con fórmulas del cálculo de volumen. Establecer relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides. Realizar conversiones de medidas de volumen y de capacidad y analizar la relación entre ellas.

DESARROLLO

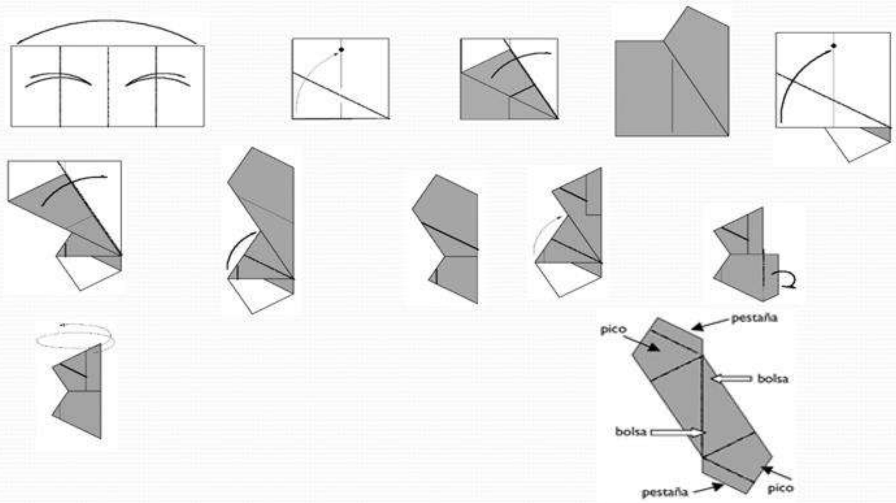
A continuación, se muestran los esquemas para el armado de las figuras:



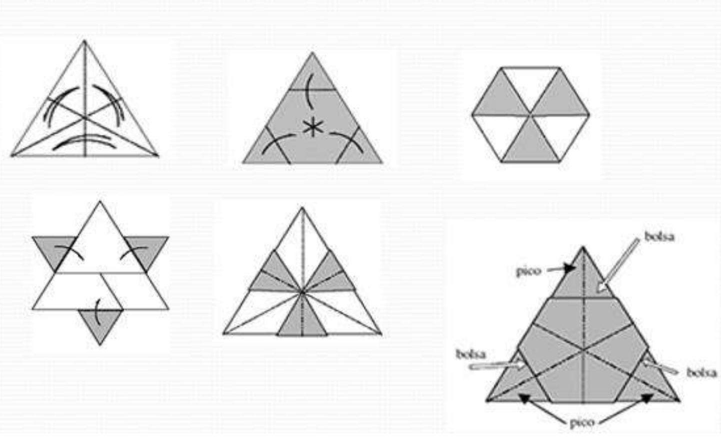


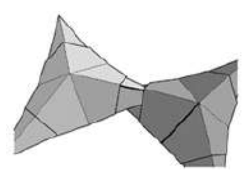


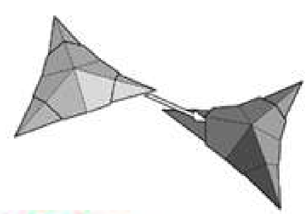
- Tetraedro (6) e Icosaedro (20).
- Modulo triangular de arista



- Dodecaedro (20)
- Modulo triangular de una sola pieza







MARCO TEÓRICO

El origami modular y las matemáticas

- El origami es la técnica de doblar papel para poder formar figuras, surge en Japón como arte milenario.

- Su nombre proviene de los vocablos
- Papiro Kami
- Flectere Ori

El llamado origami modular se basa en la construcción de módulos o unidades (casi siempre iguales) que se pueden ensamblar en cuerpos geométricos o, en su caso, en figuras decorativas. Esta técnica tiene ventajas que le permiten ser considerada en una clase de matemática: existe la posibilidad de producir una sorpresa en los alumnos al saber que no tienen que usar herramientas típicas como la regla (para trazar y medir), el compás, las tijeras y el pegamento. Dentro del campo de la geometría, fomenta el uso y comprensión de conceptos geométricos, tales como diagonal, mediana, vértice, bisectriz etc. El doblado de papel también permite a los alumnos crear y manipular figuras geométricas como cuadrados, rectángulos y triángulos y visualizar cuerpos geométricos.

