



# Tablas Pitagóricas Con Pensamiento Retrovertido

Autor(a): Rodríguez Mendoza Antonio  
Justo Sierra, 15EBA0350Z  
Tequixquiac Edo. De México  
25 de noviembre de 2022



## **INTRODUCCIÓN**

Calificada la matemática como la asignatura más difícil, lo que los desmotivada por su dificultad. Esta sensación trae consigo falta de interés que se traducen en abandono definitivo en cuanto tienen la oportunidad de evadir sus miedos.

Sin darse cuenta de que están renunciando a una materia que puede ser muy divertida y también de gran utilidad para su futuro, sobre todo si son creativas.

Para NNAyA la matemática recreativa les permite explorar y desarrollar su carácter lúdico. Poniendo el foco en la creación de juegos, retos y problemas que se resuelven mediante la lógica y el cálculo. Mediante la manipulación de materiales concretos, poniendo el acento en el gran potencial de diversión y entretenimiento que los materiales en las matemáticas ofrecen. Buscando siempre la manera de enseñar a través de los juegos y demostrando que las matemáticas pueden aprenderse de forma divertida y amena.

A partir de la premisa de “matemática para todos” esta propuesta desarrollada con material didáctico con dinámicas para todos los niveles. Asegurándose de que en todo momento cada participante se sienta cómodo, divertido, aprendiendo a su propio ritmo.

La interrelación entre suma y resta en las operaciones en el ábaco tiene grandes beneficios, a pesar de que al principio puede parecer complicado. En primer lugar, el razonamiento que exige. Desde el comienzo, el alumnado tiene que razonar para hallar el resultado (ayuda la concentración y prestar atención). En segundo lugar, la relación con la vida real. Este proceso se acaba mecanizando y automatizándose, pero el camino en sí mismo es muy valioso e interesante. Ayuda a fomentar la creatividad y la memoria de los estudiantes, que también mejoran su capacidad de concentración, orientación espacial, formación de conceptos, resolución de problemas... Aprender a usar el fracaso. ...Considerar todas las ideas. ...Ampliar la base de conocimientos. ...Reconocer la innovación.

## Desarrollo

El saber Matemática, es extremadamente necesario para poder interactuar con fluidez y eficacia en un mundo matematizado. La necesidad del conocimiento matemático crece día a día al igual que su aplicación en las más variadas profesiones y las destrezas más demandadas en los lugares de trabajo, son en el pensamiento matemático, crítico y en la resolución de problemas pues con ello, las personas que entienden y que pueden “hacer” Matemática, tienen mayores oportunidades y opciones para decidir sobre su futuro.

Según Chamorro (citado en Ministerio de Educación, 2010) una competencia matemática se vincula con el ser capaz de hacer, relacionado con el cuándo, cómo y por qué utilizar determinado conocimiento como una herramienta. Las dimensiones que abarca el ser matemáticamente competente son:

- Comprensión conceptual de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas.
- Desarrollo de destrezas procedimentales;
- Pensamiento estratégico: formular, representar y resolver problemas;
- Habilidades de comunicación y argumentación matemática; y,
- Actitudes positivas hacia las situaciones matemáticas y a sus propias

Capacidades matemáticas.

Según (Piaget 1973 pág. 480 - 490), el desarrollo cognoscitivo comienza cuando el pensamiento, asimila aquellas cosas del medio que les rodea con la realidad a sus estructuras, de manera que antes de empezar la escolarización formal, los pre estudiantes adquiere conocimientos sobre su contexto como contar, el número y la aritmética, el algebra y la trigonometría. Este desarrollo incluye cuatro periodos son:

a) PERÍODO SENSORIO MOTOR: se consideran los cambios intelectuales en el que aparecen los indicios del pensamiento representacional.

b) PERÍODO PREOPERACIONAL: Más conocido como el período de las representaciones, se consolidan las funciones semióticas que hacen referencia a la capacidad de pensar sobre los objetos en su ausencia. Esta capacidad surge con el desarrollo de habilidades representacionales como el dibujo, el lenguaje y las imágenes.

