ESCUELA NORMAL DE SAN FELIPE DEL PROGRESO

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICAS

ENSAYO

COMPRENSIÓN SIGNIFICATIVA DE REGLAS GEOMÉTRICAS CIEGAS

PRESENTA:

ROSA MARÍA ARZATE MORALES

ASESOR:
MTRO. EFRAÍN ALDAMA GARCÍA

SAN FELIPE DEL PROGRESO, MÉXICO, JULIO DEL 2020.

INDICE

Tabla de contenido

PRESENTACIÓN

Las matemáticas son un arte cuando se construyen correctamente, por lo que constituyen un campo de estudio predilecto para la solución de diversos problemas que requieren algunas habilidades desarrolladas, por consecuencia se realiza la construcción y posterior comprensión de diversos conceptos, mismos que dan sentido a un problema.

El tema de estudio **"Comprensión significativa de reglas geométricas ciegas"** ubicado en la Línea Temática 2 del Documento de Orientaciones Académicas para la Elaboración del Documento Recepcional denominada "Análisis de las experiencias de enseñanza", pretende analizar los temas relacionados con las experiencias que se vayan adquiriendo y desarrollando con los grupos de la secundaria Isidro Fabela en el área de matemáticas; demandando poner en juego los conocimientos, la iniciativa y la imaginación pedagógica que ha ido desarrollando durante la formación inicial y desempeñar las estrategias de enseñanza.

Este tema se eligió porque se observó que los alumnos de 1° "A" de la Escuela Secundaria Oficial No. 0599 "Lic. Isidro Fabela" conformada por 36 alumnos inscritos y regulares, con quienes se trabajó durante la clase de matemáticas en el área de geometría que resuelven algunos problemas y obtienen el resultado correcto, pero realizan todo el procedimiento utilizando una fórmula sin conocer el origen de esta porque generalmente en la secundaria solo se dan las fórmulas para resolver ejercicios o problemas, pero no se demuestran.

Por lo que este documento está integrado por tres capítulos; el capítulo I, contiene la descripción del tema de estudio, el cual se plantea los propósitos generales; como referentes específicos; conocimientos sobre el tema y el contexto escolar.

En el capítulo II, que lleva por título "Comprensión significativa, el caso del perímetro" se incluyen problemas en los que los alumnos trabajaron y los métodos que emplearon, ya sean correctos o incorrectos. Este capítulo y el capítulo III se trabajaron en dos momentos, el primer momento fue para identificar el nivel de conocimiento que tiene y determinar lo que puede hacer, en el segundo momento el alumno sigue el Método de estudio Flexible de Arboleda que describe en 2014 en su libro llamado "Estrategias para la Comprensión Significativa", este método (también llamado Método F., es referido así porque tiene diez pasos a seguir, pero dependiendo del contexto o del nivel de conocimiento al que se quiera llegar, este es utilizado por completo (los diez pasos) o solamente se utilizan algunos para llegar al fin deseado) va de la mano con la Resolución de Problemas para su mejor aplicación. También se contrastan la comprensión significativa de Arboleda y la comprensión relacional de Skemp.

Por ultimo en el capítulo III, que lleva por nombre "Comprensión Significativa, El caso del Área", menciona que el Método F. se utilizó para comenzar de un problema contextualizado y resolverlo, hasta poder llegar a la fórmula del área del círculo y de paralelogramos.

CAPÍTULO

I

1. TEMA DE ESTUDIO

1.1 Descripción del tema de estudio

El tema de estudio llamado “comprensión significativa de reglas geométricas ciegas” se constituye como un tópico de análisis acerca de la comprensión significativa de tales reglas, su génesis, algoritmos correspondientes y conceptos que atañen.

En el tema de estudio se identifican como componentes los conceptos de comprensión, comprensión conceptual, comprensión significativa, comprensión en matemáticas y la noción de reglas ciegas; estos conceptos y otros con los cuales tiene relación se aclaran a lo largo de este apartado.

Las llamadas reglas en geometría son los conceptos, axiomas, leyes, teoremas, modelos matemáticos, fórmulas, etc. de matemáticas que ya están establecidos y que se conoce el origen, lo que la construye y lo que va a construir con esta. Algunos ejemplos son:

- Teorema de Pitágoras.
- Ley de la adición y la multiplicación.
- $A = \pi r^2$
- Concepto de círculo: Circunferencia, curva cerrada cuyos puntos equidistan del centro.

De manera contraria, las reglas adjetivadas como “ciegas” en geometría son aquellas de las que se desconoce su carácter matemático y didáctico; dentro del primero, carácter matemático, podemos mencionar la génesis de tales reglas, los teoremas que les dan existencia, su lógica de demostración y las relaciones matemáticas que sostiene con conceptos o teoremas; para el segundo, carácter didáctico, se muestran como productos terminados, con la opción de adquirirlos mediante la mecanización.

Así como se ha observado en primer grado, grupo “B” de la Escuela Secundaria Oficial No. 0599 “Lic. Isidro Favela” ubicada en la comunidad de Dolores Hidalgo, municipio de San

Felipe del Progreso los alumnos tienen la posibilidad de solucionar algunos problemas que tengan que ver con conceptos matemáticos, las cuales son productos terminados que el docente les proporcionó para la resolución de dichos problemas.

Es por ello que se plantearon las siguientes cuestiones a manera de guía para la intervención didáctica. ¿Cómo operan los alumnos de primer grado de la escuela secundaria las reglas ciegas de geometría durante las clases de matemáticas? y ¿Cómo se construye la comprensión de las reglas ciegas en geometría por parte de los alumnos de primer grado de la escuela secundaria? Como evidencia se mencionan dos ejemplos de dichas situaciones de aprendizaje.

REGLAS CIEGAS:

Primer ejemplo:

- Formula del área del cuadrado y del rectángulo ($A = b \cdot h$)

Se tiene el siguiente ejercicio de la actividad llamada "Manos a la obra" del libro de Matemáticas I de telesecundaria, primer grado, volumen I, pp. 93. En el cual se podrán observar las reglas ciegas que existen en el aula durante la posterior resolución sin llegar a la comprensión porque el docente solo presenta los ejercicios, resuelve uno utilizando una fórmula (carácter matemático) al mencionar para qué se utiliza y cómo utilizarla, pero sin dar el origen de la fórmula o cómo es que se llegó a ella para poder aplicarla a "lo que el maestro dice".

Ilustración 1. Ejercicio del libro del maestro, telesecundaria, pp. 93

Rectángulo. Son los paralelogramos que tienen todos sus ángulos rectos, el cuadrado es un caso particular de un rectángulo. Por definición, tiene un ángulo recto. Por ser un paralelogramo, su opuesto también es un ángulo recto; y los otros dos ángulos, que son suplementarios de los dos anteriores, suman 180º. Y como son opuestos, son iguales entre sí, luego cada uno de los cuatro es un ángulo recto. Así que se puede decir que el cuadrado es un caso particular del rectángulo.

(i). El área de un rectángulo de lados a y b es igual a $a \cdot b$.
(ii). El área de un rectángulo es invariante por traslación.

Donde la **Figura 1** nos muestra lo sucedido:

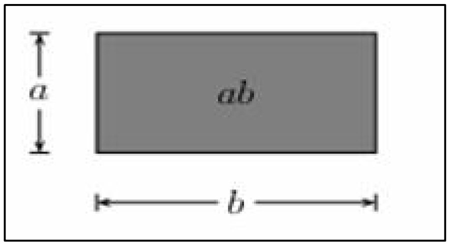


Figura 1: Rectángulo de longitudes en la base b y en la altura a.

Entonces se mencionan las reglas ciegas en geometría para el caso del rectángulo y el cuadrado.

En el carácter matemático:

1. Se menciona la génesis de las reglas

Esto significa que el área de un rectángulo es igual al producto de su altura (h) por su base (b), o bien de su longitud por su anchura.

2. Los teoremas que les dan existencia (Las principales propiedades del rectángulo)

- **Conjunto elemental:** Un conjunto se llama elemental si se puede expresar como unión finita de triángulos y rectángulos. Cualquier polígono es un buen ejemplo de un conjunto elemental, esto lo veremos en la **Figura 2**:

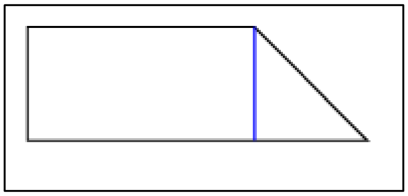


Figura 2: Conjunto elemental.

Ahora bien, de acuerdo a estos dos hechos primitivos tenemos que un paralelogramo rectángulo de iguales lados como es el caso del cuadrado, tiene área igual al producto de sus lados, es decir, lo que es el lado al cuadrado.

Veamos la **Figura 3** de abajo:

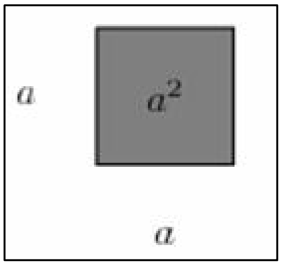


Figura 3: Cuadrado.

- **Axioma 1:** El área de un conjunto elemental es aditiva.

Esto quiere decir que: Si *ADC* y *ABC* son conjuntos elementales; entonces el área de *ADC* unión *ABC* es igual a la suma del área de *ABCD*.

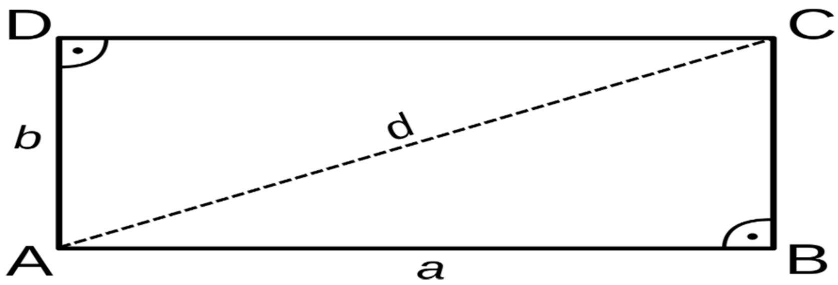


Ilustración 2. https://es.wikipedia.org/wiki/Rect%C3%A1ngulo#/media/Archivo:Rectangle.svg

- Pueden ser un rectángulo tales figuras como un paralelogramo, un cuadrado o un rombo.
- Sus lados paralelos son iguales.
- Sus dos diagonales son iguales, y se bisecan mutuamente en el punto medio común; (esta característica también lo define). Este punto es el centro de la figura, en el sentido que toda recta que pasa por él, corta al rectángulo en dos puntos equidistantes del centro, por lo que define una simetría respecto a un punto para los puntos del rectángulo.
- Empleando como base de cualquier triángulo la base del rectángulo y como vértice opuesto un punto que dista como la altura del rectángulo, se obtiene una familia de triángulos equivalentes y cuyos vértices forman un lugar geométrico: la recta paralela a la base del rectángulo.

Retomado de: http://es.onlinemschool.com/math/formula/rectangle/ y https://es.wikipedia.org/wiki/Rect%C3%A1ngulo

3. Lógica de demostración

- Los cuadrados y los rectángulos cumplen la condición de que todos sus ángulos son rectos (90º). La diferencia radica que en el cuadrado todos sus lados miden lo mismo, mientras que en los rectángulos los lados opuestos son iguales y diferentes de los contiguos.
- El cuadrado tiene 4 lados iguales 4 ángulos iguales 2 pares de lados paralelos.
- El rectángulo tiene 4 ángulos iguales 2 pares de lados paralelos 2 lados iguales y otros iguales.

4. Las relaciones matemáticas que sostiene con conceptos o teoremas.
- El área de un cuadrado es A= lado* lado en cambio el área de un rectángulo es A= base* altura.
- El cuadrado es un caso particular del rectángulo.

El carácter didáctico:

Se muestran en la enseñanza como productos terminados.

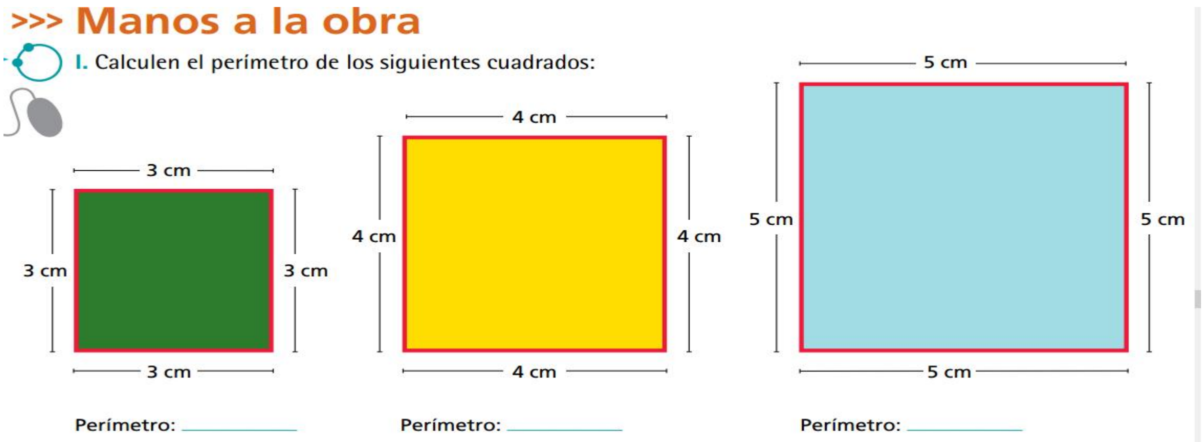


Ilustración 3. Ejercicio del libro de b Telesecundaria, pp 89.

1. Adquisición mediante la mecanización y memorización.
- El docente muestra a los alumnos las fórmulas como productos terminados, por eso se llaman "reglas ciegas".

Segundo ejemplo:

- Formula de área del triángulo $a = \frac{b\ h}{2}$

Triángulo: Es un polígono de tres lados.

En el carácter matemático:

1. Se menciona la génesis de las reglas
2. Los teoremas que les dan existencia (Las principales propiedades del triángulo)

- Un triángulo puede ser definido como un polígono de tres lados, o como un polígono con tres vértices. El triángulo es el polígono más simple y el único que no tiene diagonal. Tres puntos no alineados definen siempre un triángulo (tanto en el plano como en el espacio).
- Todo polígono puede ser dividido en un número finito de triángulos, esto se logra por triangulación. El número mínimo de triángulos necesarios para esta división es n-2, donde n es el número de lados del polígono. El estudio de los triángulos es fundamental para el estudio de otros polígonos, por ejemplo para la demostración del Teorema de Pick.
- La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180 grados.
- El valor de la base media de un triángulo (segmento que une dos puntos medios de dos lados) es igual a la mitad del lado paralelo.