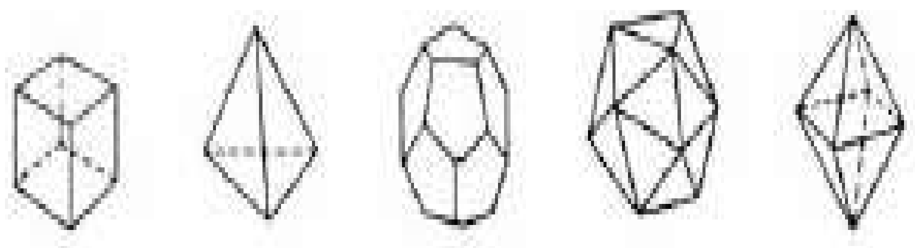
Además, el costo de los materiales es mucho menor que el de otros materiales o tecnologías, lo anterior permite que esté al alcance de la mayoría de los alumnos.

Los sólidos platónicos

Un poliedro se puede definir como un conjunto conexo de planos formado por un número finito de polígonos que se juntan de una manera armónica.

Los poliedros más famosos son los llamados platónicos que no son más que los cinco poliedros regulares que existen: tetraedro, cubo, octaedro, icosaedro y dodecaedro. La demostración de que sólo existen éstos se atribuye a Teeteto (425-379 a.C.) de la escuela de Platón. La demostración más elegante de este resultado se hace mediante la famosa fórmula de Euler, la cual establece.

- Tetraedro (4 caras)
- Hexaedro o cubo (6 caras)
- Octaedro (8 caras)
- Dodecaedro (12 caras)
- Icosaedro (20 caras)



.

Euclides y los sólidos platónicos

En los elementos de Euclides, en el libro XIII argumenta por qué existen solo 5 sólidos platónicos en total. Desde la proposición 13 a la 17 describe como construirlos, y en la proposición número 18, compara los lados de los poliedros.

El lenguaje que utiliza para realizar estas construcciones es totalmente matemático. Llama a los vértices con letras A, B, C… y a las rectas que los unen con la unión de las dos letras AB, BC, CA… Las demostraciones que realiza son muy farragosas, pues no utiliza ninguna ecuación, describe todo con palabras. Así pues, se llega en los Elementos a una formalización de los sólidos platónicos que quedan introducidos en el mundo de las matemáticas de forma definitiva.

Hacia el siglo 18 matemáticos tan eminentes como Leonard Euler plantearon una ecuación la cual solamente cumplía para los sólidos platónicos dicha ecuación es la siguiente:

$$C + V = A + 2$$

Formula de Euler para los sólidos Platónicos

Dónde

- C son las caras
- V son los vértices
- A son las Aristas

Modelo de Van Hiele en la enseñanza de las matemáticas

El modelo de Van Hiele es un proceso de crecimiento cognitivo donde los alumnos aprenden la geometría plana, fue propuesta en la década de los 50´s del siglo XX, el cuerpo de la teoría lo integran 2 componentes principales el primero de ellos es una descripción de las diferentes formas de razonamiento o pensamiento que llevan a cabo los estudiantes los cuales van desde lo intuitivo hasta el formal y abstracto como a los autores consideran que existen diferentes niveles o etapas de entendimiento de las ideas geométricas y por esta razón como parte de la teoría describen las características que de cada uno de estos niveles el segundo componente es una descripción de las características de cada fase o etapa del proceso de instrucción que pueden ayudar a los estudiantes a alcanzar el nivel de pensamiento o razonamiento superior al que poseen en un momento dado.

.

