

ESCUELA NORMAL DE SAN FELIPE DEL PROGRESO

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICAS



ENSAYO

ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES DE 2º “A” EN
EL USO DE ECUACIONES ALGEBRAICAS EN LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

*QUE PARA SUSTENTAR EXAMEN PROFESIONAL
PRESENTA:*

ANA MAYTHE FLORES ENRIQUEZ

ASESOR:
MTRA. PERLA RAMÍREZ ESCOBAR

SAN FELIPE DEL PROGRESO, JULIO DE 2020

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
PROBLEMA DE ESTUDIO.....	4
a) Preguntas centrales.....	7
b) Referentes empíricos y teóricos.....	7
c) Contexto escolar.....	14
DESARROLLO DEL TEMA.....	17
CAPÍTULO 1. LA CONCEPCIÓN DEL PROBLEMA.....	17
1.1 <i>Diversas concepciones de problema.</i>	20
1.2 <i>Comparación de los conceptos; dificultad, obstáculo y error.</i>	23
CAPÍTULO 2. LOS ERRORES AL FORMULAR ECUACIONES ALGEBRAICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	29
2.1 <i>Diversas concepciones de “error”</i>	29
2.2 <i>Errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética</i>	34
2.3 <i>Errores de procedimientos en virtud de los cuales los alumnos usan de manera inapropiada fórmulas o reglas de procedimientos</i>	35
2.4 <i>Errores del álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico.</i>	38
CAPÍTULO 3. APRENDIZAJE SITUADO: UNA PROPUESTA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	40
3.1 <i>Aprendizaje situado y la propuesta didáctica</i>	40
3.2 <i>Impacto de la propuesta y resultados.</i>	49
CONCLUSIONES.....	52
FUENTES DE CONSULTA.....	55
ANEXOS.....	58

INTRODUCCIÓN

El estudio de las matemáticas en la educación secundaria tiene como propósito el desarrollo de las capacidades cognitivas que permitan a los alumnos clasificar, analizar, inferir, generalizar y abstraer, asimismo fortalecer el pensamiento lógico, el razonamiento inductivo, deductivo y analógico logrando desarrollar su pensamiento matemático.

El plan y programas de estudios 2017 de educación básica y en particular de la educación secundaria se centra en el desarrollo del pensamiento matemático y que los alumnos utilicen este pensamiento para formular explicaciones, apliquen métodos, pongan en práctica algoritmos, desarrollen estrategias de generalización y particularización haciendo uso de la resolución de problemas, de esta manera los alumnos comprendan la necesidad de justificar y argumentar sus planteamientos, así como de la importancia de usar patrones y relaciones como un medio para encontrar la solución a un problema.

La resolución de problemas permite que los alumnos activen sus saberes y posteriormente puedan ir construyendo un aprendizaje significativo, relacionándolo con lo que viven diariamente. El presente trabajo se centrará en los errores que cometen los estudiantes en la resolución de problemas, conociendo los orígenes de éstos y las repercusiones que tienen para obtener el aprendizaje esperado en el Álgebra.

Esta problemática se eligió debido a que los alumnos cometen errores con mayor frecuencia en el estudio del Álgebra repercutiendo en su entendimiento y en la resolución de problemas, por lo cual se deben buscar estrategias que permitan a los alumnos comprender los problemas y elegir la manera correcta de resolverlos. Se puso en práctica la propuesta didáctico-pedagógico con los alumnos de segundo grado grupo “A” de la escuela secundaria oficial No.0723 “Emiliano Zapata” ubicada en el Ejido de Bombatevi perteneciente al municipio de Atlacomulco, Méx.

En la propuesta didáctico-pedagógico se realizaron actividades y establecieron propósitos, de esta manera poder seguir el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula de clases, la propuesta se utiliza en este proceso para que los alumnos conciban a las matemáticas como una construcción social a partir del trabajo colaborativo, el trabajo autónomo, haciendo uso de herramientas matemáticas, así como en la toma de decisiones, para generar en ellos curiosidad e interés en los procesos de análisis y búsqueda en la resolución de problemas, de este modo adquieran y desarrollen conocimientos matemáticos. A continuación, se presentan los propósitos de esta propuesta:

1. Recopilar y analizar los errores más frecuentes de los alumnos al formular ecuaciones algebraicas para la solución de problemas.
2. Reconocer un aprendizaje situado en los alumnos de secundaria para el desarrollo de conocimientos y habilidades en la resolución de problemas algebraicos.
3. Examinar de qué manera los errores en el álgebra que tienen su origen en la ausencia del sentido obstaculizan el logro de los aprendizajes esperados.