c) PERÍODO OPERACIONAL CONCRETO: Comprende la capacidad de operar mentalmente sobre representaciones no abstractas como:

- Adecuada noción de medida, con la comprensión de la reducción a una unidad inalterable;
- La perspectiva y la proyección;
- La comprensión conceptual temporal y espacial;
- La comprensión de las probabilidades; resolver ecuaciones, formular proposiciones con capacidad de plantear y resolver problemas que requieren la manipulación de variables.

d) PERÍODO DE LAS OPERACIONES FORMALES: En este período se adquiere propio pensamiento, es decir se adquiere habilidades metacognitivas; sobre realidades concretas, son capaces de considerar situaciones hipotéticas y pensar sobre ellas.

El razonamiento ampliado permite gradualmente representaciones más complejas para organizar la información que permite desarrollar la inteligencia y pensamiento desarrollando el conocimiento como:

- El conocimiento físico, que es el que adquiere a través de la manipulación de los objetos que están al alrededor y su interacción con el medio.
- El conocimiento lógico-matemático, surge de una abstracción reflexiva donde el conocimiento construye en la mente las relaciones con los objetos una vez procesado no se olvida, ya que la experiencia no proviene de los objetos sino de la acción sobre los mismos.
- El conocimiento social, es el conocimiento el que se adquiere en relación con otros niños, adolescentes, jóvenes y adultos.

El conocimiento lógico-matemático surge a partir de un pensamiento reflexivo, ya que se construye en la mente a través de las relaciones con los objetos, desarrollándose siempre de lo más simple a lo más complejo, teniendo como particularidad que el conocimiento adquirido una vez procesado no se olvida ya que la experiencia no proviene de los objetos sino de su acción sobre los mismos. (Baroody, 2005 pág. 26).

Montessori (1988) sostenía que cada individuo tiene que hacer las cosas por si mismo porque de otra forma nunca llegará a aprenderlas. Para esta pedagoga, la formación del pensamiento lógico-matemático se sustenta sobre dos pilares básicos: la educación sensorial y la motricidad con estrategias metodológicas.

### Estrategias Metodológicas

(Armas, González y Vázquez 2003 pág. 6 - 10). Precisan la estrategia al concebir la misma como: “la manera de planificar y dirigir las acciones para alcanzar determinados objetivos a largo, mediano y corto plazo y la adaptación de acciones y recursos con estrategia que culmina en un plan general con misiones organizativas, metas, objetivos que aseguren el cumplimiento de dichos metas”.

(Rodríguez 2003 p.84 – 100). Concibe a las estrategias como “la proyección de un sistema de acciones a corto, mediano y largo plazo que permite la transformación de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje tomando como base los métodos y procedimientos para el logro de los objetivos determinados en un tiempo concreto”.

La mediación del profesor es fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje. La mediación en este caso, tiene el sentido de acercar al alumno al conocimiento, a través de estrategias que le permitan a éste, sentir que lo aprendido es significativo y que está adquiriendo una serie de habilidades que no sólo podrá aplicar en una situación específica sino a lo largo de toda su vida.

“Una de las tendencias generales y más difundidas hoy consiste en poner hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática, más que en la mera transferencia de contenidos” (Guzmán, 1993 p. 89).

Los materiales manipulables, según (Moreno 2002 p.16-19). se definen como “cualquier material u objeto físico del mundo real que los estudiantes pueden “palpar” para ver y experimentar conceptos matemáticos se considera...

- Un tema importante es la multiplicación. Nunca empiece por pedir a sus estudiantes que se aprendan de memoria las tablas de multiplicar ya que con ello solamente sabrán repetir resultados de multiplicaciones, pero no necesariamente entenderán qué es la multiplicación ni cómo se aplica a la

resolución de problemas. Recuerde que la multiplicación puede y debe ser explicada utilizando los modelos descritos a continuación...