Tabla 1. Características del modelo de Van Hiele

1. Secuencial	es necesario avanzar en orden por cada uno de los niveles, es decir, no se pueden producir saltos en el desarrollo del razonamiento geométrico.
2. Progresivo	el avance de un nivel de razonamiento a otro nivel es imprescindible haber adquirido las competencias y capacidades del nivel anterior.
3. Intrinseco-extrínseco	los conocimientos, capacidades adquiridas en un determinado nivel, ayudarán como base para desarrollar el siguiente nivel de razonamiento.
4. Lingüística	cada nivel de razonamiento tiene su propio lenguaje geométrico, es decir cada palabra en diferentes niveles puede tener diferentes significados, por lo que existe una estrecha relación entre el lenguaje y los niveles.

5.	Emparejamiento	para desarrollar correctamente un determinado nivel es necesario conocer el nivel actual de los estudiantes (saberes previos), y por lo tanto las fases de aprendizaje se deben de adaptar para dicho nivel, de lo contrario no será posible el desarrollo del nivel y por consecuencia su avance progresivo

Fuente: Vílchez (2004, p. 49). Enseñanza de la Geometría con utilización de recursos multimedia

Las fases de aprendizaje según el modelo de Van Hiele Las fases de aprendizaje que propone el modelo son cinco secuenciales y que deben de desarrollarse de manera completa, siendo las siguientes:

Información e interrogación: Permite identificar los saberes previos de los estudiantes, es una fase donde se plantea preguntas para determinar el punto de partida de los estudiantes y plantear actividades pertinentes, tal como lo manifiesta D´amore (2006, p. 103): el maestro aprovecha esta primera fase, tanto para conocer el grado de capacidad que los estudiantes tienen sobre el tema, como para ver qué tipo de razonamientos son capaces de hacer en ese ámbito. (Jaime & Gutiérrez, 1990).

- Orientación dirigida En esta fase se inicia el desarrollo del campo temático de estudio con mayor profundidad; plantear actividades debidamente secuenciadas, en las cuales los estudiantes puedan experimentar, realizar mediciones, descubrir, comprender, asimilar, aplicar, etc. los conceptos, propiedades, relaciones, etc. de los diversos objetos matemáticos que se desarrollan en los diferentes campos conceptuales de la geometría, que serán motivo de su aprendizaje en un determinado nivel de razonamiento geométrico.

- Explicación o explicitación Es una fase en la cual los estudiantes intercambian sus aprendizajes, experiencias entre pares y la guía del docente, el rol de docente es el de un mediador, orientador, modelador y monitorear el lenguaje geométrico que emplean los estudiantes para realizar las respectivas correcciones de acuerdo al nivel de razonamiento geométrico. La explicitación se desarrolla de manera transversal en todas las demás fases.

- Orientación libre Es el momento en que se plantean actividades más complejas fundamentalmente referidas a la aplicación de lo aprendido en las actividades anteriores, respecto a contenidos como el lenguaje geométrico. Es una de las fases en la cual los estudiantes tienen la oportunidad de aplicar y combinar sus conocimientos, por lo que las actividades propuestas se recomiendan que sean abiertas.

- Integración Es una fase en la cual se consolida todo lo trabajado en las anteriores fases con el objetivo que el estudiante construya una red conceptual de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la red conceptual que tenía anteriormente.