3. Lógica de demostración

   Para calcular el área del triángulo *ABC*, colocamos mediante una *aprehensión operativa de cambio figural* el triángulo *BCD congruente* con el triángulo *ABC* como se muestra en la **Figura 4** de abajo y a la derecha, formando el romboide *ABCD* con fórmula para el área deducida anteriormente, y de esta forma partiendo de una *conjetura sin demostración,* tenemos que el área del triángulo *ABC* es la mitad del área del romboide *ABCD*:

4. Las relaciones matemáticas que sostiene con conceptos o teoremas.

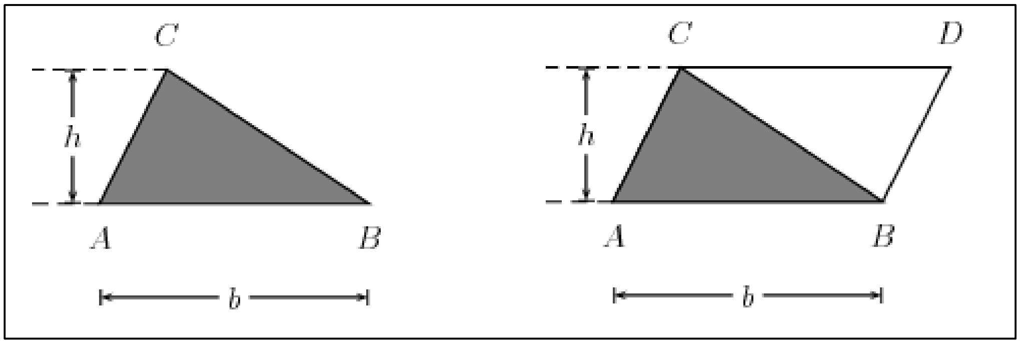


Figura 4: Se muestra un triángulo de longitudes en la base b y en la altura h A la derecha se le aplica al triángulo una *aprehensión operativa de cambio figural* para transformarlo en un romboide de fórmula para calcular su área deducida anteriormente.

- El área de un triángulo es igual al semiproducto de la base por su altura respectiva.
- Esto es cierto para cualquier triángulo rectilíneo. El área es la medida de una región triangular, esto es, la unión de los tres segmentos y su interior. Se deduce en base al área de un paralelogramo.

El carácter didáctico:

Se muestran en la enseñanza como productos terminados.

1. Adquisición mediante la mecanización y memorización

Así,

$$\boxed{A_T = \frac{b \times h}{2}.}$$

Donde A_T denota el área del triángulo, b es la longitud de la base y h es la longitud de la altura.

El docente solo expone el primer ejercicio y con el ejemplo primero se supondría que el alumno debe solucionar los demás ejercicios parecidos al primero.

El tema de la comprensión significativa en matemáticas, incluye un proceso de intervención didáctico que tiene la intención de desarrollar este tipo de comprensión dentro del aprendizaje de la matemática escolar. La experimentación de esta propuesta didáctica tiene como propósito que los estudiantes de la escuela secundaria comprendan los conceptos matemáticos que están involucrados en las "Reglas Ciegas" que aparecen en los contenidos programáticos y lograr la aplicación de los mismos en la resolución de problemas.

1.2 Propuesta didáctica

Con base en el tema de estudio de secundaria que se encuentra en el eje temático de llamado forma, espacio y medida del Plan de Estudios 2011 se ha diseñado una propuesta didáctica en la cual el primer paso es la comprensión significativa de un concepto matemático y posteriormente se aplica ese concepto para la resolución de problemas.

La cual se tomó así porque en la secundaria el maestro da a los alumnos los ejercicios que tienen que resolver con la fórmula de siempre, pero cuando se presenta a los alumnos un problema relacionado con el contexto en el que vive, esta fórmula ya no se ve reflejada porque no fue significativa para el alumno. Teniendo esto como referencia, se ha creado la propuesta que a continuación se describe.

La propuesta didáctica está denominada como "*Comprensión significativa de reglas geométricas ciegas*" consiste en una serie de pasos orientados a promover el protagonismo de los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas; para el cual retomaré la propuesta del Método F. de Arboleda.

La propuesta F. de Arboleda se conforma de 10 fases fundamentales, las cuales son:

1. Determinar el enunciado
2. Subrayar las palabras o expresiones importantes del enunciado.
3. Construir a partir de cada subrayado, oraciones o enunciados simples
4. Argumentar o dar razones de peso frente a cada oración simple o expresión subrayada. Para argumentar se requiere *dar razones* acerca de la oración simple, pero para comprender esta no basta con dar razones sino ir más allá de la argumentación: es necesario explicar cada razón.

   4.1 Razón 1

   4.2 Explicación de la razón, o implicación de cada razón o argumento. (Si hay una razón 2 también se explica).
5. Ejemplificar, y explicar cada ejemplo o ilustración.
6. Contraejemplificar, y explicar por qué esta ilustración no es ejemplar.
7. Endogenizar (dar ejemplos a partir de la vida o de la propia experiencia de mundo del sujeto comprendedor).
8. Analogía (establecer relaciones entre el concepto central del enunciado o el texto y los aspectos internos o externos: relaciones de semejanza, diferencia, causa-efecto, entre otras).
9. Creatividad (proponer y/o desarrollar razonamientos contrafácticos, re-diseños, estrategias, campañas, programas, actividades y aplicaciones a partir del conocimiento adquirido).
10. Otros. Dada la flexibilidad de herramienta, el sujeto comprendedor puede valerse de otras operaciones y procesos o variables… sirven para fines de la aplicación y utilidad del conocimiento. Algunas de las variables que se podrían utilizar serían: inteligencias múltiples, contrafácticos, correlación curricular, proyecto de vida, convertibilidad, según se expresa en la explicación del siguiente apartado, así como en las orientaciones para la explicación del modelo. (Arboleda, 2014, pp. 25)

Misma que dará cuenta del apoderamiento y comprensión de los contenidos de la asignatura de matemáticas en segundo grado de secundaria. Los alumnos tendrán la posibilidad de construir conceptos y representarlos, aprender a seleccionar y desarrollar los algoritmos que les demanda la situación didáctica, elaborar estrategias de solución de problemas y comunicar sus ideas matemáticas mediante el lenguaje matemático. Se utilizará el Método F. y la Resolución de Problemas para cumplir con los propósitos que se desea alcanzar.

1.3 Propósitos de aprendizaje

1.3.1 Generales

- ✓ Fortalecer las competencias matemáticas como una medida que posibilite al alumno resolver problemas, comunicar información matemática, validar resultados y manejar técnicas eficientemente.
- ✓ Examinar las formas en que se manifiesta las representaciones conceptuales después de la aplicación de las estrategias pedagógicas mediante el enfoque de la Resolución de problemas.

1.3.2 Particulares

- ✓ Proponer secuencias de actividades didácticas en las que consideren el conocimiento del campo disciplinario y en enfoque para la enseñanza de las asignaturas de la especialidad, así como las características de los alumnos del grupo.
- ✓ Realizar actividades para la comprensión de diversos conceptos y la posterior solución de problemas que tengan inmersos tales conceptos.

1.4 Referencias teóricas y empíricas

Este apartado se conforma por los referentes teóricos del enfoque de "Modelos matemáticos" diseñado para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, tales como:

- Comprensión
- Comprensión conceptual
- Comprensión significativa
- Comprensión en matemáticas
- Noción de reglas ciegas

COMPRENSIÓN

El primer concepto que se aborda es "La comprensión", en general, que adquiere distintos significados, por ejemplo, para Wittrock, (1990) consiste en una "…representación estructural o una representación conceptualmente ordenada, de las relaciones entre las partes de la información que se debe de aprender, y entre dicha información e ideas y nuestra base de conocimientos y experiencia" (Wittrock,1990; pp. 569), citada por (Castro, Encarnación y Rico, Luis, 1994, sección Campo Conceptual, párr. 3) esta consideración de comprensión es entendida como las representaciones mentales ordenadas que están en juego durante las adquisición de información y experiencia en un salón de clases.

Hiebert y Carpenter, (1992) suponen que la noción de comprensión es "determinada por el número y la fuerza de las conexiones [relaciones mentales] de una red de representaciones de los conceptos involucrados. Una idea matemática, hecho o procedimiento se entiende completamente si está conectado con redes previas" Y SE LOGRA IDENTIFICARLAS. (Hiebert y Carpenter, 1992; p.67) citada por (Castro, Encarnación y Rico, Luis, 1994, sección Campo Conceptual, párr. 3)

En la resolución de problemas:

Santos Trigo, establece que la comprensión supone entender, a partir de lo que ya se sabe, la pregunta o preguntas, discriminar los datos y las relaciones entre éstos y entender las condiciones contextuales en las que se presentan en algún planteamiento que se intenta resolver.

En otras palabras, la comprensión refiere entre unos de sus aspectos al: uso del conocimiento o dominio de la disciplina. (Santos, 2010, pp. 36).

COMPRENSIÓN CONCEPTUAL

Como menciona Arboleda (2014), que es el proceso cognoscitivo y operativo a partir del cual alguien logra explicar los argumentos o razones de peso, elabora ejemplos, identifica relaciones y reconoce aplicaciones en contextos flexibles al respecto de un concepto en específico y la red de significados que compone. Afirma que "…para entender un concepto, debemos de tener en cuenta que no viene solo, sino que está relacionado con otros conceptos más básicos o más entendibles para el alumno. (Arboleda, 2014, pp. 9),

También se entiende como comprensión al "mecanismo mental y experiencial, significativo para los aprendizajes y la formación de seres dignos, capaces de intervenir en la construcción de mundos más humanos" (Tourñán, J. & Longueira, S. sección formación para el mercado y formación para la vida, párr. 3)

COMPRENSIÓN SIGNIFICATIVA

Arboleda propone en su concepto que es el "mecanismo característico del pensamiento, va más allá del entendimiento; aunque convoca la interpretación de los eventos, sean estos matemáticos, lingüísticos, sociales, históricos, políticos o de cualquier naturaleza o dominio, debe, sin embargo, trascender este proceso mental.". (Arboleda, sección pensamiento y comprensión, párr. 2). Agrega que, al alumno hay que darle ejemplos de la vida cotidiana, así como de lo que hace en el salón de clases y vincularlo con la posterior realización de ejercicios y problemas.

También Isabel Fandiño menciona que la comprensión significativa "depende de las condiciones del entorno, en particular las referidas al lenguaje… Por lo tanto, poseer un lenguaje específico tiene una profunda incidencia en la construcción de dicho concepto" Fandiño (2007). Por ello se tiene que comprender el concepto del problema [concepto significativo] en el contexto en el que se encuentra, para posteriormente utilizar lo que se conoce y poder construir un concepto que sea significativo para el alumno.

En consecuencia, tras revisar los conceptos anteriores por diversos autores, la comprensión significativa se da cuando el sujeto hace uso de la descomposición de diversas oraciones para la posterior comprensión y su génesis; dar ejemplos y contraejemplos de lo que se ha comprendido.

LA COMPRENSIÓN EN MATEMÁTICAS

Según autores como Hiebert and Carpenter (1992) mencionan que la comprensión es "como el papel de las representaciones y las relaciones que establecen entre las mismas los sujetos como indicadores para determinar el tipo y nivel de la comprensión". Con esto se puede decir que la comprensión supone una relación de conocimientos diversos, entre los conocimientos que el alumno tiene y los conocimientos nuevos que va adquiriendo durante su vida.

De igual manera para Barmby, Harries, Higgins & Suggate, (2007) la comprensión en matemáticas son "Las conexiones realizadas entre los símbolos, los procedimientos simbólicos y los referentes correspondientes. Las conexiones entre los procedimientos simbólicos y las situaciones de solución en problemas informales y, las conexiones realizadas entre diferentes sistemas simbólicos. Estos han sido resaltados en escritos afines al tema". Entonces el conocimiento y relación de conocimientos es la interpretación gráfica de cada palabra o concepto que el alumno va adquiriendo y que después va a utilizar para una posterior resolución de problemas.

De igual modo la comprensión en matemáticas para F. Hitt, (1995) supone "La comprensión de un contenido conceptual está basado en la coordinación de al menos dos registros de representación, y esta coordinación queda de manifiesto por medio del uso rápido y la espontaneidad de la con-versión cognitiva". Así que para lograr llegar a la comprensión hay que tener por lo menos dos conceptos que relacionar o un concepto relacionarlo con aprendizajes o experiencias que después nos ayudan a comprender el concepto mejor.

COMPRENSIÓN SIGNIFICATIVA EN MATEMÁTICAS

Es la adquisición y relación de conocimientos que se tenían con los conocimientos nuevos para la posterior utilización en analogías o para explicar un tema que se ha entendido y aprendido; por consecuencia se producen métodos o técnicas con la experiencia para llegar a la solución.

LA NOCIÓN DE REGLAS CIEGAS

Van Hiele (1957), supone que "El niño suele ir averiguando su adquisición de comprensión de la siguiente manera: "Ah, ya lo veo, o sea que si…". y a continuación formula un nuevo teorema. Lo característico de la comprensión es pues que se van tanteando nuevas situaciones". (Van Hiele, 1957, sección ¿Qué es la comprensión?, párr. 3)

1.5 Contexto escolar

1.5.1 Localidad

Las prácticas de adjuntía se llevaron a cabo en la Escuela Secundaria Oficial No. 0599 "Lic. Isidro Favela", perteneciente al municipio de San Felipe del Progreso, Dolores Hidalgo, Estado de México, se encuentra ubicada a una distancia de aproximadamente 15 minutos de San Felipe del Progreso, se llega por la carretera Ixtlahuaca-San Felipe del Progreso. Es un lugar urbano y solo tiene el turno matutino.

Cuenta con las instalaciones de: 6 Aulas para clase, 3 Áreas deportivas o recreativas, 1 Patio o plaza cívica, 1 Sala de cómputo, 6 Cuartos para baño o sanitarios y 6 Tazas sanitarias. Cuenta con los servicios de energía eléctrica, servicio de agua de la red pública, drenaje, cisterna o aljibe, servicio de internet y teléfono. Así como la seguridad es importante por lo que se cuentan con señales de protección civil, rutas de evacuación, zonas de seguridad, pero no cuenta con salidas de emergencia.

CAPÍTULO

II

CAPÍTULO II. COMPRENSIÓN SIGNIFICATIVA, EL CASO DEL PERIMETRO

La propuesta de intervención didáctica **$C^2S \equiv C^2S$** (Comprensión Conceptual Significativa es equivalente a la Construcción Conceptual Significativa), "Comprensión Significativa de Reglas Geométricas Ciegas", tiene como propósito fundamental la comprensión y construcción significativa conocimiento matemático. Para lo cual, se le adapta a la metodología de intervención didáctica el Enfoque Didáctico de la Resolución de Problemas.
La comprensión significativa, como se mencionó en el apartado I, se entiende como la interrelación de los saberes ya constituidos <<saberes previos>> con los conocimientos que se pretenden adquirir[1], <<construir o aprender>>, y su congruente aplicación en la solución de problemas o situaciones problemáticas.