Para alcanzar tales propósitos, se retomaron los conceptos de error, problema, dificultades y obstáculos, asimismo se analizó el plan de estudios 2017 de educación secundaria para sustentar teóricamente lo trabajado. El documento se conforma de cinco apartados, cada uno con características propias, que en conjunto se enriquecen y le dan sentido.

La primera parte, es el **problema de estudio y su ubicación en la línea temática**; se dan a conocer las dificultades que se observaron en los alumnos en la asignatura de Matemáticas, así como los errores que cometen al resolver problemas. Se plantean tres preguntas centrales que dan pie a la realización de este trabajo. Finalmente se da a conocer el contexto en el cual se describe a detalle la escuela secundaria (como son los alumnos, los padres de familia y las características de la institución) donde se llevó a cabo la propuesta didáctica.

La segunda parte denominada “Desarrollo del tema” se conforma por tres capítulos. El **Capítulo 1. Concepción del problema**; se desarrolla a partir de la experiencia generada en las prácticas realizadas en la escuela secundaria con los alumnos de segundo grado. Se analizan diversas

concepciones de “problema” en autores como; Parra, Polya, Brown, etc., se presenta el enfoque del nuevo plan y programa de estudios, el análisis que se realizó a partir del examen diagnóstico aplicado a los alumnos de segundo grado. Y por último se realiza la comparación de los conceptos; dificultad, obstáculo y error.

El **Capítulo 2. Los errores al formular ecuaciones algebraicas en la resolución de problemas.** Se desarrolla a partir de diversas concepciones de autores sobre el “error” mencionando algunos Brousseau, Socas, Ruano, posteriormente se van identificando los errores a partir de las etapas del error y en cada una de estas se da un ejemplo de la forma en que se identificó en los alumnos y a partir de ello hace mención al aprendizaje esperado “Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas” por lo que se pretende desarrollar actividades o problemas que permitan identificar los errores y realizar la propuesta de intervención.

En el **Capítulo 3. Aprendizaje situado: Una propuesta para la resolución de problemas.** Se describe qué es un aprendizaje situado y las diversas concepciones que se tienen entre aprendizaje y enseñanza situada, de esta manera se identifica la relación y el objetivo en común, por último se describe el desarrollo de la propuesta didáctica y se analiza los resultados obtenidos, para saber qué es lo que se logró y que es necesario mejorar, con la finalidad de un buen aprendizaje de los alumnos.

Posteriormente se incluye el apartado de las **Conclusiones**, en el cual se trata de dar respuesta de manera sintetizada a las preguntas centrales planteadas al iniciar el documento, se explica en qué casos se obtuvieron respuestas favorables y en cuáles no. En el apartado **Fuentes de consulta**, se mencionan los autores retomados que ayudaron al desarrollo de este documento. Finalmente, en el apartado de **Anexos**, se presentan las evidencias del trabajo con el grupo de segundo grado de acuerdo con la temática aquí expuesta.

PROBLEMA DE ESTUDIO

Durante las prácticas de observación realizadas y por medio del análisis de algunos problemas planteados en la asignatura de matemáticas, se observó que los alumnos muestran dificultades, las cuales se identificaron a partir de la aplicación de un examen diagnóstico (Anexo 1), entre estas dificultades se destaca la manera en que se plantean o resuelven ecuaciones para dar solución a un problema.

Al plantear y resolver problemas que involucran el uso de ecuaciones algebraicas es evidente que los alumnos presentan errores, no sólo algebraicos sino también aritméticos. Como lo menciona Godino (2004) una ubicación del conocimiento en una estructura conceptual cada vez más amplia y compleja se haya ausente, en la medida que se van adquiriendo los contenidos curriculares, el saber matemático de los alumnos evoluciona en diferentes sentidos y el nivel de razonamiento va aumentando gradualmente.

El desarrollo del trabajo se centrará en la línea temática I: los adolescentes y sus procesos de aprendizaje, trabajando un contenido relacionado con el área de la especialidad además de que un trabajo en esta línea “demanda al estudiante poner en juego los conocimientos, la iniciativa y la imaginación pedagógica que ha logrado desarrollar durante la formación inicial”. (SEP, Orientaciones Académicas para el documento Recepcional., 2002)

Decir que los alumnos han adquirido correctamente los conocimientos acerca del planteamiento de ecuaciones y cómo se pueden aplicar en un problema resulta un tanto incorrecto, ya que lo que muchos alumnos han hecho es memorizar los procesos de solución, dejando de lado el análisis, lo que lleva a un fracaso cuando se cambia la forma de presentar otra situación o se involucran nuevos conceptos a él. La aplicación de la propuesta se llevó a cabo en segundo grado grupo “A” de la escuela secundaria “Emiliano Zapata” No. 0723, ubicada en el Ejido de Bombatevi, municipio de Atlacomulco.