- Los modelos también se utilizan a menudo como instrumentos para experimentar o explorar sobre teorías ya existentes; por ejemplo, un modelo se puede usar para corregir una teoría. Por último, hay modelos que funcionan directamente como instrumentos para experimentar. Capacidad de representación.

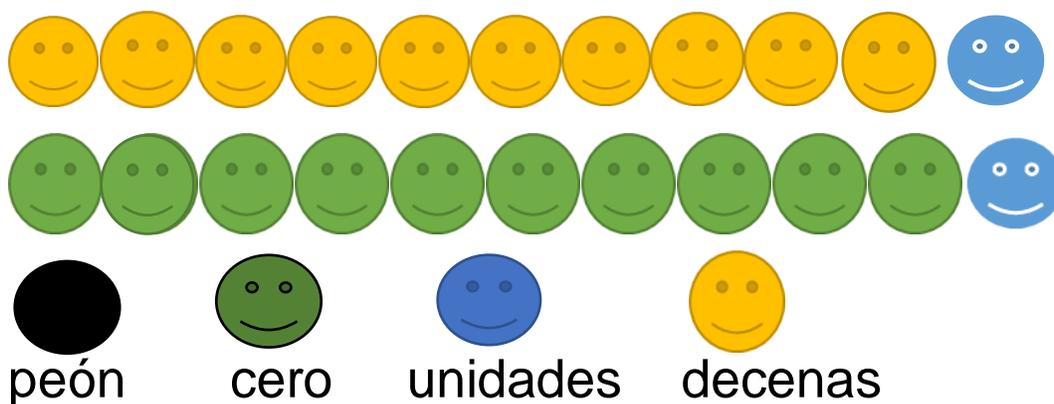
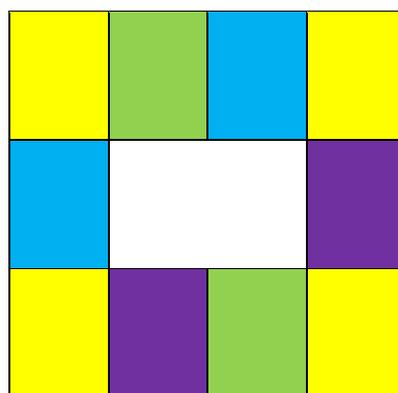
A continuación, se hace referencia con la siguiente propuesta de adecuación de tablas de prácticas multiplicativas que fortalecen a las competencias de pensamiento lógico inductivo, deductivo, heurístico y de pensamiento ampliado lógico. Encaminado a fortalecer las competencias de los diversos tipos de aprendizaje y sobre todo habilitar la metacognición.

El planteamiento central es la actividad mental propiamente se caracteriza por el desarrollo que surge de la actividad práctica. De acuerdo a las estructuras cognoscitivas que se forman por la actividad del pensador, que busca otorgar sentido a su aprendizaje mediante actividades mentales como función de estructurar experiencias para el desarrollo de capacidades cognitivas de orden superior como clasificar, analizar, sintetizar, recordar, razonar y aplicar ideas y conceptos que permite el aprendizaje a largo plazo.

## Tabla retrovertida

- 1.- Se trabajan los números seriados en tabla pitagórica
- 2.- Identificar de forma azarosa, cuantas veces son: Cuanto es 3 veces 2, 2 veces 4, 6 veces 2, etc.
- 3.- Reconocer en tabla de reparto, cuantos repartos equitativos tiene 12. Tiene 4 veces 3, 6 veces 2, y su inverso multiplicativo
- 4.- Se da la encomienda de poner en la tabla de reparto 6 amarillos y 3 verdes
- 5.- Se realiza la suma de las unidades más las decenas y resulta 36
- 6.- Identificamos en la table pitagórica que numero seriado da 36 y colocamos la ficha negra
- 7.- Escribimos en la libreta la operación que resulta de la lectura de  $6 \times 6 = 36$
- 8.- Busca si hay alguna otra serie que de 36 y escribe tus resultados.
- 9.- Si hay duda se puede consultar la tabla pitagórica

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6						X				
7										
8										
9										
10										



## MANOS MAGICAS

Cuando es posible construir un modelo matemático insertando símbolos para representar relaciones entre constantes y variables estamos ante un modelo cuantitativo. Una ecuación es un modelo de este tipo. Las fórmulas, las matrices, los diagramas o series de valores que se obtienen procesos matemáticos que proporciona el material manipulable y lúdico.