Este tipo de comprensión se relaciona directamente con el concepto de comprensión relacional de R. Skem (1976), expresándolo de la manera siguiente, "La comprensión relacional se caracteriza por saber qué se hace y por qué se hace, a partir de los principios matemáticos que forman parte del bagaje de conocimientos del estudiante y que se encuentran involucrados en la clase de matemáticas". (Skem, 1976; pp.2)

La comprensión relacional se manifiesta en tres momentos cognitivos, a saber:

1. **Disponibilidad de los principios matemáticos**. Conocimientos, conceptos y procedimientos.
2. **Razones para su uso**. Identificar la relación entre los requerimientos cognitivos y el ámbito matemático o contextual en el que se plantean los problemas o se presentan las situaciones problemáticas.
3. **Congruencia matemática**. Uso correcto de los saberes matemáticos en la solución de situaciones problemáticas didácticas o a-didácticas.

[1] El concepto de adquisición en este documento es equivalente a los de aprender y construir, por tal razón, se tomarán como equivalentes.

Arboleda (2014), considera que la comprensión significativa es el proceso cognoscitivo… en virtud del cual un sujeto cognoscente hace uso de un conocimiento en el seno de su experiencia escolar y social, y a partir de ahí gana certeza de la utilidad de este. En este sentido la comprensión depende del contexto y del sujeto en sí.

Como se puede observar, ambos autores coinciden en que la comprensión en matemáticas es un acto cognitivo propio del sujeto que aprende, en este caso del estudiante de la escuela secundaria; procede a partir de lo que sabe para hacerlo interactuar, a través de las actividades de aprendizaje, con los nuevos conocimientos; en el acto de conocer, <<aprender>>, el establecimiento de relaciones es consciente, que tiene que ver con el éxito en el dominio y logro de un aprendizaje en altos niveles de las matemáticas y en general en el resto de las asignaturas.

Para promover la *comprensión significativa* o su equivalente la *comprensión relacional*, se desarrollan las clases a partir del Método F[2] de Comprensión Significativa como metodología de la intervención didáctica; esta metodología como ya se estableció, consiste en 5 fases que son:

FASES	DESCRIPCIÓN
I. DETERMINAR EL ENUNCIADO	Definiciones. Planteamiento de problemas. Planteamiento de pregunta(s). Resolución de ejercicios.
II. SUBRAYADO DE PALABRAS IMPORTANTES	Identificación de conceptos matemáticos.
II. REPRESENTACIÓN	Representación de conceptos a través de sus distintas formas y significados.

[2] Método F de Comprensión Significativa fue creado por el Dr. Arboleda. Aparece en su obra titulada "Estrategias para la comprensión significativa" (2014)

	Elaborar las representaciones de los conceptos.
IV. ENDOGENIZAR/ PROYECTO DE VIDA	Ubicar los conceptos y las representaciones en contextos no escolares.
V. EVALUACIÓN	Reelaborar las definiciones. Resolver el (los) problema(s). Encontrar las respuestas a preguntas. Solución del (los) ejercicios.

A manera de complemento metodológico, del Método F de Comprensión Significativa se le adapta el Enfoque de la Resolución de Problemas cuyo principio pedagógico establece que el estudiante aprende matemáticas al resolver problemas. Recordando que un problema debe tener las siguientes características según Guerrero (2012):

- Debe de tener una solución lógica.
- Debe de tener varias formas diferentes de resolverse.
- Debe de incluir datos que te ayuden a resolver el problema.
- Debe de mencionarse en el mismo, que se está buscando alguna solución, si no lo pide, no se le puede considerar un problema.

La primera fase de la aplicación de la propuesta de intervención se llevó a cabo en dos momentos; el primero tiene como propósito, recuperar evidencias de la ausencia de comprensión en matemáticas; el segundo momento, promover la comprensión se basa en la aplicación del método F de Comprensión Significativa. Además de que se analizan las mejoras en la comprensión.

Los aspectos del plan y programas de estudios considerados para el primer momento, se muestran en la siguiente tabla (para todos los problemas se utilizará el mismo contenido, ya sea para paralelogramos o para el círculo).

EJE	TEMA	CONTENIDO
Forma, Espacio y Medida	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	Perímetro y área de figuras planas.

RECTÁNGULO ARITMÉTICO

Primer Momento: *Planteamiento del problema 1*

Un paralelogramo tiene de base 30 cm y su altura mide 20 cm. ¿Cuál es su perímetro?

Procedimientos de solución:

Procedimiento 1: (Procedimiento incorrecto) El alumno confunde el paralelogramo con una figura de cinco lados y considera los conceptos que ya conoce porque se necesita hallar el perímetro de un rectángulo, la altura y la base.

Procedimiento 2: (Procedimiento incorrecto) El alumno que conoce qué es un paralelogramo muestra solamente la operación que realiza al resolver el problema, esta es: $P = 30cm \times 20cm$, porque solamente observa dos magnitudes en el problema, así que la lógica que sigue es multiplicar; pero comete un error porque en el problema se busca encontrar el perímetro del terreno y no el área. Este procedimiento da a conocer que el alumno resuelve el problema de manera mecánica.

Análisis:

En la resolución del primer procedimiento se tiene presente un error conceptual por lo que se afirma que el concepto de paralelogramo aún no se comprende en toda su extensión, y por consecuencia el alumno tiene dificultades para saber de qué figura se está hablando (si en el problema se menciona $base = 30cm$ y $altura = 20cm$), confunde las figuras entonces al tener en el problema un rectángulo y resolver correctamente, también se confunde con una figura de cinco lados (pentágono) porque no logró comprender significativamente en su momento la figuras geométricas.

Por lo que no se ha comprendido de manera significativa según Arboleda (2014), por que el alumno no pasó del conocimiento a las competencias que en matemáticas se debe alcanzar. En cuanto a la comprensión relacional, según Skemp (1976), no relaciona los conceptos de las figuras y por consecuencia no sabe sobre qué figuras se está hablando y realiza diversas operaciones, aunque algunos si realizaron la operación correcta y otros no lo hicieron por falta de aprendizajes básicos o conceptos.

En el segundo procedimiento existe un error metodológico por parte del alumno; porque al realizar la operación de la figura pensando que siempre que hay dos magnitudes se plasma una multiplicación se obtiene el área, pero debe revisar bien las preguntas, y no actuar conforme a lo que creé. Por consecuencia, no ha comprendido las relaciones que existen entre el concepto de perímetro y el concepto de área; entonces es un buen momento para realizar la propuesta de intervención en esta ocasión porque la comprensión de los conceptos y sus representaciones diversas no son significativas, ya que viven en una zona rural será bueno que sea aplicado en ello.

Procedimiento 3: (Procedimiento correcto) el alumno dibuja un rectángulo de base 30 cm y 20 cm de alto. Suma cada lado ($30cm + 20cm + 30cm + 20cm = 100cm$). Y por consecuencia se obtiene el resultado del problema.

Análisis: Este procedimiento es correcto porque el alumno representó la figura del problema, denota que no tiene errores conceptuales en este problema, además de que las operaciones son las correctas porque no se tiene un error metodológico (ya sea en las figuras o los signos). Se puede dar cuenta que hay una comprensión de la representación de perímetro en este caso.

El procedimiento correcto que menciona Isabel Fandiño (2014) es el siguiente, "el perímetro de un polígono es simple, basta hacer la suma de las medidas de la longitud de todos sus lados" puesto que la representación de la figura se debe realizar para conocer cuál es la forma y la cantidad de lados que tenga. Así que la operación sería $P = 30cm + 20cm + 30cm + 20cm. \rightarrow\ P = 100cm$. Por ello se quiere dar a conocer que es importante tener diferentes representaciones de un mismo concepto, pues se utiliza en diversos contextos como lo es un aula de clases y la transposición didáctica.

PRIMERA REGLA CIEGA (perímetro de paralelogramos)

Segundo momento: Resolución del problema a partir del Método "F" de comprensión significativa o relacional.

Problema 1:

Un paralelogramo tiene de base 30 cm y su altura mide 20 cm. ¿Cuál es su perímetro?

Procedimientos de solución: El siguiente procedimiento se realizó de manera grupal para ver la eficacia del método F, el cual se utilizará para la comprensión significativa (porque el alumno relaciona lo que ya sabe y lo que está aprendiendo para resolver un problema) o relacional (cuando realiza diversas relaciones, pero sabe el para qué lo está realizando) del problema para llegar a la solución correcta.

FASES	DESCRIPCIÓN
I. DETERMINAR EL ENUNCIADO	*Problema 1:* *Un paralelogramo tiene de base 30 cm y su altura mide 20 cm. ¿Cuál es su perímetro?*

<table>
<tr><td>II. SUBRAYADO DE PALABRAS IMPORTANTES</td><td>Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente:
1. Perímetro.
2. Paralelogramo.
3. Base y altura.
Identificación de conceptos matemáticos antecedentes (saberes previos):
1. Diferencia entre perímetro y área.
2. Diferencia entre base-ancho; altura-largo.
3. Medición.
4. Unidades de medida del perímetro y del área.</td></tr>
<tr><td>III. REPRESENTACIÓN</td><td>Elaborar representación de conceptos a través de sus distintas formas y significados.
Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente:
1. Perímetro.
2. Paralelogramo.
3. Base y altura.
Identificación de conceptos matemáticos antecedentes (saberes previos):
1. Diferencia entre perímetro y área.
2. Diferencia entre base-ancho; altura-largo.
3. Medición.
4. Unidades de medida del perímetro y del área.</td></tr>
<tr><td>IV. ENDOGENIZAR/ PROYECTO DE VIDA</td><td>Ubicar los conceptos y las representaciones en contextos escolares y no escolares.
1. Situaciones didácticas: situaciones problemáticas.
2. Situaciones a-didácticas: planteamientos contextuales no escolares ni didácticas.</td></tr>
</table>

	Diseñar planteamientos de ambos tipos para su solución.
V. EVALUACIÓN	➢ Reelaborar las definiciones. ➢ Resolver el (los) problema(s). ➢ Encontrar las respuestas a preguntas. ➢ Solución del (los) ejercicios.

Se trabajó de la siguiente manera: en el salón de clase los alumnos comprenderán el concepto de perímetro como se muestra en las siguientes evidencias utilizando el método Flexible de Arboleda (2012). Para lograr el propósito se retomaron los contenidos del eje Forma, espacio y medida del Plan de matemáticas 2011 de la escuela secundaria, en el tema de patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes, que a continuación se describe:

Se trabajará el contenido disciplinar en la clase de matemáticas de Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica la equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).

SE DETERMINA EL ENUNCIADO:

Se comienza con la anotación del problema en la libreta, después se lee en grupo para que todos los alumnos estén en el mismo contexto del problema.

SUBRAYADO DE PALABRAS IMPORTANTES:

Las palabras identificadas por los alumnos en el problema son los siguientes:

- Perímetro
- Paralelogramo
- Base
- Altura

- Ancho
- Largo

Todos estos conceptos matemáticos se necesitan para resolver el problema anterior.

REPRESENTACIÓN:

En una primera libreta se presenta la siguiente definición de algún alumno porque durante la clase se van contestando preguntas de conceptos como los siguientes:

Definiciones del alumno 1 (Anexo 2):

Perímetro: suma de los lados de la figura o contorno de la figura.
Contorno: lo de afuera de la figura.
En otra libreta de algún alumno se ubica esta definición:

Definiciones del alumno 2:

Perímetro: suma de todos sus lados. Medida o su número en centímetros.
Malla perimetral: objeto para cercar un terreno.

Conceptos grupales:

- Perímetro: la suma de los lados
- Paralelogramo: tiene dos pares de lados.
- Base: es la parte de debajo de la figura.
- Altura: lo largo de la figura.
- Ancho: lados pequeños de una figura.
- Largo: tiene más distancia que el ancho.

En la primera tarea que realizan los alumnos es la comprensión significativa del concepto de perímetro en las figuras planas como el rectángulo y el cuadrado. Que en este caso se define lo que es el perímetro y posteriormente se buscan las palabras que este concepto conlleve para entenderlo mejor.

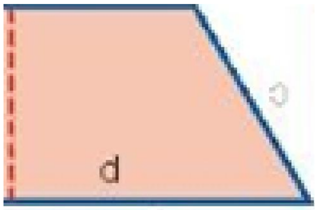
ENDOGENIZAR/ PROYECTO DE VIDA:

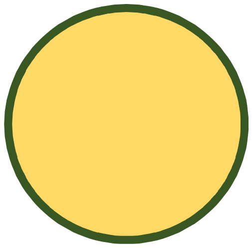
Los alumnos comprenden el concepto de contorno, para la posterior comprensión del concepto de perímetro y relacionarlo con lo que ya conocen y saben. Durante una clase se menciona el ejemplo de malla, pero una alumna dijo que malla se escribe con "y", aludiendo con las culturas prehispánicas (Maya). Pero esta definición se resolvió al comentarle a los alumnos que la palabra a la que nos referimos es como una malla perimetral que cerca un terreno, y los Mayas eran personas como los Aztecas y no se puede cercar un terreno con personas agarradas de la mano, por consiguiente, al parecer quedaron en claro los dos conceptos (uno en matemáticas y el otro de historia).

EVALUACIÓN:

En este apartado se va a resolver una actividad que tenga inmerso el concepto de perímetro. Los alumnos con hojas de color tendrían que cubrir el perímetro de cada uno de los conceptos relacionados con la vida cotidiana, ya que se conoce qué es un terreno, porque todos tienen un lugar en el que está ubicada la casa en la que viven; se conoce el significado de corral porque es el lugar en el que se encierran a los animales del campo; y por último se conoce el concepto de hipódromo porque es una pista para correr varios caballos al mismo tiempo.

Se realizaron diversos ejercicios para la comprensión significativa en matemáticas sobre el perímetro en un terreno, un corral y un hipódromo (Anexo 1).





D = 5 cm 5 cm de la diagonal	A = 3 cm Altura = 4 cm	2 cm de radio

Se puede notar la comprensión significativa de los alumnos después de los ejemplos presentados porque inmediatamente pudieron realizar la actividad de evaluación. Las manualidades que realizaron fueron para que se recordara lo hecho anteriormente y su posterior aplicación.

En cuanto a la comprensión relacional, los alumnos realizan las operaciones respecto del problema porque así es como se los enseñaron, pues sus conocimientos previos les ayudan a la resolución del mismo, en ocasiones porque utilizan la misma figura en diversos problemas de matemáticas.

Se puede observar comprendieron el concepto de perímetro de las figuras con el Método Flexible de Arboleda, al resolver el problema de perímetro, lograron el aprendizaje del contenido, así que es un buen método para la resolución de problemas matemáticos.

CÍRCULO

Contenido: Perímetro y área de figuras planas.
El alumno identifica el perímetro de algunas figuras planas.