La evaluación diagnóstica (Anexo 1) consistió en la aplicación de 5 preguntas referidas al aprendizaje esperado: **Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica**

de ecuaciones lineales de 1° de educación secundaria, de esta manera se retoma si los alumnos aplican los aprendizajes básicos del álgebra como; términos, exponentes, simplificación de expresiones, aplicación del lenguaje común al lenguaje algebraico, resolución de ecuaciones para obtener la incógnita y resolución de problemas a partir del uso de los conocimientos anteriores.

A partir de lo anterior se observa que existen errores que les impiden dar solución a los planteamientos y se ha llegado a la conclusión que los alumnos al no dominar el lenguaje algebraico y/o el algoritmo de solución algebraica de ecuaciones lineales no son capaces de dar solución a los problemas presentados; les resulta difícil el hecho de transitar del lenguaje común al lenguaje algebraico principalmente en la resolución de problemas y ejercicios que impliquen un análisis para dar una solución, ésta es una particularidad que orilla al docente a reflexionar acerca de lo que está sucediendo con estos alumnos y a delimitar las causas, para que se dé solución al problema.

El aprendizaje situado en la resolución de problemas se retoma para la propuesta didáctico-pedagógico con los alumnos de segundo grado grupo “A”, en virtud de lo observado con ellos y de los errores que presentaban en la resolución de problemas, se realiza un análisis para identificar los conflictos que tienen en el uso de ecuaciones y cómo esto repercute en su aprendizaje. Se emplea el aprendizaje situado a partir de lo que se pretende desarrollar con el nuevo plan y programa de estudios 2017 en donde se menciona un enfoque basado en *la resolución de problemas* como una meta de aprendizaje y como un medio para aprender contenidos.

Lo que se pretende en este enfoque es que los alumnos analicen, comparen y obtengan conclusiones, así mismo que defiendan sus ideas y aprendan a escuchar a los demás, le encuentren el sentido y se interesen por aprender matemáticas. Del mismo modo la propuesta ayuda en la construcción de los rasgos del perfil de egreso de los alumnos, ya que se toma en cuenta los siguientes rasgos para su desarrollo; Pensamiento matemático, pensamiento crítico y solución de problemas, así como la colaboración y trabajo en equipo.

La propuesta se llevó a cabo tomando en cuenta el enfoque de resolución de problemas, en el que se consideran los aprendizajes previos de los alumnos, a partir de ello se aplican ejercicios y problemas de ecuaciones algebraicas de manera gradual de tal forma que ellos poco a poco fueran construyendo su aprendizaje, estas actividades se trabajaron de manera individual, por equipos y se implementó el apoyo entre pares, de tal manera que si el alumno no comprendía los problemas o lo que la docente en formación les explicaba, sus compañeros le podrían apoyar.

Se pretende lograr el desarrollo de los conocimientos y habilidades de los alumnos a partir de la resolución de problemas, es por ello que la docente debe guiar la enseñanza y el aprendizaje de los alumnos con los principios pedagógicos que se presentan en el nuevo modelo educativo Aprendizajes Clave para la educación integral, por ello en el desarrollo de la propuesta se toma en cuenta el principio pedagógico número siete que pretende propiciar el aprendizaje situado, para lo cual en la búsqueda de actividades y problemas que permitieran el cumplimiento de estos, se retomaron los principios que se nombran a continuación:

1. Poner al estudiante y su aprendizaje en el centro del proceso educativo
2. Tener en cuenta los saberes previos del estudiante
3. Ofrecer acompañamiento en el aprendizaje
4. Conocer los intereses de los estudiantes
5. Estimular la motivación intrínseca del alumno
6. Reconocer la naturaleza social del conocimiento
7. Propiciar el aprendizaje situado
8. Entender la evaluación como un proceso relacionado con la planeación del aprendizaje
9. Modelar el aprendizaje
10. Valorar el aprendizaje informal
11. Promover la interdisciplina
12. Favorecer la cultura del aprendizaje
13. Apreciar la diversidad como fuente de riqueza para el aprendizaje
14. Usar la disciplina como apoyo al aprendizaje

a) Preguntas centrales

Los errores que cometen los estudiantes al formular ecuaciones algebraicas pueden repercutir en la resolución de problemas debido a que no tienen sustentados los conocimientos previos, así como encuentran confusión entre variable e incógnita, al hacer uso de la ley de los signos o en el manejo de las operaciones básicas.