Se debe iniciar con el reconocimiento seriado en la tabla pitagórica cuantificando su valor (asignarle una medida (**cantidad**) a una magnitud (**extensión**), de uno en uno..., de dos en dos... de tres en tres... etc.

Al emplear la cuantificación se desarrolla la capacidad de poder discernir entre: mucho, poco, algunos, menos, bastante, todos y ninguno, donde hay más, y/o donde menos.

Para mantener los procesos cuantitativos se hacen comparaciones por seriación. Ejemplo, 2 veces 2, 5 veces 2= ¿dónde hay más?, visualizar la porción permite identificar los valores cuantitativos.

2.- Ya complementado la tabla pitagórica, ir descartando las series por nivel de complejidad aplicando reglas. Todo número multiplicado por cero da cero, En la serie del uno, este caso, sumar 1 al término anterior en la progresión da el término siguiente o viceversa ( $a_n = a_1 + d(n-1)$  a  $n = a_1 + d(n-1)$ ), Para la serie del 10 En esta serie existe una regla que llamamos patrón esto quiere decir que, para seguir la secuencia, solo debemos sumar 10 de forma ascendente.

Es imprescindible emplear estrategias didácticas para desarrollar el aprendizaje significativo de las tablas de multiplicar, Por lo anterior y mediante este estudio se pretende hacer del aprendizaje de las tablas de multiplicar un momento significativo para cada estudiante, guiada por la creatividad y por estrategias con actividades lúdicas y que sean llamativas para propiciar clases enriquecedoras para los estudiantes y sus maestros empleando los dedos de sus manos. Las matemáticas operadas con las manos, trae consigo un material lúdico permanente ya que en cualquier momento y lugar se puede

consultar. Considerando que con el tiempo este conocimiento práctico metacognitivo es significativo para memorización permanente.

Tabla del 1, por cada unidad es un dedo:  $1 \times 1 = 1$  dedo,  $1 \times 2 = 2$  dedos,  $1 \times 3 = 3$  dedos y así sucesivamente

Tabla de 2, cada dedo vale dos de tal manera que se opera igual que la tabla del uno

Tabla del 3, se inicia con la mano izquierda con el meñique contando cada falange por unidad por lo tanto  $3 \times 1 = 3$ , se continua con el anular  $3 \times 2 = 6$  y así sucesivamente con el medio, el índice y el pulgar y se continua con la mano derecha igualmente con el meñique para  $3 \times 6 = 18$ , posteriormente con el anular  $3 \times 7$ , con el medio  $3 \times 8$ , con el índice  $3 \times 9$  y pulgar  $3 \times 10$ .

Tabla del 5 se inicia con los dedos de la mano izquierda los cuales tienen un valor de 5 si hay duda de la secuencia se suman los dedos de la mano derecha. Se inicia con el meñique  $5 \times 1$ , se continua con el anular  $5 \times 2$ , se sigue con el medio  $5 \times 3$ , después con el índice  $5 \times 4$  y se termina con el pulgar  $5 \times 5 = 25$ . Para continuar con  $5 \times 6$  en adelante, se cuenta de forma inversa, es decir, se inicia con el pulgar  $5 \times 6$ ,

después con el índice  $5 \times 7$ , posteriormente con el medio  $5 \times 8$ , se sigue con el anular  $5 \times 9$  y se culmina con el meñique  $5 \times 10$