Primer Momento: *Planteamiento del problema 2*

> *Se va a construir una cerca para un corral circular. Si el radio es de 4cm. Calcula el perímetro.*

Procedimiento 1: (Procedimiento correcto) el alumno conoce la fórmula para obtener el perímetro de un corral circular. Aunque no dibuja la figura para saber sobre ella y tampoco escribe la fórmula, realiza la operación correcta y anota el resultado. Este procedimiento da a conocer que resuelve el problema de manera mecánica.

$$\begin{array}{r} 3.15159 \\ \underline{\quad * 8 \quad} \\ 25.13272 \end{array}$$

Perímetro: 25.13272

Procedimiento 2: (Procedimiento incorrecto) El alumno no realiza ningún procedimiento en su cuaderno, tampoco se observa un resultado u operación. Con lo que se puede inferir que no realiza el procedimiento por falta de conocimiento de conceptos, formulas y escases de conocimientos previos.

Análisis:

En el primer procedimiento se da a conocer que existe el uso correcto de fórmula para obtener el perímetro del círculo, pero lo que impacta más es que no puede diferenciar el concepto de perímetro de un círculo y circunferencia, se puede notar que puede hacer una transposición didáctica. Así que puedo decir que el único error que comete es no anotar la fórmula de la figura a la que se refiere (error metodológico).

En el segundo procedimiento no existen errores, lo único que se puede apreciar es un conocimiento “olvidado” (es la ausencia de conocimiento que el alumno tiene hacia un tema que después de un tiempo determinado no recuerda) como menciona Saint. Pues no sabe de qué se está hablando y no resuelve el problema matemático.

El procedimiento correcto según Isabel Fandiño (2014), “Si la figura de la cual queremos encontrar la medida del contorno no es un polígono, las cosas se complican; en el caso de la circunferencia de radio r, se encuentra $2\pi r$. Por consiguiente la operación es $2(3.14)(4)$, obteniendo el resultado de 25.14cm.

SEGUNDA REGLA CIEGA (circunferencia)

Segundo momento: Resolución del problema a partir del Método "F" de comprensión significativa o relacional.

Problema 1:

> *Se va a construir una cerca para un corral circular. Si el radio es de 4cm. Calcula el perímetro.*

Procedimientos de solución: el siguiente procedimiento también se realizó de manera grupal sobre el método F, el cual se utiliza para la comprensión significativa (porque el alumno relaciona lo que ya sabe y lo que está aprendiendo para resolver un problema) o relacional (cuando el alumno realiza diversas relaciones, pero sabe el para qué lo está realizando) del problema para llegar a la solución correcta, así como si llega a la solución o no pudo.

FASES	DESCRIPCIÓN
I. DETERMINAR EL ENUNCIADO	*Problema 1:* *Se va a construir una cerca para un corral circular. Si el radio es de 4cm. Calcula el perímetro.*
II. SUBRAYADO DE PALABRAS IMPORTANTES	Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente: 4. Perímetro. 5. Círculo. 6. Diámetro, radio y π. Identificación de conceptos matemáticos antecedentes (saberes previos):

	5. Diferencia entre perímetro y área. 6. Diferencia entre circunferencia-perímetro. 7. Medición. 8. Unidades de medida del perímetro y del área.
III. REPRESENTACIÓN	Elaborar representación de conceptos a través de sus distintas formas y significados. Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente: 7. Perímetro. 8. Círculo. 9. Diámetro, radio y π. Identificación de conceptos matemáticos antecedentes (saberes previos): 9. Diferencia entre perímetro y área. 10. Diferencia entre circunferencia-perímetro. 11. Medición. 12. Unidades de medida del perímetro y del área.
IV. ENDOGENIZAR/ PROYECTO DE VIDA	Ubicar los conceptos y las representaciones en contextos escolares y no escolares. 3. Situaciones didácticas: situaciones problemáticas. 4. Situaciones a-didácticas: planteamientos contextuales no escolares ni didácticas. Diseñar planteamientos de ambos tipos para su solución.
V. EVALUACIÓN	➢ Reelaborar las definiciones. ➢ Resolver el (los) problema(s). ➢ Encontrar las respuestas a preguntas. ➢ Solución del (los) ejercicios.

Debe ser de la siguiente manera: en el salón de clase los alumnos comprenderán el concepto de perímetro, pero en el caso del círculo, se llama circunferencia, como se muestra en las siguientes evidencias utilizando el método Flexible de Arboleda (2012). Para lograr el propósito se retomaron los mismos contenidos, con el mismo en el tema y que a continuación se describe:

SE DETERMINA EL ENUNCIADO:

Se comienza con la anotación del problema en la libreta del alumno, posteriormente se lee en grupo para que todos estén en el mismo contexto del problema. El concepto que se va a determinar es el “perímetro”, pero para el caso del círculo es la “circunferencia”.

SUBRAYADO DE PALABRAS IMPORTANTES:

En este caso se define lo que es el perímetro y posteriormente se buscan las palabras que el concepto conlleve para entenderlo mejor.

Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente:

- Perímetro.
- Circulo.
- Diámetro, radio y π.
- Diferencia entre perímetro y área.
- Diferencia entre circunferencia-perímetro.

REPRESENTACIÓN:

Los alumnos comprenden el concepto de contorno, para la posterior comprensión de perímetro y así relacionarlo con lo que ya conocen y saben. Como el ejemplo de malla perimetral, ahora la comprensión significativa se nota en las figuras planas como el rectángulo, el cuadrado y el triángulo.

En una primera libreta se presenta la siguiente definición de algún alumno:

Definiciones del alumno 1:
Perímetro: suma de los lados de la figura o contorno de la figura.
Contorno: lo de afuera de la figura.
Cerca: sirve para que nada salga o entre.
Circunferencia: la línea del círculo.

Las definiciones del problema ayudan a comprender y tener una representación acertada para resolver el problema. Así con este pequeño diccionario matemático de conocimientos previos para este problema se puede solucionar.

ENDOGENIZAR/ PROYECTO DE VIDA:

Se recordó a los alumnos el problema anterior sobre perímetro de un rectángulo, así, también se recordó qué es una malla perimetral y qué es una cerca de un corral. Se conoce el significado de corral porque es el lugar en el que se encierran a los animales del campo. Con la transposición didáctica se puede hablar de un círculo y de un corral circular con la misma fórmula para obtener la medida de la circunferencia de un problema o de una actividad a realizar.

EVALUACIÓN:

En este apartado se va a resolver el problema con el resultado que se quiere conocer. Se pidió a los alumnos que llevaran un pedazo de estambre, el cual se cortó en clase con la longitud del diámetro del círculo que se tenía. Con el estambre se pidió que midieran las veces que fuera necesario el contorno de la circunferencia. Por consiguiente mencionaban que eran tres diámetros y un pedacito. Por lo que se les dijo que ese pequeño espacio que sobraba es el número llamado π, el cual tiene el valor de 3.1415 redondeado. Con la actividad recordaron la medida de π, también preguntaron la cantidad sin redondear, pero se mencionó que es un numero inconmensurable el que acompaña a esta cantidad, pero pidieron que se dictara la cifra, con lo cual se dictaron alrededor de 20 dígitos, además del 3.1415.

La comprensión significativa que tienen los alumnos sobre el perímetro de este problema ha sido llevada a cabo con la intriga que se hizo hacia el número π, puesto que trataban de imaginar el número que seguía al dictar los dígitos.

La comprensión relacional de los alumnos se puede observar cuando resuelven el problema, pero solo se nota la operación y en algunas ocasiones la fórmula de la circunferencia. Pero conoce que se realiza la operación sola para resolver el problema que se realizó de manera mecánica.

Los conceptos identificados como la palabra circunferencia se pudo comprender por parte de los alumnos puesto que además de los ejemplos que ya se tenían realizaron la actividad del listón con el diámetro y la circunferencia (cuando se pidió que con el listón cubrieran la circunferencia del círculo); y se resolvió el problema por medio del método F.

RECTÁNGULO ALGEBRÁICO

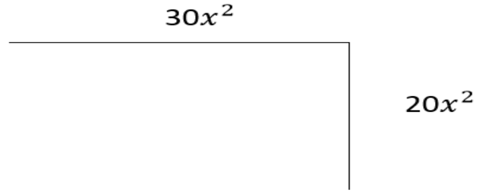
Contenido: Perímetro y área de figuras planas.
El alumno identifica el perímetro de algunas figuras planas.

Primer Momento: *Planteamiento del problema 3*

> *La base de un rectángulo es el triple que la altura, el perímetro es 40cm. ¿Cuál es la medida de sus lados?*

Procedimientos de solución:

Procedimiento 1: (Incorrecto) El alumno realiza un pequeño dibujo, que en realidad al parecer son dos rayos y a lado tiene el resultado correcto.

	R=100

Procedimiento 2: el alumno en la libreta dibuja el cuadrado con sus respectivas magnitudes de cada lado, posteriormente se puede notar que anota la palabra procedimiento justo arriba del procedimiento que ha realizado. Se puede notar la suma de monomios, posteriormente realiza la solución de la ecuación encontrada del problema. Como ecuación tiene $8x = 40$, la posterior ecuación es $perímetro = 40$, y abajo obtiene como resultado que $x = 5$. Obteniendo así la respuesta a la pregunta del problema.

Procedimiento:

$P = 3x + 1x + 3 + 1x$

$ecuación: \rightarrow 8x = 40$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \underline{x5} \\ 40 \end{array}$$

$perímetro = 40$

$x = 5$

$1x + 1x + 1 = 3x$

Análisis:

En la resolución del primer procedimiento se tiene presente un error conceptual porque el alumno no dibuja una figura, sino que dibuja dos rayos unidos por un punto en común, y por consecuencia no sabe de qué figura se está hablando, entonces este es un error conceptual y metodológico puesto que el resultado de 100 cm no es correcto. Se puede notar que no se logró comprender significativamente en su momento las figuras geométricas respectivas.

En el segundo procedimiento el alumno dibuja un rectángulo de base 3 correcta y altura correcta. Suma cada lado (que en esta ocasión son monomios). Y por consecuencia se obtiene el resultado correcto del problema. Pero para tener bien este resultado, no hay errores que se puedan observar en este problema, puesto que se resolvió correctamente el problema.

El procedimiento correcto según Isabel Fandiño (2014) para obtener el perímetro de un rectángulo es el siguiente, "basta hacer la suma de las medidas de la longitud de todos sus lados". Antes ya se había realizado un procedimiento a un rectángulo y ahora se hará con magnitud desconocida y utilizando una literal como "x". Así que al efectuar la ecuación se obtiene que $x = 5$.

TERCER REGLA CIEGA (Perímetro de paralelogramos)

Segundo momento: Resolución del problema a partir del Método "F" de comprensión significativa o relacional.

Problema 1:

> *La base de un rectángulo es el triple que la altura, el perímetro es 40cm. ¿Cuál es la medida de sus lados?*

Procedimientos de solución: el siguiente problema se resolvió de manera grupal para ver la eficacia del método antes mencionado, el cual se utilizará para la comprensión significativa y la relacional.

FASES	DESCRIPCIÓN
I. DETERMINAR EL ENUNCIADO	*Problema 1:* *La base de un rectángulo es el triple que la altura, el perímetro es 40cm. ¿Cuál es la medida de sus lados?*

II. SUBRAYADO DE PALABRAS IMPORTANTES	Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente: 10. Perímetro. 11. Paralelogramo. 12. Base y altura. 13. Ecuación. 14. Literal-incógnita. Identificación de conceptos matemáticos antecedentes (saberes previos): 15. Diferencia entre perímetro y área. 16. Diferencia entre base-ancho; altura-largo. 17. Medición. 18. Unidades de medida del perímetro y del área.
III. REPRESENTACIÓN	Elaborar representación de conceptos a través de sus distintas formas y significados. Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente: 19. Perímetro. 20. Paralelogramo. 21. Base y altura. 22. Ecuación. 23. Literal-incógnita. Identificación de conceptos matemáticos antecedentes (saberes previos): 24. Diferencia entre perímetro y área. 25. Diferencia entre base-ancho; altura-largo. 26. Medición. 27. Unidades de medida del perímetro y del área.

IV. ENDOGENIZAR/ PROYECTO DE VIDA	Ubicar los conceptos y las representaciones en contextos escolares y no escolares. 5. Situaciones didácticas: situaciones problemáticas. 6. Situaciones a-didácticas: planteamientos contextuales no escolares ni didácticas. Diseñar planteamientos de ambos tipos para su solución.
V. EVALUACIÓN	➢ Reelaborar las definiciones. ➢ Resolver el (los) problema(s). ➢ Encontrar las respuestas a preguntas. ➢ Solución del (los) ejercicios.

Se trabajó utilizando el método Flexible de Arboleda (2012), Para lograr el propósito de los contenidos con el mismo plan de matemáticas, eje y tema de la escuela secundaria.

SE DETERMINA EL CONCEPTO:

Se dictó el problema y se leyó a los alumnos en voz alta para la posterior utilización del método Flexible. En la primera tarea que realizan los alumnos es la comprensión significativa del concepto de perímetro en las figuras planas como el rectángulo, el cuadrado y el triángulo.

SUBRAYADO DE PALABRAS IMPORTANTES:

Que en este caso se define lo que es una ecuación y posteriormente se buscan las palabras que este concepto conlleve para entenderlo mejor. Un ejemplo de esto es el siguiente.

- Perímetro.
- Paralelogramo.
- Base y altura.
- Ecuación.
- Literal-incógnita.

REPRESENTACIÓN:

Los alumnos comprenden los diversos conceptos con ejemplos diversos como:

En una libreta se presenta la siguiente definición de algún alumno:

- Perímetro: suma de todos sus lados. Medida o su número en centímetros.
- Paralelogramo: figura con dos pares de lados.
- Base: la parte de debajo de la figura.
- Altura: el lado vertical de una figura.
- Ecuación: es una igualdad.
- Literal: letra de una figura.
- Incógnita: letra de un número que no se conoce.

Durante la resolución del problema se dan ejemplos diversos para ir comprendiendo mejor los conceptos.

ENDOGENIZAR/ PROYECTO DE VIDA:

En este paso del método Flexible de Arboleda (2012), mencionando que la ecuación es una igualdad, los alumnos fueron resolviendo diversos problemas referentes a ecuaciones, un ejemplo de ello es: "si pagué $80 por cuatro pelotas, ¿Cuánto pagué por una pelota?, la ecuación se resuelve de la siguiente manera representando las pelotas con la literal "p", quedando de la siguiente manera la ecuación $4p = 40$, y como resultado, cada pelota costó $20.

EVALUACIÓN:

Después de resolver la ecuación se comprueba la medida de cada lado y como resultado se obtiene un perímetro de 40 centímetros. Así se recuerda este problema que tiene inmerso el concepto de perímetro, ya sea con una magnitud o con una literal.