1- ¿Qué errores cometen los alumnos al formular ecuaciones algebraicas y cómo estos repercuten en la resolución de problemas?

Se puede identificar que, en ocasiones, para los adolescentes es necesario un acompañamiento ya sea por parte del maestro o por algún otro compañero, quien los podrá orientar en su proceso de aprendizaje.

2- ¿Cómo el aprendizaje situado les permite a los alumnos el desarrollo de los conocimientos y habilidades en el uso de ecuaciones algebraicas?

Los errores son un síntoma de falta de conocimientos, si estos no son atendidos generan obstáculos en el logro de nuevos aprendizajes.

3- ¿De qué manera los errores en el álgebra obstaculizan el logro de los aprendizajes esperados?

b) Referentes empíricos y teóricos

La concepción del problema

Schoenfeld (1985) usa el termino problema para referirse a “una tarea que es difícil para el individuo que está tratando de hacerla.” Por su parte Kilpatrick (1998) menciona que “un

problema matemático se identifica como un problema que requiere conocimientos matemáticos para resolverlo y para el cual no existe un camino directo o inmediato para obtener su solución o soluciones”. En el aula de clase se puede observar que lo que es un problema para algunos, no lo es para todos, por ello se debe prestar atención a las situaciones que permitan movilizar los conocimientos de los alumnos y valerse de ellas para el estudio de los contenidos.

El uso de problemas rutinarios encontrados en los libros de texto se identifica más con el empleo de procesos mecanizados o memorísticos. Por lo tanto, la selección de los problemas para discutir dentro y fuera del salón de clases establece la dirección y el tiempo de actividades que se deben desarrollar durante el curso (Santos Trigo, 1997). Para la aplicación de problemas en el libro y en la libreta es necesario identificar aquellos que no generen solo la memorización o repetición de ciertos procedimientos, es preciso permitir a los alumnos que analicen los métodos o estrategias de solución, para que hagan uso de los aprendizajes que van adquiriendo durante su formación.

Polya (1965) establece que tener un problema significa buscar conscientemente alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar. Esta caracterización identifica tres componentes de un problema: (a) Estar consciente de una dificultad; (b) tener deseos de resolverla, y (c) la no existencia de un camino inmediato para resolverlo. Los componentes antes mencionados, permiten que los alumnos durante la resolución de problemas, desarrollen sus habilidades, competencias y conocimientos.

Santos Trigo (1997) menciona que un problema, en términos generales, es una tarea o situación en la cual aparecen los siguientes componentes:

- a) La existencia de un interés; es decir, una persona o un grupo de individuos quiere o necesita encontrar una solución;
- b) La no existencia de una solución inmediata. Es decir, no hay un procedimiento o regla que garantice la solución completa de la tarea.

- c) La presencia de diversos caminos o métodos de solución (algebraico, geométrico, numérico). Aquí, también se considera la posibilidad de que el problema pueda tener más de una solución;
- d) La atención por parte de una persona o un grupo de individuos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolver esa tarea. Un problema es tal hasta que existe un interés y se emprenden acciones específicas para intentar resolverlo.

La idea fundamental en la concepción de lo que es un problema es que el alumno se enfrente a una variedad de situaciones en donde sea necesario analizar y evaluar diversas estrategias en las diferentes fases de solución.

La resolución de problemas

El Programa de Estudio 2017. Guía para el maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas, describe cuatro competencias que se deben desarrollar durante la educación básica, una de ellas y quizás la más importante es la de resolver problemas de manera autónoma; ésta implica que los estudiantes logren plantear, identificar y resolver diferentes tipos de problemas.

La resolución de problemas permite generar un aprendizaje más significativo en los alumnos en donde no solo se dedique a resolver ejercicios, sino que le den sentido y significado en su vida desarrollando sus habilidades y conocimientos, por su parte Resnick, L., y Ford (1990) proponen que “la comprensión adecuada de un problema implica conocimientos de tipo lingüístico, factual y conocimientos previos, que son los que ayudarán a traducir el problema en una representación interna adecuada.”