Tabla del 1

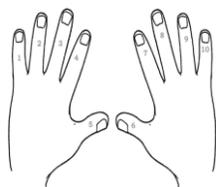


Tabla del 2

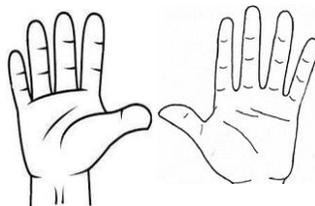


Tabla del 3 y 4

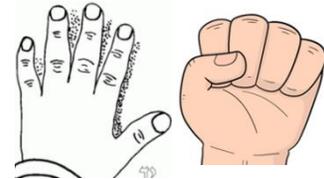


Tabla del 5

CON MICA ES MAS FACIL LA TABLA DEL 6 AL 10

Otra estrategia muy practica se elabora la siguiente tabla y se enmica con mica gruesa. A continuación, se detalla su uso. Para continuar con las tablas de 6.7.8.9.y 10 se trabaja la siguiente tabla la cual se interpreta, Los números de arriba de la flecha se cuentan con valor de uno por lo que en este caso a la izquierda tenemos 2 números y a la derecha 3 de los cuales se opera 2 veces 3 igual a 6. Los que están de la flecha para abajo tienen un valor de diez. Por lo que tenemos a la izquierda 3 números que al sumarlos da igual a 30, a la derecha contamos con 2 números con valor de 10 cada uno tenemos un total de 20, sumando valor de columna izquierda con total de columna derecha tenemos un total de 50. Al sumar el nivel superior con el nivel inferior tenemos un total de  $50 + 6 = 56$  por lo tanto  $8 \times 7 = 56$

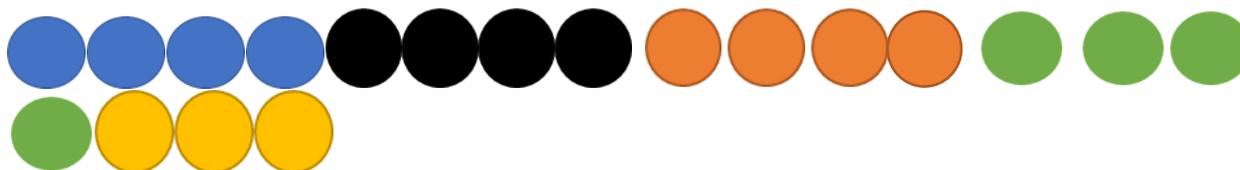
<b>2</b>	<b>veces</b>	<b>3</b>	<b>6</b>
10		10	<b>M A S</b>
9		9	
8		8	
7		7	
6		6	
<b>30</b>	<b>más</b>	<b>20</b>	<b>50</b>
<b>6</b>	<b>más</b>	<b>50</b>	<b>56</b>

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2		4	6	8	10	12	14	16	18	
3		6	9	12	15	18	21	24	27	
4		8	12	16	20	24	28	32	36	
5		10	15	20	25	30	35	40	45	
6		12	18	24	30	36	42	48	54	
7		14	21	28	35	42	49	56	63	
8		16	24	32	40	48	56	64	72	
9		18	27	36	45	54	63	72	81	
10		20	30	40	50	60	70	80	90	100

## LA RAYUELA

Para finalizar argumentamos el aprendizaje jugando a la rayuela. Se lanza la ficha, se identifica en que casilla cae. Ejemplo 18 de la cual iremos colocando las fichas en la columna superior e inferior que determinen las operaciones que den ese resultado. 3 x6, 9x2 y su inverso multiplicativo 6x3 y 2x9

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	7	16	27	48	70	100				
2	8	18	30	50	72	15				
3	9	20	32	54	80	28				
4	10	21	35	56	81	40				
5	12	24	36	60	90	64				
6	14	25	42	63	91	0				
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	x