Se puede notar el avance de los alumnos respecto de los conceptos en la comprensión significativa de este problema pues se recuerda cuál concepto es perímetro y es más fácil realizarlo.

En la comprensión relacional, los alumnos pueden ahora realizar las operaciones que se necesitan, pero no solo el realizar una operación de manera mecánica se utilizara para resolver un problema, porque también se necesita conocer el significado de los conceptos, así como el fin de cada procedimiento.

Quedando así en claro que los alumnos comprendieron mejor este contenido al resolver el problema que tiene inmerso una literal, además del concepto "perímetro" que se está estudiando. Una vez aplicada la construcción conceptual significativa; y dominadas las representaciones de cada uno, es importante confrontarlas con aquellos sucesos de la vida cotidiana o en su casa si fuera el caso.

Para las fases de representación y poner ejemplos fue necesario promover el trabajo junto con el docente en formación y las participaciones grupales. Como ya se mencionó al inicio del trabajo, los alumnos preguntan para resolver sus dudas, además de que se estaría cumpliendo al mismo tiempo la fase de endogenizar el trabajo con las preguntas que vayan surgiendo, por consecuencia se compartían para todos (lo que dio paso a la comparación de ejemplos o adecuación de ideas).

Por lo que es necesario recordar que Vygotsky menciona que "a través del intercambio de información entre pares (sujeto A y sujeto A') en donde los alumnos conocen lo que sus compañeros exponen para construir ideas completas", esto es importante en la asignatura para la construcción de una imagen abstracta de una figura (concepto).

CAPÍTULO

III

CAPÍTULO III. COMPRENSIÓN SIGNIFICATIVA, EL CASO DEL ÁREA

La superficie es un concepto, en el ámbito de las matemáticas escolares, el cual resulta un tanto incomprensible para la mayoría de los alumnos en la escuela secundaria; Rogalski (1979) pudo señalar que este concepto es uno de los problemas mayores en el aprendizaje que se refuerzan unos con otros por ejemplo, el de área y perímetro. Esta es una razón por la que la propuesta de intervención didáctica **$C^2S = C^2S$**, “Comprensión Significativa de Reglas Geométricas Ciegas”, se enfoca en la comprensión y construcción significativa de conceptos y del conocimiento matemático.

Se ha establecido que la comprensión significativa, se entiende como la interrelación de los saberes ya constituidos <<saberes previos>> con los conocimientos que se pretenden adquirir[3], <<construir o aprender>>, y su congruente en la solución de problemas didácticos o a-didácticos.

La *comprensión significativa*, tomada como equivalente a la *comprensión relacional*, se promueve y desarrolla en las clases de matemáticas a partir del Método F[4] de Comprensión Significativa, como metodología de la intervención didáctica; esta metodología, como ya se estableció, consiste en 5 fases, que son:

FASES	DESCRIPCIÓN
I. DETERMINAR EL ENUNCIADO	Definiciones. Planteamiento de problemas. Planteamiento de pregunta(s). Resolución de ejercicios.

[3] El concepto de adquisición en este documento es equivalente a los de aprender y construir, por tal razón, se tomarán como sinónimos.

[4] Método F de Comprensión Significativa fue creado por el Dr. Arboleda. Aparece en su obra titulada “Estrategias para la comprensión significativa” (2014)

II. SUBRAYADO DE PALABRAS IMPORTANTES	Identificación de conceptos matemáticos.
II. REPRESENTACIÓN	Representación de conceptos a través de sus distintas formas y significados. Elaborar las representaciones de los conceptos.
IV. ENDOGENIZAR/ PROYECTO DE VIDA	Ubicar los conceptos y las representaciones en contextos no escolares.
V. EVALUACIÓN	Reelaborar las definiciones. Resolver el (los) problema(s). Encontrar las respuestas a preguntas. Solución del (los) ejercicios.

Al Método F de Comprensión Significativa, se le adjunta el Enfoque de la Resolución de Problemas, cuyo principio pedagógico establece que el estudiante aprende matemáticas al resolver problemas. Así mismo, la resolución de problemas demanda de la comprensión, primero para identificar las relaciones cuantitativas que presenta el problema y, enseguida, para determinar los saberes que los alumnos tendrán que poner en juego para llegar al resultado exacto y, por último, aprender por comprensión los nuevos conceptos involucrados en los contenidos programáticos.

Como se menciona en el apartado II, se llevó a cabo en dos momentos, el primero tiene como propósito, tener las evidencias de la ausencia de comprensión en matemáticas; el segundo momento, cuyo propósito es el de promover la comprensión, se basa en la aplicación del método F de Comprensión Significativa.

Para el primer momento, (aunque tendrían que ser los mismos <<mismo contenido>> para estos dos primeros momentos de la intervención: primero, se muestra la ausencia de comprensión y, en el segundo momento, con el mismo contenido, se aplica el Método F y se analiza las mejoras en la comprensión) los aspectos del plan y programas de estudios considerados, se muestran en la siguiente y tabla.

Todos los anteriores se aplicarán para los problemas utilizados en el presente capítulo.

EJE	TEMA	CONTENIDO
Forma, Espacio y Medida	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	Perímetro y área de figuras planas.

ÁREA DEL CÍRCULO

Contenido: Perímetro y área de figuras planas.

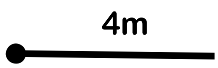
PROPÓSITO: El alumno identifica el área de algunas figuras planas (caso del círculo).

Primer Momento: *Planteamiento del problema 1*

> *Se tiene un corral circular. Si el radio es de 4m. Calcula el área.*

Procedimientos de solución:

Procedimiento 1: el alumno dibuja una recta simulando el radio porque se observa que la acompaña la magnitud de 4m., adelante de esto se observa también una operación la cual es la siguiente: $3.14 \times 4 = 12.48$. Teniendo así presente que no realizó correctamente la operación del problema; así mismo se observa que no sabe resolver operaciones de multiplicación, porque primero sumó las unidades y después multiplicó (aunque este no es el tema de estudio se quiere hacer una observación en esto).



$$\begin{array}{r} 3.\ \ 1\ \ 4 \\ \underline{x \qquad 4} \\ 12.\ \ 4\ \ 8 \end{array}$$

Análisis:

En este procedimiento el alumno tiene dos errores; el primero es el error conceptual, el cual se observa cuando simula un radio con la recta que dibujó, pero en realidad lo que le faltó representar fue el círculo para saber correctamente de la representación que está hablando el problema o pueden haber confusiones al intentar resolverlo; y el siguiente error conceptual relacionado con la fórmula del área del círculo, que tiene como noción de área es: ***A=πr***, con lo que se nota que no tiene bien establecida la fórmula para el área de esta figura y por consecuencia tiene un resultado equivocado.

Para resolver cualquier problema relacionado con el área del círculo, Isabel Fandiño (2014) menciona que "el área de la (superficie que encierra la) circunferencia de radio r mide πr^2". Pp. 58

Esta autora presenta el siguiente procedimiento:

$$A = \pi(4m)^2 \rightarrow A = (3.14)(16m^2)$$

Teniendo como resultado

$$A = (50.26m^2).$$

PRIMERA REGLA CIEGA (Área del círculo)

Segundo momento: Se emplea el Método "F" de comprensión significativa o relacional.

Problema 1:

Se tiene un corral circular. Si el radio es de 4m. Calcula el área.

Procedimientos de solución:

Se realizó de manera grupal teniendo como forma de mediación el método F, diseñado para que los alumnos desarrollen la comprensión significativa o relacional.

FASES	DESCRIPCIÓN
I. DETERMINAR EL ENUNCIADO	*Problema 1:* *Se tiene un corral circular. Si el radio es de 4m. Calcula el área.*
II. SUBRAYADO DE PALABRAS IMPORTANTES	Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente: 28. Área-superficie. 29. Circulo. 30. Radio y π. Identificación de conceptos matemáticos antecedentes (saberes previos): 13. Diferencia entre perímetro y área. 14. Diferencia entre superficie-área. 15. Medición. 16. Unidades de medida del perímetro y del área.
III. REPRESENTACIÓN	Elaborar representación de conceptos a través de sus distintas formas y significados. Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente: 31. Área-superficie. 32. Circulo. 33. Radio y π. Identificación de conceptos matemáticos antecedentes (saberes previos): 17. Diferencia entre perímetro y área.

	18. Diferencia entre superficie-área. 19. Medición. 20. Unidades de medida del perímetro y del área.
IV. ENDOGENIZAR/ PROYECTO DE VIDA	Ubicar los conceptos y las representaciones en contextos escolares y no escolares. 7. Situaciones didácticas: situaciones problemáticas. 8. Situaciones a-didácticas: planteamientos contextuales no escolares ni didácticas. Diseñar planteamientos de ambos tipos para su solución.
V. EVALUACIÓN	➢ Reelaborar las definiciones. ➢ Resolver el (los) problema(s). ➢ Encontrar las respuestas a preguntas. ➢ Solución del (los) ejercicios.

Desarrollo del Método F por parte de los alumnos

Fase 1

Se comienza con la anotación del problema en la libreta del alumno y consecuentemente se lee en grupo para iniciar con la comprensión relacional: identificar la relación que existe entre los datos que da el planteamiento.

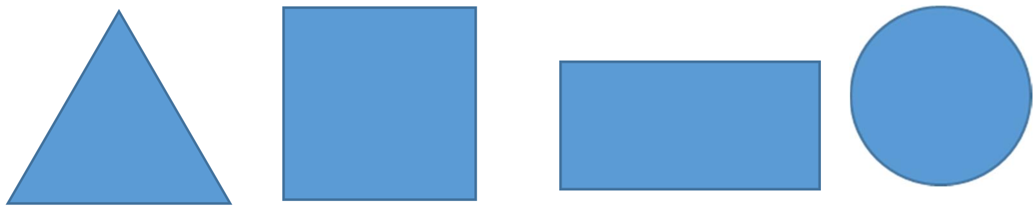
Fase 2

Las palabras identificadas por los alumnos son las siguientes:

- Área-superficie.
- Círculo.
- Radio y π.

Se realizó una actividad para la comprensión significativa en matemáticas sobre el área de varias figuras geométricas, pero se nombraron como lugares de uso común; un triángulo (fuente), un rectángulo (terreno), un cuadrado (gallinero) y un circulo (corral). Para ello los alumnos tenían que cubrir toda la superficie de las figuras con hojas de color, no importaba que las hojas estuvieran encimadas, porque se seguía teniendo en mente el concepto de cubrir la superficie.

En la libreta de un alumno se observa la representación siguiente de figuras geométricas (Anexo 6), en donde se cubre toda la superficie de cada una:



FASE 3

El concepto que se va a determinar es el "área", el cual es la medida de la superficie de una figura que se desarrollará con la ayuda del método Flexible de Arboleda (2012).

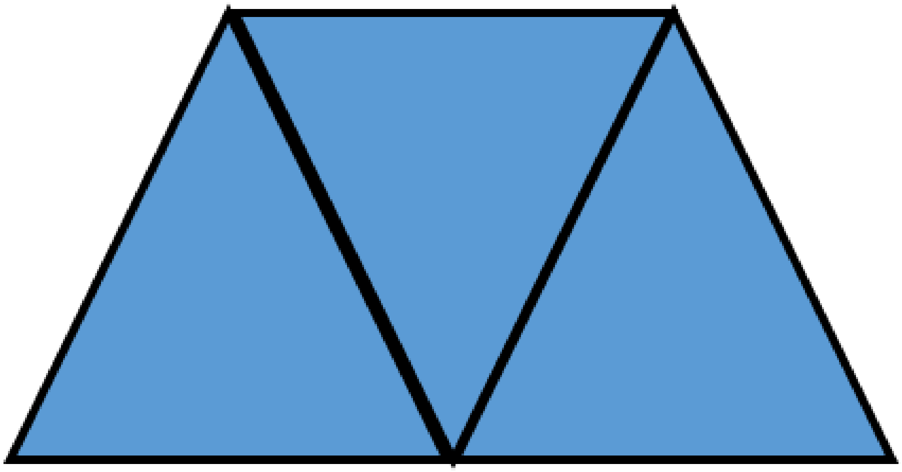
Los alumnos comprenden el concepto de superficie, para la posterior comprensión de área y así relacionarlo con lo que ya conocen y saben. En esta actividad se pidió utilizar tres triángulos y armar una figura sin dejar espacio libre.

- **SUPERFICIE:** Lo de adentro de la figura; la superficie es todo lo que abarca la figura plana.
- **ÁREA:** Es la medida de adentro de la figura en ($cm^2\ o\ cm^3$); el área es la medida de la superficie de una figura plana.
- **MEDIDA:** Es un número, dependiendo de lo que se quiera medir ($cm, km, mm, etc.$)
- **CÍRCULO:** el círculo es una figura plana redonda.
- **RADIO:** el radio es la medida que comprende del punto centro hacia cualquier punto de la circunferencia.
- **π:** equivale a 3.141592.