En el enfoque pedagógico de la educación básica la resolución de problemas es considerada tanto una meta de aprendizaje como un medio para aprender contenidos matemáticos fomentando el gusto con actitudes positivas hacia su estudio (SEP, 2017), por tanto, la labor

docente debe considerar el planteamiento de problemas con la finalidad de familiarizar a los alumnos con ellos.

Polya (1965) menciona que resolver problemas es una cuestión de habilidad práctica que se adquiere con la imitación y la práctica. Al tratar de resolver problemas, hay que observar e imitar lo que otras personas hacen en casos semejantes, y así aprender ejercitándolos. Distingue cuatro fases al resolver problemas:

Compresión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y la visión retrospectiva. Un profesor debe de comprender y hacer comprender a sus alumnos que ningún problema puede considerarse completamente terminado, por lo tanto, es recomendable verificar. Especialmente si existe un medio rápido e intuitivo para asegurarse de la exactitud del resultado o del razonamiento.

Aprendizajes previos

Para la resolución de problemas algebraicos es necesario tener la base sólida de los conocimientos anteriores o previos que “ocupan un papel crucial en el aprendizaje ya que constituyen la base para la adquisición y comprensión de otros nuevos. El diseño educativo debe partir siempre de los conocimientos previos de los alumnos y adecuarse a ellos” (Defior, 1996). Ya que, si no se tienen estos conocimientos, los alumnos no pueden avanzar en los conocimientos nuevos.

De esta manera es indispensable distinguir los tipos de conocimientos que se quieren identificar ya sea a partir de los conceptos o de los procedimientos que se quieran utilizar. “Se distinguen dos tipos de conocimiento: declarativo (conocer qué o conocimiento de los conceptos matemáticos) y procedimental (saber cómo o conocimiento de los algoritmos y de las estrategias de resolución y cuando aplicarlos)”. (Defior, 1996)

“La matemática también es razonamiento, es un variado conjunto de estrategias de resolución, de procedimientos operatorios; es actitud investigadora y tenacidad en la resolución de

problemas; es orden y precisión en la expresión; es ejecución de algoritmos.” (Alcalá, 2002) Con lo anterior se puede observar que para los conocimientos en matemática es preciso utilizar los conocimientos previos de aritmética, ya que para dar solución a los problemas es necesario de procedimientos, el razonamiento y el uso de algoritmos.

Lenguaje común al lenguaje matemático

Los errores más comunes que presentan los alumnos en el aprendizaje del álgebra se dan en el tránsito que tienen que hacer del lenguaje común al matemático, en específico al algebraico. Les resulta complicado entender cómo es que las expresiones “más que”, “mayor que”, “igual a”, “el doble de”, “la suma de” pueden ser representadas utilizando números y letras a la vez. Esto se debe a la poca familiarización que tuvieron con el lenguaje matemático en la educación primaria.

Para mejorar la situación presentada en la educación secundaria, se sugiere que los docentes de educación primaria empiecen a trabajar o introducir ciertas terminologías en el desarrollo de las clases de matemáticas, así mismo que la forma en que se imparta la asignatura de matemáticas no resulte compleja para los alumnos, de este modo se atraiga el interés y el gusto por ésta.

Es preciso recordar las primeras veces en las que se pudo haber tenido acercamiento a un nuevo idioma, cómo sus propias reglas para formar oraciones pudieron haber causado confusión, errores e incluso frustración. Lo mismo puede estar sucediendo a los alumnos en el conocimiento de este nuevo lenguaje que tiene sus propias condiciones para trabajarlo.

El lenguaje matemático está formado no solo por símbolos escritos sino también por los signos hablados: términos y expresiones propias. Muchos de esos términos están en lengua hablada, pero con significado diferente: agudo, cuadrado cateto, plano, total, más, etc. La matemática lo toma de la lengua ambiental, pero les asigna un significado preciso y peculiar. Esa estrecha dependencia respecto de la lengua vernácula es fuente de frecuentes errores conceptuales. (Alcalá, 2002).

La lengua vernácula es referida a los términos que comúnmente se hablan, diferentes a la lengua materna de las personas, en este caso en matemáticas son los términos que comúnmente se utilizan, sin embargo, no son las formas correctas de mencionar ciertos términos, por ejemplo; suma el término correcto es adición y resta el término correcto es sustracción. Y debido a que los conocimientos en matemáticas se van construyendo gradualmente, al momento de pasar de la aritmética al álgebra, se crea dificultades en los alumnos para la comprensión de estos contenidos, a causa de que en su formación académica se manejaron términos incorrectos.