- ❖ 1.- Se determina la operación
- ❖ 2.-Se identifica el resultado
- ❖ 3.-Se busca operaciones que igualen el resultado de la operación trabajada
- ❖ 4.-Se determina el inverso multiplicativo de cada operación si esta lo permite
- ❖ 5.-Se colocan las fichas en los resultados de estas operaciones y en las regletas inferior y superior se ejemplifica las operaciones que determina ese resultado

Ejemplo:  $8 \times 5 = 40$  esto es igual a  $5 \times 8$  ,  $4 \times 10$  ,  $10 \times 4$

## ABACO JAPONES

50 000	5 000	500	50	5
40 000 90 000	4000-9000	400-900	40-90	4-9
30 000 80 000	3000-8000	300-800	30-80	3-8
20 000 70 000	2000-7000	200-700	20-70	2-7
10 000 60 000	1000-6000	100-600	10-60	1-6

Da una cantidad por ejemplo 27 se descompone sin que sobre

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Se repite

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Las bondades del material insertan símbolos que da valores al tratamiento de información para la generación de ideas y escenarios.

Este material tiene el principio del ábaco japonés con la diferencia de que es en plantilla lo cual trae unos más beneficios ya que estimula los dos hemisferios cerebrales. Estimula la parte izquierda porque nos exige razonar y nos ayuda a realizar estimaciones, y la parte derecha porque nos permite 'tocar' los números y las operaciones, así como trabajar el cálculo mental a través de la visualización de imágenes. Los beneficios de esta herramienta muestran que ayuda a la concentración, la atención, el razonamiento lógico, la memoria, la rapidez mental y el procesamiento de la información de forma ordenada.

Esta organizado en columnas representa las unidades, otra las decenas... La primera es que no todas las cuentas tienen el mismo valor: las inferiores valen 1 cada una y las

superiores 5. La primera fila representa las unidades la segunda fila las decenas, la tercera fila las centenas. cuarta fila las unidades de millar.

En la primera, las inferiores valen 1 cada una y las superiores 5. La segunda hilera las inferiores valen 10 y la superior 50, En la tercera las inferiores 100 y la superior 500 y para la cuarta las inferiores valen 1000 y la superior 500. De derecha a izquierda, se representan las unidades, decenas, centenas, unidades de millar... y así sucesivamente.

Para sumar con la plantilla tan solo tendremos que colocar las fichas hacia la izquierda y, cuando queramos sumar, tendremos que ir moviendo hacia la derecha, de este modo, será muy fácil poder calcular el total.

Para la resta representamos el número mayor y le iremos sustrayendo conforme de indica de derecha a izquierda.

Para introducir esta plantilla en el aula, debemos tener en cuenta que en el aprendizaje de esta herramienta se da en etapas iniciales importantes: la representación e identificación de los números; La representación de cantidades, las sumatorias y la sustracción. Es relevante considerar la identificación de los valores inferiores y los superiores.

Su enseñanza puede hacerse con diversas estrategias en razón al estilo de aprendizaje y su zona de desarrollo próximo. Si además de que el alumnado logre los beneficios asociados a su uso queremos respetar los ritmos de aprendizaje diversos del aula y que los estudiantes disfruten (a la vez que fomentan su autonomía y responsabilidad) los siguientes pasos en cada etapa ayudan a ello:

Como primer paso se presentación la plantilla. Se les muestra las etapas de desarrollo de pensamiento ampliado. Se le induce a descubrir: Se les plantea un pequeño reto. En grupos pequeños reflexionan, comparten y debaten. Mediante la exploración y experimentación razonan para llegar a la solución, exponiendo sus reflexiones y presentan sus conclusiones.