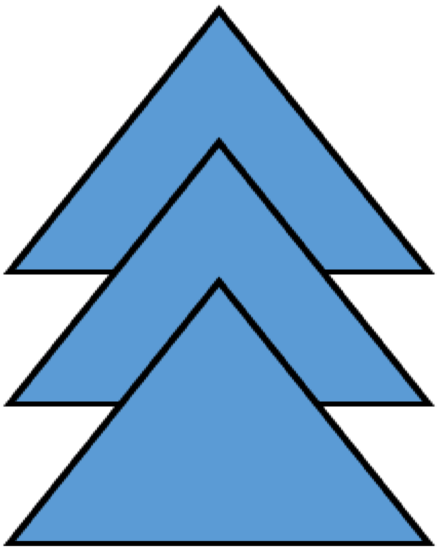
Se pidió a los alumnos que recortaran tres triángulos isósceles de la misma magnitud, con ello se tiene la misma área y el mismo perímetro; así que con los tres triángulos se pidió que cubrieran la **mayor superficie** posible pero la condición era que formaran una figura geométrica y que no dejaran espacio sin cubrir. Por ello se tuvieron diversos resultados, así que se muestra lo siguiente:

En el Cuaderno de los Alumnos (Porlán, 1987) se representa lo siguiente con tres triángulos:

Resultado correcto de alumno (Anexo 7):

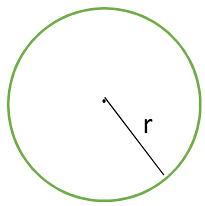


Resultado incorrecto de alumno:



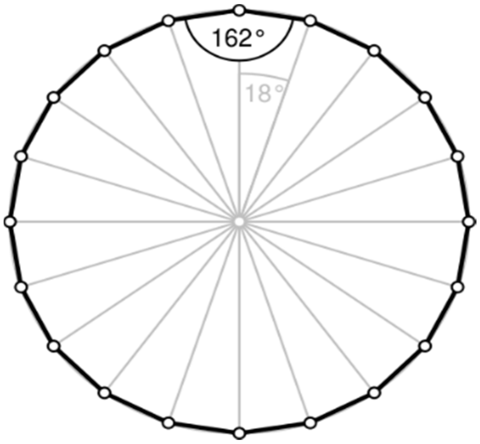
FASE 4

La resolución del problema planteado al inicio se muestra a continuación:

Área: *medida de lo de adentro de una figura.* Radio del círculo: *medida del centro del círculo a un punto de la circunferencia.* Fórmula para obtener el área de un circulo: $A = \pi r^2$	*Área: ?* *Radio del circulo: 4m* *Sustitución del área de un circulo:* $A = \pi r^2$ $A = \pi(4m)^2$ $A = (3.14)(16m^2)$ $A = (50.26m^2)$	*Representación:* 

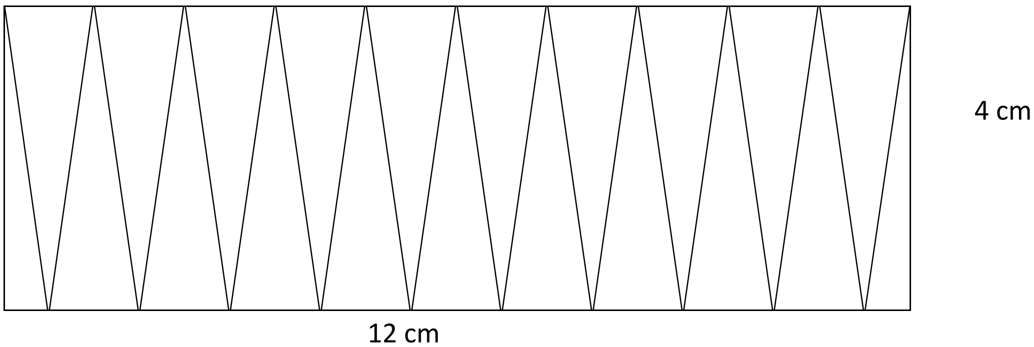
FASE 5

Después de solucionar el problema, el alumno recorta un círculo de 4 cm de radio, en el cual dibujará icoságono (figura regular de 20 lados) un y posteriormente dividirá en triángulos, los cuales recortará y formara un cuadrado para posteriormente obtener el área y compararla con el área que ya se tenía del círculo.



Teniendo lo siguiente:

Área de la figura identificada como rectángulo (es el círculo cortado y rediseñado). Al quedar con dos esquinas sobrantes, se recortó un triángulo a la mitad y se pegó de cada lado, teniendo como resultado lo siguiente:



$A = b \times h$

$A = 12\ cm \times 4\ cm\ \rightarrow A = 48\ cm$

Al ser recortes de los alumnos, no se tiene mucha precisión en las medidas exactas, así que se tomó la medida de 4cm para la altura.

Con el resultado del área del problema del corral (que es un círculo) de área igual a 50.26 y el rectángulo de área igual a 48, se puede hacer una sustracción de:

$$\begin{array}{rrr} & 50. & 26 \\ - & 48. & 00 \\ \hline & 2. & 26 \end{array}$$

$La\ diferencia\ es\ de\ 2.26$

La cual se puede traducir a que el resultado de 2.26 que se tiene es la cantidad que se perdió en los cortes de círculo a icoságono. Entonces las mismas medidas del círculo son las mismas del rectángulo, pero en este caso se cambian de nombre al cambiar de figura.

Como resultado al que se quiere llegar se tiene que es casi lo mismo recortar el círculo en triángulo y formar un rectángulo, que multiplicar directamente para obtener el área del círculo.

Es así que se tiene la fórmula del área del círculo como $A = \pi r^2$.

Análisis:

El proceso de solución del problema en la comprensión significativa que tienen los alumnos sobre el área del problema ha sido llevada a cabo con la ayuda de los lugares que se conocen y que están a su alrededor, como lo es un terreno o un corral, además de que con sus propias manos realizan cada actividad y con ayuda de sus representaciones es más fácil comprender un concepto o seguirlo construyendo, pero no solamente al tenerlo en un salón de clases, puesto que siempre se tienen en el contexto.

El proceso de solución del problema en la comprensión relacional de los alumnos que tienen al realizar las actividades que se presentan está reflejada en que ya conocen las figuras geométricas como el círculo, icoságono, triangulo y el rectángulo que se le presentan al alumno, porque cada figura es un complemento de la siguiente o una parte de la anterior. Así que si hace un triángulo isósceles y lo corta en dos (la altura) se puede observar cuando pegue los dos por sus hipotenusas, se formará un rectángulo. Lo mismo si recorta varios triangulo más (isósceles y equiláteros). Por lo que va comprendiendo que las figuras construyen más figuras, o al contrario del triángulo, si se corta una figura regular de 20 lados, se obtienen triángulos y estos a su vez forman rectángulos. No solo se tiene que entender qué es lo que se resuelve y tener un resultado, sino que se debe comprender qué se hace y por qué se hace, y en esta ocasión se encontró la fórmula del área del círculo.

Los conceptos se comprenden porque el alumno conoce de lo que se está hablando, además de que está manipulando cada figura geométrica de la que se parte la anterior y la siguiente, pero no hay que olvidar que los alumnos intentan recordar la fórmula que ya se conocía, pero se dio como Conocimiento Olvidado (Perkins, 1992), precisamente se tiene que reforzar pero lo que se intenta con este método es que se comprenda de manera significativa para la posterior utilización en diversos problemas que se le presenten, y se puede mencionar que ha dominado el aprendizaje esperado al que se quería llegar en este tema de matemáticas.

ÁREA DE LOSETAS CUADRADAS

Contenido: Perímetro y área de figuras planas.

El alumno identifica el área de algunas figuras planas.

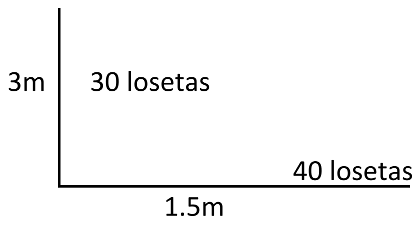
Primer Momento: *Planteamiento del problema 2*

Calcula el número de losetas cuadradas, de 10 cm de lado, que se necesitan para enlosar una superficie rectangular de 1 m de base y 30 cm de altura.

Procedimientos de solución:

Procedimiento 1: (procedimiento incorrecto)

El alumno en su cuaderno después del problema tiene $R = 1200$, lo que se observa es el resultado. En la parte inferior izquierda se aprecia la representación y operación como se muestra a continuación:



$$
\begin{array}{rrrr}
 & & 4 & 0 \\
 & x & 3 & 0 \\
\hline
 & & 0 & 0 \\
+ & 12 & 0 & \\
\hline
 & 12 & 0 & 0
\end{array}
$$

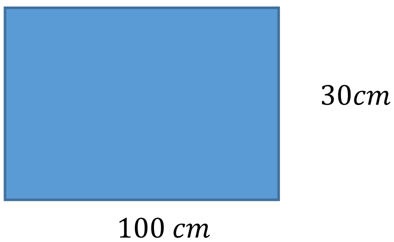
Análisis:

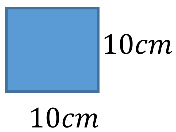
El alumno al resolver este problema se observa que no conoce algunos conceptos, lo cual se infiere que presenta un error conceptual referente a las figuras, así como las medidas que cambian de metros a metros cúbicos. Al respecto de esto se tiene que investigar y dejar tareas relacionadas con tales conceptos.

El procedimiento correcto según Isabel Fandiño (2014, pp. 34), menciona que el rectángulo... se encuentra multiplicando la medida del lado (generalmente llamado "base") por la medida de la altura relativa a este", teniendo así que se tiene que multiplicar solamente la base por la altura de cualquier; y para "el caso del cuadrado de lado a, a y b son iguales y por tanto el área del cuadrado es a^2.

Las medidas de equivalencia también son importantes conocer puesto que siempre cambian, así que el problema se tiene que hacer solamente en centímetros cuadrados, el cual es más fácil de utilizar, porque solamente cambiaríamos la magnitud de 1m = 100 cm.

Solucionando de la siguiente manera:

<table>
<tr>
<td>


La superficie del rectángulo es de:
$A = bh$
$A = (100cm)(30cm)$
$A = 3000cm^2$
</td>
<td>


La superficie del rectángulo es de:
$$A = bh$$
$$A = (10cm)(10cm)$$
$$A = 100cm^2$$
Entonces para saber el número de losetas que se necesitan para cubrir completamente la superficie se hace la siguiente operación:
$$Total\ de\ losetas = \frac{Superficie\ a\ cubrir}{Losetas}$$
</td>
</tr>
</table>

	$$Total\ de\ losetas = \frac{3\ 000cm^2}{100cm^2}$$ $$Total\ de\ losetas = 30$$

SEGUNDA REGLA CIEGA (Área de losetas)

Segundo momento: Aplicación del Método "F" de comprensión significativa o relacional.

Problema 1:

Calcula el número de losetas cuadradas, de 10 cm de lado, que se necesitan para enlosar una superficie rectangular de 1 m de base y 30 cm de altura.

Procedimientos de solución: el consecutivo procedimiento se realizó de manera grupal sobre el método F, el cual se utiliza para la comprensión significativa o relacional del problema para llegar a la solución correcta, así como si llega a la solución el alumno o no pudo.

FASES	DESCRIPCIÓN
I. DETERMINAR EL ENUNCIADO	*Problema 1:* *Calcula el número de losetas cuadradas, de 10 cm de lado, que se necesitan para enlosar una superficie rectangular de 1 m de base y 30 cm de altura.*
II. SUBRAYADO DE PALABRAS IMPORTANTES	Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente: 34. Área. 35. Paralelogramos (cuadrado-rectángulo). 36. superficie. Identificación de conceptos matemáticos antecedentes (saberes previos): 21. Diferencia entre perímetro y área.

	22. Diferencia entre superficie-área. 23. Medición (cm-m). 24. Unidades de medida del perímetro y del área.
III. REPRESENTACIÓN	Elaborar representación de conceptos a través de sus distintas formas y significados. Identificación de conceptos matemáticos involucrados directamente: 37. Área. 38. Paralelogramos (cuadrado-rectángulo). 39. superficie. Identificación de conceptos matemáticos antecedentes (saberes previos): 25. Diferencia entre perímetro y área. 26. Diferencia entre superficie-área. 27. Medición (cm-m). 28. Unidades de medida del perímetro y del área.
IV. ENDOGENIZAR/ PROYECTO DE VIDA	Ubicar los conceptos y las representaciones en contextos escolares y no escolares. 9. Situaciones didácticas: situaciones problemáticas. 10. Situaciones a-didácticas: planteamientos contextuales no escolares ni didácticas. Diseñar planteamientos de ambos tipos para su solución.
V. EVALUACIÓN	➢ Reelaborar las definiciones. ➢ Resolver el (los) problema(s). ➢ Encontrar las respuestas a preguntas. ➢ Solución del (los) ejercicios.

Se realiza de la siguiente manera: en el salón de clase los alumnos comprenderán el concepto de área con el problema siguiente, como se muestra en las siguientes evidencias utilizando el Método F. de Arboleda (2012).

Para lograr el propósito se retomaron los mismos contenidos, con el mismo tema del problema 1 y que a continuación se describe:

FASE 1

Se inicia con la anotación del problema 2 en la libreta del alumno, después se lee en grupo para que todos estén en el mismo contexto del problema.

FASE 2

Las palabras del problema identificadas por los alumnos son los siguientes:

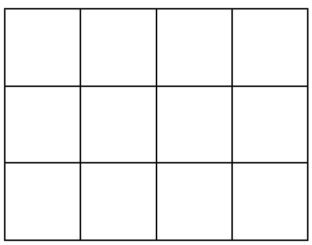
- Área.
- Paralelogramos (cuadrado-rectángulo).
- superficie.

Todos estos conceptos matemáticos y los que surjan en el transcurso de la resolución del problema son indispensables.

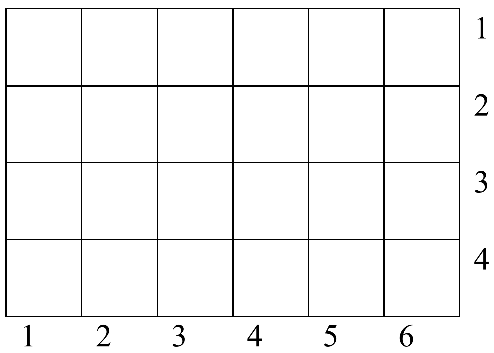
FASE 3

En una primera libreta se presenta la siguiente definición de algún alumno porque durante la clase se van contestando preguntas de conceptos como los siguientes:

ÁREAS

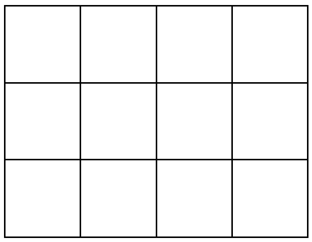


A=12



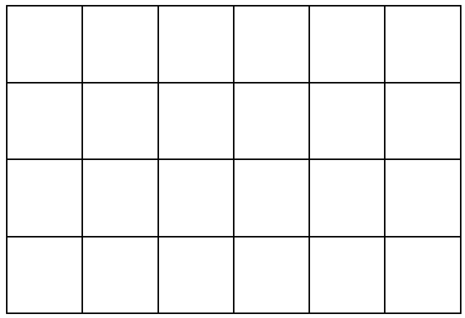
Posteriormente se observa que el rectángulo tiene dos lados iguales y otros dos lados de la misma magnitud y desiguales que los primeros, con medidas de lado de 3cm y 4cm. Y un segundo de 6 cm y 4cm.

Esto en una primera libreta (Anexo 8):



$A = 12cm^2$

$Cuadros: 12$



$P = 24cm^2$

$Cuadros: 24$

Definiciones del alumno 1:

Perímetro: suma de los lados de la figura o contorno de la figura.

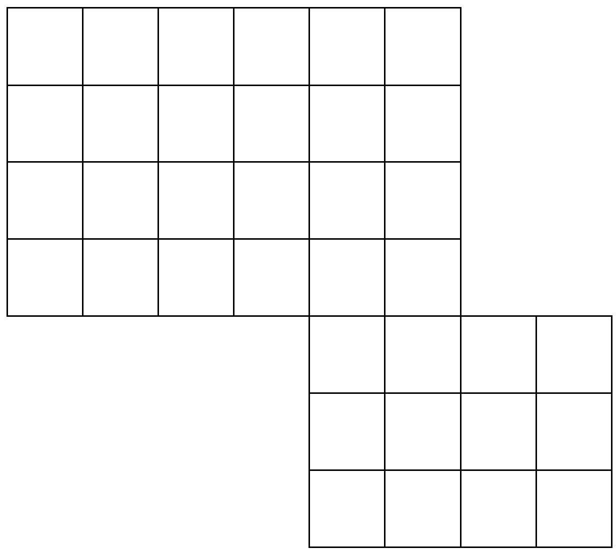
Contorno: lo de afuera de la figura.