En la escuela se impone el conocimiento de la matemática a los alumnos, presentándola como un sistema ya codificado y acabado, que se va haciendo de forma planificada y escalonada. La matemática aparece así, como un sistema que va enseñando, transmitiendo, diferentes contenidos parciales, diferentes conceptos y procedimientos, soportados por un lenguaje específico cada vez más abstracto y alejado de la experiencia física. Y así el sistema simbólico matemático, que en el principio no es sino el medio, la herramienta para transmitir ideas y/o resolver problemas, llega a convertirse en objeto mismo de conocimiento. (Alcalá, 2002)

Durante un tiempo se ha retomado a la matemática como un sistema que se va enseñando y transmitiendo contenidos, conceptos y procedimientos, sin embargo, hoy en día se pretende que las matemáticas sean vistas como un conjunto de conceptos métodos y técnicas, de los cuales sea posible analizar fenómenos y situaciones en diversos contextos, en este caso se trata que los alumnos identifiquen, planteen y resuelvan problemas a partir de los conocimientos que ya han adquirido con anterioridad.

Aprendizaje significativo y situado

Para un aprendizaje significativo en los alumnos es necesario que el docente desarrolle en ellos la comprensión de los problemas, así como las habilidades y competencias que se pretenden al hacer uso del enfoque de resolución de problemas, de esta manera no se seguirá con la enseñanza tradicional de procedimientos mecánicos en matemáticas. “La necesidad de un aprendizaje significativo de las matemáticas, cuyo principal objetivo debía ser el cultivo de la comprensión y no los procedimientos mecánicos de cálculo” (Brownell, W, 1935).

“El aprendizaje situado ocurre mediante prácticas educativas auténticas, que sean coherentes, significativas y propositivas.” (Díaz, Barriga, 2003) Estas prácticas educativas no solo se enfocan en que los alumnos trabajen entre pares, más bien, que se contextualicen los contenidos que se abordan, de tal manera, que los alumnos los observen como un aprendizaje que se puede utilizar en su vida cotidiana, convirtiéndolo en un aprendizaje significativo.

Diferentes concepciones acerca del término error

A través de los años han surgido diferentes significados del término error estas concepciones depende del contexto del que se esté hablando, referente a matemáticas.

Los errores son datos objetivos que encontramos permanentemente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; constituyen un elemento estable de dichos procesos. Por otra parte, siendo un objetivo permanente de la enseñanza de las matemáticas en el sistema escolar lograr un correcto aprendizaje de las mismas por parte de todos los alumnos, es claro que las producciones o respuestas incorrectas a las cuestiones que se plantean se consideran como señales de serias deficiencias e incluso fracaso en el logro de dicho objetivo. (Kilpatrick, Gomez, & Rico, 1998)

Identificar los errores en el aprendizaje de las matemáticas permite a los alumnos y al docente realizar un análisis de los hechos, los conocimientos y habilidades que hacen falta desarrollar, así como los conocimientos previos deficientes que se tienen.

Lo que ocurre de hecho es que cuando los alumnos llegan a una situación en la que no saben cómo actuar no se bloquean, sino que tratan de salir de ella intentando un modo de operar a partir de los conocimientos y procedimientos que ya poseen, efectuando una reparación o remiendo de esos procedimientos, aunque sea incorrecta. (Brown & VanLehn, 1980) Otro término de error es el que se menciona anteriormente el cual se cree que los alumnos al no tener conocimiento de lo que están viendo en clase al momento de resolver problemas, hacen uso de conocimientos previos que en su mayoría son incorrectos.

c) Contexto escolar

Se llama contexto escolar a los espacios donde se desarrollan los alumnos dentro y fuera de la institución educativa, de este modo su aprendizaje y aprovechamiento académico se ve influenciando por el lugar en que se desarrollan; La propuesta didáctico- pedagógica se llevó a cabo con los alumnos de segundo grado grupo “A” de la Escuela Secundaria Oficial No.0723 “Emiliano Zapata”, ubicada en el Ejido de Bombatevi perteneciente al municipio de Atlacomulco, Méx.

La comunidad se encuentra al norte del municipio de Atlacomulco, se considera una comunidad urbana debido a que cuenta con 3,002 habitantes, tiene la mayoría de los servicios al alcance y se encuentra a 5 minutos de la cabecera municipal. La comunidad cuenta con instituciones educativas; preescolar, primaria y secundaria, así mismo con un instituto cultural y un auditorio ejidal, papelerías y cibercafés.