## **CONCLUSIONES**

Como conclusión se expresa las características del material lúdico significativo, centrado en la capacidad propia del alumnado con condiciones específicas de los contextos educativos equivalente al aprendizaje individual. Hace falta direccionar métodos más activos que inviten a los alumnos y alumnas a trabajar los problemas como entornos de aprendizaje, a plantearse sus propias preguntas, sus propios problemas, a comunicar sus ideas, a discutirlos y trabajarlos con otros. Permitiendo nuevas estructuras cognitivas formuladas de manera gráfico símbolo - esquemático con grandes bondades que esta propuesta permite al vincularse con sus propias estructuras de su zona próxima de conocimiento lógico significativo. Promoviendo la construcción de mecanismos para su reflexión y razonamiento, mediante el uso de estrategias metacognitivas. Se observa que el uso de situaciones de retos debe ser reconstruidas por el alumno y la alumna, por los llevan a proyectar sus ideas, potencian su originalidad y desarrollan de forma activa su creatividad.

Con el ajuste de estas estrategias creativas, permite la fluidez de pensamiento de acuerdo con Guilford es una capacidad creativa conformada por varios componentes, los tres primeros se relacionan con el lenguaje y son, en su orden, la capacidad para producir palabras con un mismo fonema o a partir de una misma cantidad y tipo de operaciones, la fluidez para asociar manifestada en la capacidad para encontrar el pensamiento retrovertido, y la fluidez de expresión que consiste en la capacidad para yuxtaponer palabras pensamientos para conformar estructuras de razonamiento, el cuarto componente de la fluidez de pensamiento es la fluidez ideacional que consiste en la capacidad de generar ideas en un tiempo precisos para satisfacer ciertos la memoria del pensamiento lógico, es decir, ofrecer soluciones a problemas" ( Guilford 1959 p.60)

Esta propuesta muestra la relación entre el desarrollo del pensamiento lógico, flexible y ampliado matemático y la creatividad con la invención y resolución del problema de la captación y operatividad tablas de multiplicar en operaciones matemáticas básicas.

No son frecuentes las ocasiones en las que aparecen juntas creatividad, lógica, intuición, inferencia, ampliación de pensamiento y Matemáticas. Que desarrollan procesos complejos que comparten elementos como la fluidez, la flexibilidad, la novedad y la

elaboración. Estos factores contribuyen, el ser competentes mediante el razonamiento ampliado como instrumento de adquisición y evaluador potente con el que se pone de manifiesto el nivel de razonamiento matemático y creativo de una persona.

Esta aportación presenta algunas investigaciones relevantes, que se han llevado a cabo sobre tablas de multiplicar, vinculadas al desarrollo del conocimiento matemático y a la creatividad. Todo reto creativo conlleva mejoras en el comportamiento, en la memoria, en la actitud. Por ello, es importante desarrollar estrategias que impulse y estimule el aprendizaje.

## Referencias

Barbarán, J. J., & Huguet, A. (2013). El desarrollo de la creatividad a través de la invención de problemas matemáticos. Pág. 3 y 7

Callejo, M. L. (2003). Creatividad matemática y resolución de problemas. Pág. 27-28-34

García, J. J. (1998). La creatividad y la resolución de problemas como bases de un modelo didáctico alternativo. Pág. 154

<https://www.guiainfantil.com/articulos/educacion/aprendizaje/tabla-de-pitagoras-para-ensenar-a-los-ninos-a-multiplicar/#header1>

[https://books.google.com.mx/books?hl=es&lr=&id=unAHD8sufGMC&oi=fnd&pg=PA9&dq=Seg%C3%BAAn+Piaget+\(1999\),&ots=O-toQ22P4Q&sig=BbL-bXRWKQrYh\\_IQkULGamBTyq4#v=onepage&q=Seg%C3%BAAn%20Piaget%20\(1999\)%2C&f=false](https://books.google.com.mx/books?hl=es&lr=&id=unAHD8sufGMC&oi=fnd&pg=PA9&dq=Seg%C3%BAAn+Piaget+(1999),&ots=O-toQ22P4Q&sig=BbL-bXRWKQrYh_IQkULGamBTyq4#v=onepage&q=Seg%C3%BAAn%20Piaget%20(1999)%2C&f=false) pág. 12 a 20