Conceptos grupales:

- **Superficie**: lo de adentro de la figura.
- **Área**: medida de adentro de la figura en ($cm^2\ o\ cm^3$)
- **Medida**: Un número, dependiendo de lo que se quiera medir ($cm, km, mm, etc.$)
- **Metro**: 100 cm

FASE 4

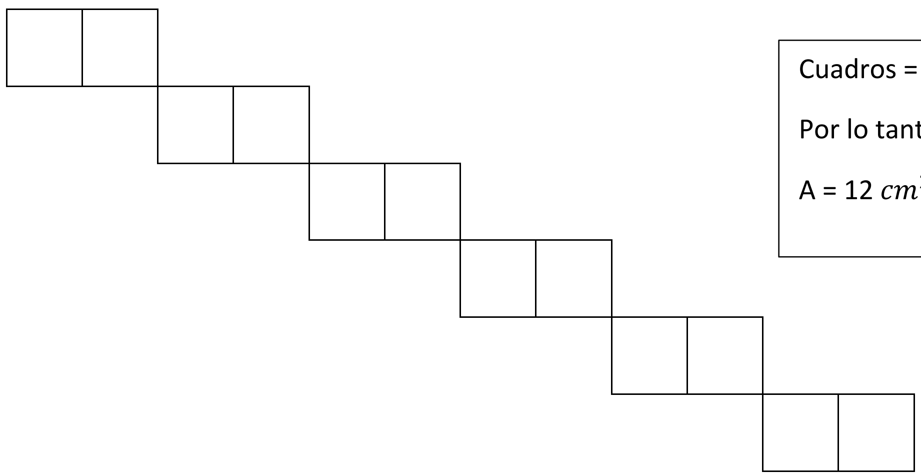
Subsiguientemente se presenta la representación así que se pueden utilizar las literales de a y b. con las cuales se tiene que encontrar la fórmula del perímetro del rectángulo (Anexo 9).



Cuadros = 36

Por lo tanto:

A=36cm^2



Cuadros = 12

Por lo tanto:

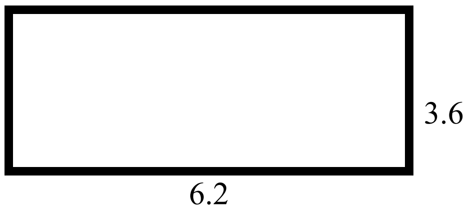
A = 12 cm^2

Los alumnos observaron que la misma cantidad de cuadritos u^2 era el área de la figura, así que si multiplicaban los cuadritos obtenidos de la base y los cuadritos obtenidos de la altura se obtenía el área.

FASE 5

Se recordó a los alumnos que no solamente se tiene que hacer cuadros en las figuras para encontrar el área porque hay figuras compuestas como la primera, asique se tiene que utilizar las formulas. Para ello se realizó en grupo lo siguiente:

Según los alumnos como: como el rectángulo al tener dos lados de magnitudes diferentes un lado “a” y otro lado “b”. A = a × b, pero como se trata de un rectángulo se pueden cambiar la literales, quedando la “b” para la base y la “h” para la altura; entonces se puede decir que el perímetro del rectángulo se calcula como $A = b \times h$. El siguiente problema demuestra lo siguiente:



$$A = bh$$
$$A = (6.2)(3.6)$$
$$A = 22.32cm^2$$

Análisis:

El alumno relaciona las actividades que realizó con la fórmula que se presenta, es por ello que realiza las actividades correspondiendo de manera geométrica (los dibujos que copió en su cuaderno) con la fórmula que se encontró. Teniendo así una comprensión relacional de conceptos. Con la construcción de figuras que se tiene relacionó no solamente las figuras, también comprendió que la superficie es lo que se puede ver y tiene la figura, pero si se habla del área de una figura, ahora no solo lo relaciona con la superficie de la figura, sino que debe tener una magnitud esa figura porque es lo que se necesita para obtener el área; también relacionó que los cuadritos son unidades al cuadrado (u^2), porque cada una tiene un centímetro de lado (por lo que solamente multiplicó 1×1), y por consecuencia, si quería tener la medida del área de figuras con magnitudes mayores, era importante multiplicar solamente y no cuadricular la figura porque sería muy desgastante.

Para la comprensión significativa se observa que el alumno pudo tener presente cada concepto y utilizarlo cuando se necesitaba puesto que es el momento de ocuparlo en la resolución de los problemas. Con lo que ahora recuerda que las *magnitudes cuadradas* son para referirse a la medida del área de una figura. Separando del concepto de perímetro a esta magnitud correspondiente a las áreas. Y se puede notar que se logró el aprendizaje significativo del contenido de matemáticas al resolver el problema que se tenía puesto que logra el aprendizaje esperado que se tiene como fin.

Teniendo en cuenta que el método F se mantuvo en esta aplicación del problema, es importante mencionar que tiene gran eficacia cuando se combina con la resolución de problemas en matemáticas.

Para las fases de representación y poner ejemplos fue necesario promover el trabajo junto con el docente en formación y las participaciones grupales, pero se tiene que tener bien claro lo que se tiene que realizar para que no se confundan. Como ya se mencionó, los alumnos preguntan para resolver sus dudas y al mismo tiempo la fase de endogenizar el trabajo con las preguntas que vayan surgiendo se configura, por consecuencia se compartían para todos algunos ejemplos que se iban teniendo como importantes para la consolidación del aprendizaje.

Por lo que es necesario recordar que Richard Skemp (1976) menciona que comprensión instrumental se prioriza con la regla para llegar al resultado y tan rápido como se llega a la respuesta lo demás es ignorado, se reproducen organizaciones y técnicas, por lo que el alumno debe llegar al resultado con el conocimiento que tiene; así como utilizarlo para llegar a un resultado asertivo.

CONCLUSIÓN

CONCLUSIONES

Promover la *comprensión significativa* o, su equivalente, la *comprensión relacional*, a partir del Método F de Comprensión Significativa, se puede considerar como una propuesta de innovación de la práctica docente por la situación de realizar algunos cambios en la didáctica de las matemáticas y mejorar el desempeño de los estudiantes de la escuela secundaria.

Una de las conclusiones más importantes a la que se ha llegado, es la eficacia del Método F para comprender los conceptos que se encuentran encubiertos en las reglas de correspondencia que se manejan en la escuela secundaria como son las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes (en este caso solo se utilizaron fórmulas para el área y el perímetro).

Además, se ha dado la situación de conocer la existencia de conceptos primarios, los que aluden esas reglas, por ejemplo, la fórmula para el cálculo del área, tiene como concepto central área pero esta está relacionada con otros como son superficie, radio, diámetro, π (que aunque no es una regla, se puede decir que su origen es un tanto desconocido por los alumnos de la escuela secundaria) y la razón por la que las unidades en que se dan los resultados o las mediciones de las superficies son cuadradas.

También es importante mencionar lo significativo que es para la comprensión en matemáticas el uso de las representaciones de los conceptos matemáticos que el alumno va aprendiendo; por ejemplo, el hecho de representar la diferencia entre la superficie y el área durante la resolución de problemas, apoya en su comprensión de los significados diferentes de estos dos conceptos esenciales en matemáticas.

Porque al inicio de la propuesta de intervención (primera fase) se encontró que los alumnos no recordaban los conceptos o las fórmulas que se utilizan en matemáticas y por consecuencia el procedimiento de algunos alumnos era incorrecto, así como el resultado. Por lo que después de utilizar la Resolución de Problemas en el Método F. se concluye que los alumnos ahora construyeron su propio conocimiento al generar espacios en donde tuvieron la posibilidad de comprender, deducir y construir conceptos se convirtieron en protagonista de su aprendizaje; además, el interés en la asignatura dio al emplear el contexto como la base fundamental de la adquisición y uso de los conocimientos matemáticos, concluyendo con el éxito que fue obteniendo.

El hecho de comprender las reglas ciegas, en el caso específico de las fórmulas geométricas, apoyó a los estudiantes a comprender los contextos disciplinar y social en los cuales se les dan sentido a los aprendizajes y favorece la construcción contextual de los conceptos matemáticos.

El agregado que se generó durante la intervención didáctica fue que el alumno tuvo la oportunidad de poner en juego algunas competencias específicas y habilidades matemáticas. Durante la resolución de problemas y con base en la comprensión se logró cumplir por ejemplo, la competencia del manejo de técnicas eficientemente, comunicar información matemática y comprobar resultados. También algunas de las habilidades del pensamiento matemático como realizar estimaciones, ubicación espacial, flexibilidad procedimental, entre otras.

A través de procesos de investigación, realizada en la modalidad de investigación-acción, se espera que en un futuro el Método F, de manera conjunta con el enfoque didáctico de la resolución de problemas sea utilizado para promover la comprensión y la construcción de conceptos en los contenidos de matemáticas en los alumnos de educación secundaria.

A partir de las clases se puede mencionar que la investigación-acción que se llevó a cabo en la escuela secundaria es muy importante en mi formación puesto que contribuyó al desarrollo profesional, lo cual favoreció el desarrollo de las competencias didácticas y disciplinares. Además, se tuvo la posibilidad de conocer distintas perspectivas teóricas y metodológicas que fundamentan la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las escuelas de educación básica.

Cuando se habla de regla ciega, se menciona que los alumnos no conocen el origen de algo, en el caso de las matemáticas no conocen la génesis u origen de esta; con lo que al resolver un problema se sigue solamente una formula sin conocer por qué se ocupa y para qué es indispensable. Así que el Método F. junto con la resolución de problemas como propuesta de intervención en este caso no solo utiliza problemas para resolver, sino que además de ello se ayuda a construir una formula a partir de lo que ya sabe.

Cabe mencionar que la enseñanza tradicionalista el alumno solo hace las actividades que el docente le ofrece, por lo que en la secundaria solamente se enseñan fórmulas para utilizar, como es en la resolución de un problema o un ejercicio y no se tiene referencia del origen de esta, por lo que sin comprender solamente se hace lo que el docente mencione. Pero esto no se va a volver a repetir al utilizar esta propuesta de intervención porque con este Método se promueven y construyen los aprendizajes que se pretenden alcanzar; por consecuencia se puede utilizar como referencia para los docentes en servicio de la escuela secundaria que quieran incluir en su enseñanza.

Hermanado también como base para los alumnos en formación, porque ser docente exige una gran cantidad de competencias a desarrollar frente agrupo y cuando el docente es un ejemplo a seguir, pero más aún, cuando se sabe que un docente se integra al contexto para que este sea entendido al trabajar y crear ambientes de aprendizajes significativos para una mejor comprensión y desarrollo de competencias dentro y fuera de la escuela.

FUENTES DE CONSULTA

FUENTES DE CONSULTA

Arboleda, J. (2014). Estrategias para la Comprensión Significativa, Didácticas cognoscitivas y sociofectivas. México: Cooperativa Editorial Magisterio.

Arboleda, J. (2013). Hacia un nuevo concepto de pensamiento y comprensión. Editorial Boletín virtual Redipe 824. Recuperado de file:///C:/Users/rosa%20maria/Downloads/Dialnet-HaciaUnNuevoConceptoDePensamientoYComprension-4752610.pdf

Arboleda, J. C. (2003). Guías formativas: planeación para el desarrollo de competencias, la investigación en el aula y el proyecto de vida. Cali: Fundación Penser,

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(3), 91-116.

Carpenter, T. y J. Moser (1982); El desarrollo de las habilidades para resolver problemas de adicion y substracción; en Addition and substraction: A cognitive Perspective; Lawrence Erlbaum Associates, USA.

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. Relime (Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa). Vol. 10, N. 1. 39-68. ISSN: 1665-2436.

D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I. (2017). Reflexiones teóricas sobre las bases del enfoque ontosemiótico de la Didáctica de la Matemática Theoretical reflections on the basis of the ontosemiotic approach to Didactic of Mathematics. In: J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.) (2017). Actas del II Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico. Granada, 23-26 marzo 2017. ISBN: 978-84 617-9047-0. Sito web: http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

David Pimm, (1920), El Lenguaje Matemático En El Aula, Ediciones Morata, Madrid.

Dewey, John (1998), "¿Qué Es Pensar?", En Cómo Pensamos. Nueva Exposición De La Relación Entre Pensamiento Reflexivo Y Proceso Educativo, Barcelona, Paidós (Cognición Y Desarrollo Humano, 18), Pp. 21-31.

DUVAL R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Science Cognitives 5 (1993) 3 7-65. Traducción DME-Cinvestav, 1997, México.

DUVAL R. (1995) Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissage intellectuels. Peter Lang, Suisse.

George. Polya, Cómo Plantear Y Resolver Problemas. México, Trillas, 1965.

HITT F. (1996) Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos. En Investigaciones en Educación i'vlatemática Vol. I (Editor F. Hitt), Grupo Editorial Iberoamérica, 1996, México.

HlTT F. (1997) Sistemas semióticos de representación. Avance y Perspectiva, Vol. 16, mayo-junio, Cinvestav, México.

Nickerson, Raymond S. Et Al. (1998), "Aspectos De La Competencia Intelectual", En Enseñar A Pensar. Aspectos De La Aptitud Intelectual, Luis Romano Y Catalina Ginard (Trads.), Barcelona, Paidós/Mec (Temas De Educación), Pp. 25-40, Pp.61-62, Pp.63-83 Y Pp.85-135.

Nickerson, Raymond S. Et Al. (1998), "Enseñar A Pensar. Aspectos De La Aptitud Intelectual". De Nickerson Irib; D.N. Perkins Y E.E. Smith Barcelona. Paidos. 1997

Van Hiele (1957), El Problema De La Comprensión, En Conexión Con La Comprensión De Los Escolares En El Aprendizaje De La Geometría, (Tesis Presentada Para La Obtención Del Grado De Doctor En Matemáticas Y Ciencias Naturales En La Universidad Real De Utrecht El 4 De Julio De 1957). Recuperado de https://www.uv.es/gutierre/aprengeom/archivos2/Van Hiele 57.pdf

Sanguineti, J. J. 2005. El conocimiento humano. Madrid: Palabra. www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_nlinks&ref=8127600&pid=S0188-66492011000100004000048&lng=es

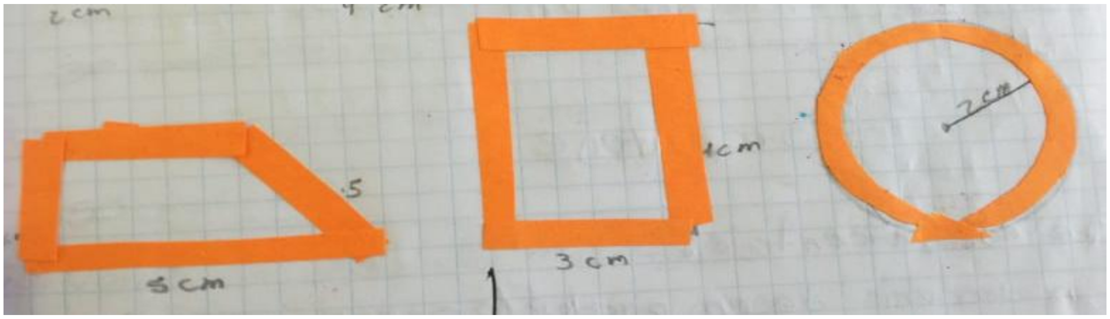
Vergnaud, Gérard (1985); El niño, las matemáticas y la realidad; TRILLAS, México.