La característica socioeconómica de la comunidad son diversas debido a que el área laboral de las personas son los siguientes; trabajan en las industrias de Atlacomulco, algunos otros salen a trabajar a otros estados y otras personas en su minoría son profesionistas, esto se obtuvo por comentarios de maestros y al preguntarles a los alumnos en qué trabajan sus papás.

Los alumnos que asisten a ella, en su mayoría pertenecen a ésta comunidad y algunos otros son de comunidades aledañas, las características socioeconómicas de cada uno de los estudiantes en ocasiones obstaculizan el cumplimiento de las actividades en el aula de clases, debido a que por comentarios de alumnos y padres de familia, hay algunos que trabajan los fines de semana y otros entre semana, la ausencia de los alumnos durante varios días en la escuela, permite que se presente una heterogeneidad en cuanto a la disposición que tiene los estudiantes respecto a su aprendizaje ya que vienen de diferentes lugares en donde carecen de algunos servicios.

El contexto interno con el que cuenta la escuela son siete aulas de clases, sala de computo, dirección, subdirección, orientación, una cancha de basquetbol y una de futbol, baños para hombres y mujeres, tienda escolar y áreas verdes que les permite tener un ambiente de convivencia para todos los alumnos y se desarrollen plenamente.

La institución cuenta con un colectivo docente compuesto por; un director, una subdirectora, dos orientadoras y 10 docentes frente a grupo, así mismo tiene una matrícula de 214 alumnos, se distribuyen en seis grupos; primero, segundo y tercer grado, grupos A y B, cada grado y grupo cuenta con aproximadamente 35 alumnos.

El desarrollo de las clases se presenta a partir de la organización de los salones ya que para cada docente se le asigna su propio salón para impartir su asignatura, en este caso los alumnos son quienes se cambian de salón al término de cada sesión; favoreciendo a los alumnos en su aprendizaje debido a que el cambio de salón en cada hora permite que se despejen, generando en ellos la responsabilidad por el cuidado y mantenimiento de cada lugar que se le asigna en los salones, permitiendo que se dispongan a realizar las actividades de las asignaturas.

Los alumnos de 2 "A" muestran un estilo de aprendizajes variado, que se determina al aplicarles un test de estilos de aprendizaje (Anexo 2), en el cual se muestra que un 44.4% de los alumnos son visuales, un 33.3% son auditivos y un 22.2% son kinestésicos, es por ello que se necesitan implementar diversas estrategias al momento de trabajar los contenidos, debido a que cada alumno tienen diversas formas de aprender y no todas las actividades que se aplican resultan satisfactorias en su aprendizaje.

Los alumnos de las escuelas secundarias están pasando por la adolescencia y experimentan diversos cambios tanto físicos como psicológicos, lo que repercute en su rendimiento académico debido a que al tener clases están realizando o pensando en otras actividades no académicas como, por ejemplo; pensado en la persona que les gusta, en algún videojuego que desean jugar, pendientes de las redes sociales etcétera, así como que no les interese la clase.

En el salón de clases se puede observar que para aquellos alumnos que les gusta la asignatura terminan sus actividades, problemas y ejercicios antes que sus compañeros, y para aquellos que no les gusta la asignatura realizan otras actividades que no son de ésta, utilizan su celular, realizan actividades de otra asignatura y distraen a sus compañeros ya que se ponen a platicar con ellos, esto genera que en ocasiones no se pueda continuar con los contenidos ya que se observa que algunos se distraen y no van al ritmo que sus demás compañeros.

DESARROLLO DEL TEMA

CAPÍTULO 1.

LA CONCEPCIÓN DEL PROBLEMA

En el plan y programa de estudios 2017 de educación secundaria se sugiere la aplicación de problemas en la asignatura de Matemáticas, debido a que esta estrategia se utiliza como una meta de aprendizaje y como un medio para aprender contenidos matemáticos. A partir de lo anterior se pretende que los alumnos despierten su interés, curiosidad, reflexión y análisis de tal manera que disfruten de aprender matemáticas.

En el estudio del álgebra se pretende que los alumnos comiencen a crear y usar símbolos, observar cómo las expresiones aritméticas se pueden transformar y expresar con números, letras o símbolos, para que posteriormente se empiecen a utilizar en dos propiedades de las operaciones -conmutativa y asociativa- con el fin de dominar la ejecución de ecuaciones elementales y la resolución de problemas a partir de ecuaciones.