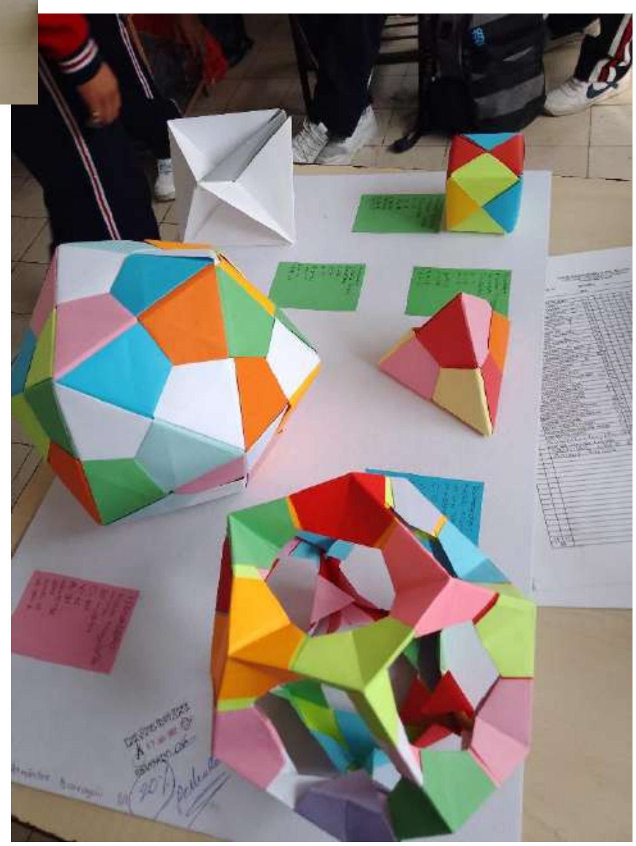
CONCLUSIONES

El material didáctico anteriormente expuesto, da al profesor de matemáticas una herramienta pedagógica que le permite trabajar con diferentes contenidos no solo conceptuales, sino también de procedimiento, desarrollando habilidades motoras finas y gruesas que a su vez permitirán al alumno desarrollar otros aspectos, como lateralidad, percepción espacial y psicomotricidad.

De igual manera se fomenta el trabajo en equipo ya que los alumnos al desarrollar todo lo planteado en el armado de los sólidos platónicos se da una colaboración genuina entre ellos por otro lado el modelo de Van Hiele permite ser un marco referencial contextual teórico y epistemológico en el cual podemos dar cuenta del aprendizaje de los alumnos así conceptos que se revisan de manera teórica como lo pueden ser punto recta simetría se ven aplicados a través de la resolución de los problemas y el ensamblado de los cuerpos geométricos al momento de presentar su maqueta final las siguientes fotografías muestran el trabajo realizado por los alumnos durante el periodo de evaluación del tercer bloque del ciclo escolar 2021 2022.

A continuación se muestran trabajos terminados por los alumnos de los grupos A, B,C Y D.

Imágenes de los trabajos terminados



BIBLIOGRAFÍA

Alarcon, B (2000), Jesús (coord.), Libro para el maestro. Educación secundaria. Matemáticas. México, SEP.

Blanco Covadonga “Geometría con papel (papiroflexia matemática)” Departamento de Matemáticas,Universidade de Coruña e IES “Antonio Fraguas” de Santiago de Compostela.

D'amore, B. (2006). Didáctica de la Matemática. Bogotá – Colombia: Magisterio.

Hull, Thomas (2009), Origami mathematics (Sitio web.) http://chasm.merrimack.edu/~thull/OrigamiMath.html, 2001. Última visita: 30/01/23, actualización: 21/03/01.

Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En Llinares, S.; Sánchez, M. V. Teoría y Práctica de educación matemática, pp. 299 - 384. Recuperado de: https://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf

Machuinas, Mónica Valeria (2001), “Origami y modelos geométricos”, en Memorias del III Simposio de Educación Matemática, J.E. Sagula y O.L. Isnardo, Universidad Nacional de Luján, Argentina.

http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/historia/Los%20solidos%20platonicos.pdf

Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. Teaching Children Mathematics, 6, 310-316.

Recursos electrónicos;

Origami: geometría con papel. Paolo Bascetta http://www.origami-cdo.it/articoli/artgeo.htm

Origami y construcciones geométricas http://kahuna.merrimack.edu/~thull/omfiles/geoconst.html

Origami axiomático o las matemáticas del papel doblado http://cgm.cs.mcgill.ca/~athens/cs507/Projects/2002/ChristianLavoie/maths.html

Página de José Ignacio Prieto Royo http://xtsunxet.usc.es/royoprieto/

Página de la Asociación Española de Papiroflexia. http://www.pajarita.org

Página de la Asociación inglesa de Papiroflexia. www.britshorigami.org.uk