Wittrock, M. (1990). "Procesos de pensamiento en los alumnos". En la Investigacion en la Enseñanza Wittrock (ed). Páidos Educador, Barcelona. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/117838.pdf.

Touriñán, J. & Longueira, S. Pedagogía Y Construcción De Ámbitos De Educación. La Función De Educar, editorial Redlpe. 2006. Recuperado de http://dondestalaeducacion.com/files/2414/8042/0077/130._LIBRO_PDF_final_PedyConsAmb_Redipe_2016.pdf

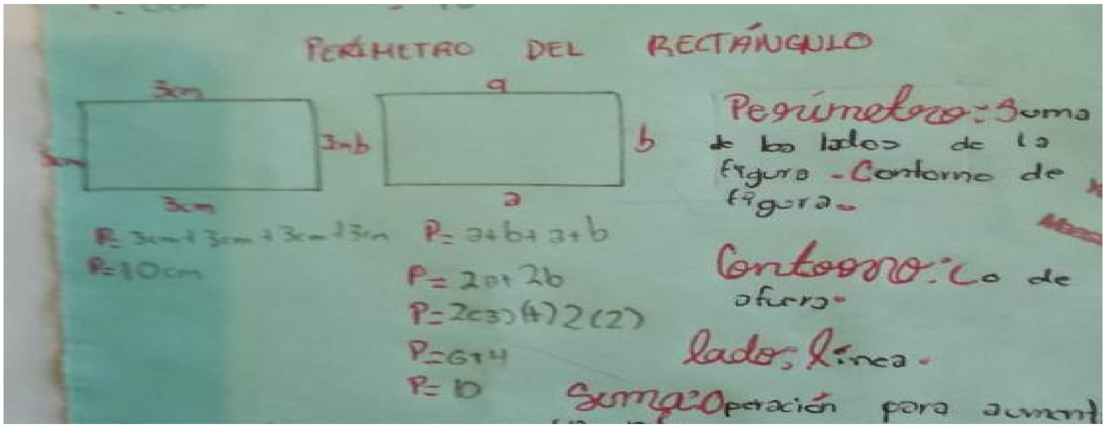
ANEXOS

Anexo 1



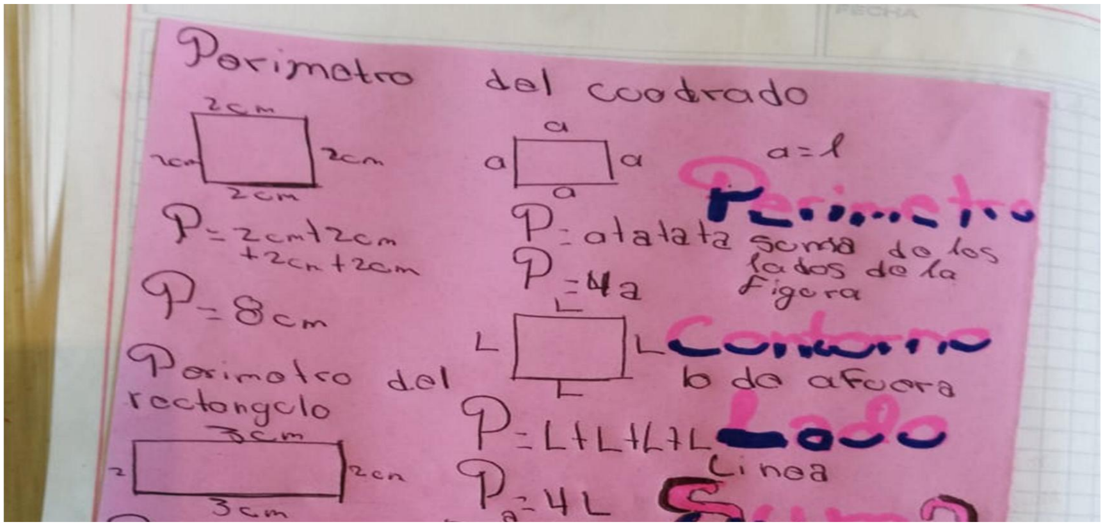
Evidencia de actividad de perímetro de figuras

Anexo 2



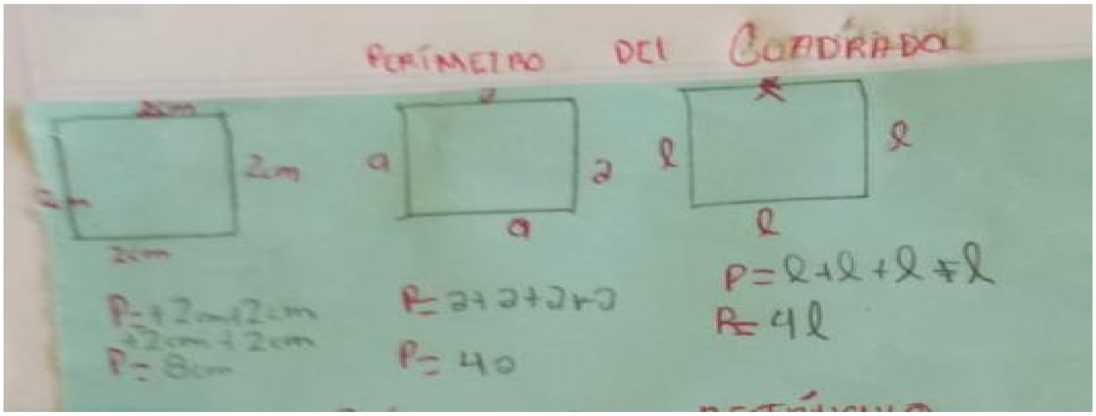
Evidencia ejercicio de perímetro y definiciones

Anexo 3



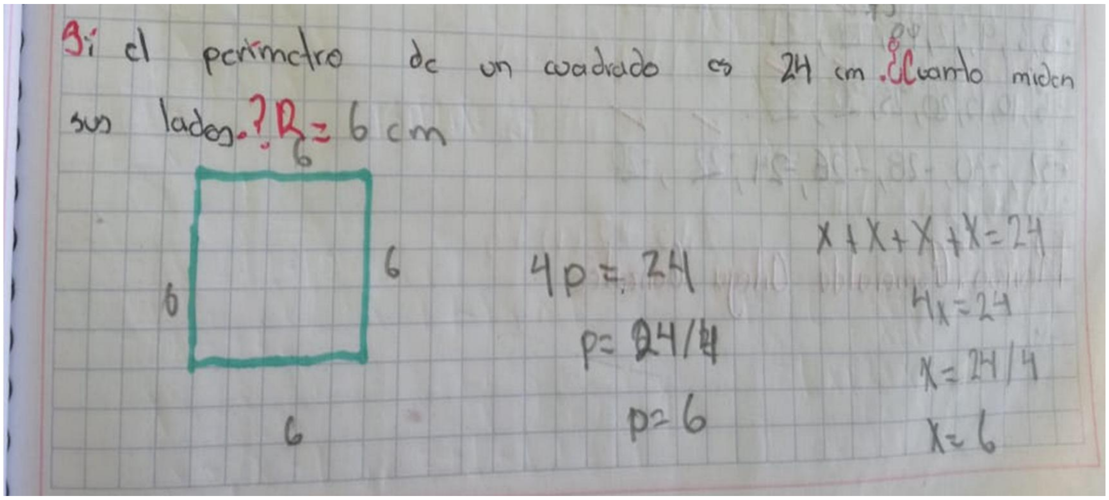
Evidencia de fórmula de perímetro de dos polígonos

Anexo 4



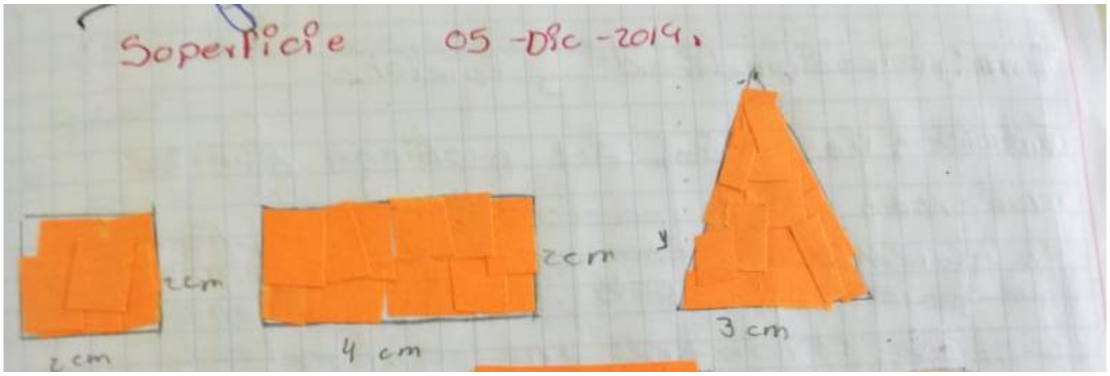
Evidencia de trabajo formula del cuadrado

Anexo 5



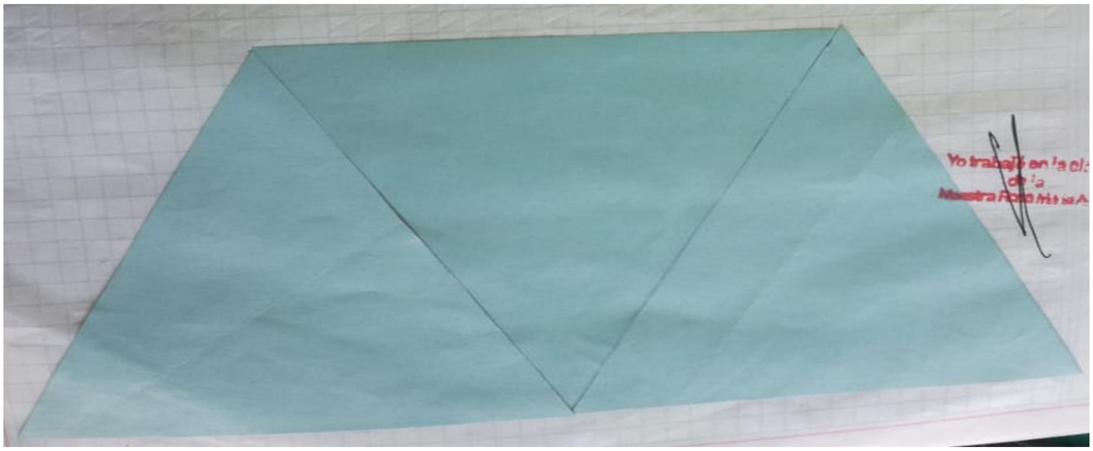
Evidencia de problema resuelto de cuadrado

Anexo 6



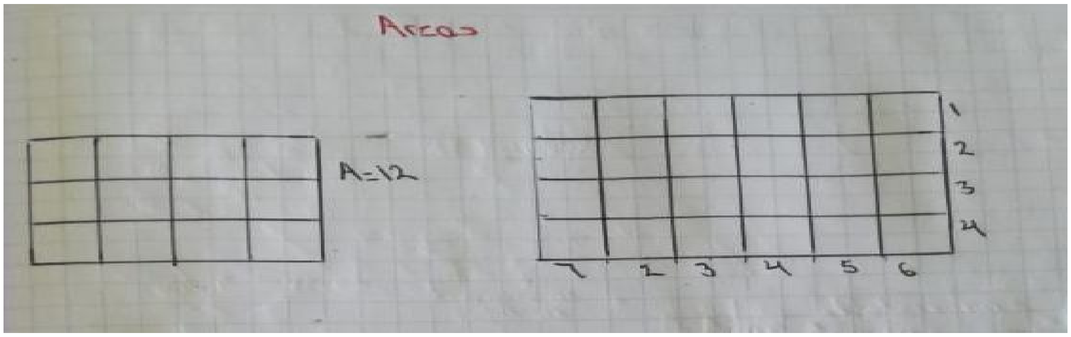
Evidencia de actividad de área

Anexo 7



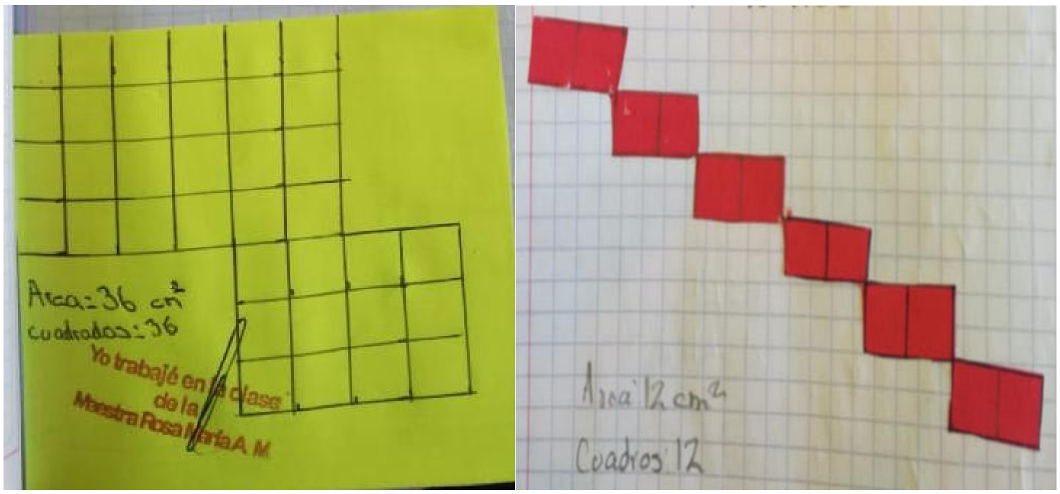
Evidencia de área de una figura formada por triángulos

Anexo 8



Evidencia de área de figuras (cuadricular la figura)

Anexo 9



Evidencias de actividad de área por cuadriculado al contar cuadritos

Elaboró

Rosa María Arzáte Morales

Autorización

Mtro. Efraín Aldama García

Revisión

Dra. Margarita Hernández Colín

Mtro. Oscar Martínez Jiménez

Dictaminó

Mtra. Luz María Serrano Orozco
Presidente del Comité de Titulación