El enfoque pedagógico en matemáticas de educación secundaria permite orientar las prácticas de enseñanza, así como determinar los propósitos, ideas y actividades que se requieren llevar a cabo, a partir de generalizaciones y directrices adecuadas para su desarrollo, es por ello que se retoma el Plan y Programas de Estudio de la Educación Básica (2017) se menciona en el enfoque pedagógico que:

La resolución de problemas es tanto una meta de aprendizaje como un medio para aprender contenidos matemáticos y fomentar el gusto con actitudes positivas hacia su estudio. En el primer caso, se trata de que los estudiantes usen de manera flexible conceptos, técnicas, métodos o contenidos en general, aprendidos previamente; y en el segundo, los estudiantes desarrollan procedimientos de resolución que no necesariamente les han sido enseñados con anterioridad.

En ambos casos, los estudiantes analizan, comparan y obtienen conclusiones con ayuda del profesor; defienden sus ideas y aprenden a escuchar a los demás; relacionan lo que saben con nuevos conocimientos, de manera general; y le encuentran sentido y se interesan en las actividades que el profesor les plantea, es decir, disfrutan haciendo matemáticas.

La autenticidad de los contextos es crucial para que la resolución de problemas se convierta en una práctica más allá de la clase de matemáticas.

Los fenómenos de las ciencias naturales o sociales, algunas cuestiones de la vida cotidiana y de las matemáticas mismas, así como determinadas situaciones lúdicas pueden ser contextos auténticos, pues con base en ellos es posible formular problemas significativos para los estudiantes. Una de las condiciones para que un problema resulte significativo es que represente un reto que el estudiante pueda hacer suyo, lo cual está relacionado con su edad y nivel escolar.

Al identificar los errores más comunes de los alumnos de 2º grado de educación secundaria en la resolución de problemas les permite ir construyendo su conocimiento a partir de un proceso de comprensión, análisis y reflexión de lo que están realizando, de este modo los alumnos desarrollaran procedimientos que les permitan dar respuesta a problemas que se les planteen, para que esto suceda es necesario que la docente en formación sugiera problemas contextualizados, de este modo los alumnos se interesaran, encontraran sentido y les representaran un reto que puedan resolver a partir de sus conocimientos previos, e ir construyendo su propio conocimiento.

A partir del plan y programas de estudio (2017) se retoma al concepto de resolución de problemas como una meta y un medio para el aprendizaje que requiere en los estudiantes de educación secundaria el desarrollo de procedimientos de resolución que no necesariamente son aprendidos con anterioridad, para que de esta manera los estudiantes utilicen de manera flexible conceptos, técnicas, métodos y contenidos en general. Los problemas que los alumnos deben resolver son aquellos que les representen cuestiones de su vida cotidiana y de la matemática

misma, de esta manera para los alumnos serán problemas significativos y les permitirán atender problemas comunes.

Desde lo ya mencionado, la transformación de la práctica docente debe estar basada en el logro de los rasgos del perfil de egreso, entonces será necesario que se conozcan y atiendan los propósitos del nivel educativo en el que se desempeña, en este caso, de la educación secundaria. Respecto al área de las matemáticas se plantea que los alumnos deben (SEP, 2017), entre otras habilidades:

- **Resolver problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado.**
- **Modelar situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; y definir patrones mediante expresiones algebraicas.**

De los propósitos marcados anteriormente se pone mayor énfasis en el relacionado con el álgebra debido a que se pretende que los alumnos de 2° “A” de la Escuela Secundaria Oficial No. 0723 “Emiliano Zapata”, resuelvan problemas algebraicos a partir del uso de ecuaciones, así como la aplicación en diversas situaciones de la vida diaria.

De igual forma, en el documento aprendizajes clave (2017), se establece que la resolución de problemas se presenta a lo largo de la educación básica en el cual se van aplicando contenidos y métodos pertinentes para cada nivel escolar, así como transitando de planteamientos sencillos a problemas complejos. En el caso de matemáticas existe un espacio curricular en el cual se organiza en tres ejes temáticos, este trabajo se centra en el eje Número, Álgebra y Variación, que va relacionando a la Aritmética y el Álgebra.

El objetivo principal de este eje es generalizar y expresar simbólicamente las propiedades de los números y sus operaciones, así como representar situaciones y resolver problemas que requieren la comprensión de conceptos y dominio de técnicas y métodos propios del álgebra. Se pretende que el aprendizaje de estos contenidos sea de un modo flexible de sus elementos fundamentales, a saber, números generales, incógnitas y variables en expresiones algebraicas, ecuaciones y

situaciones de variación, es decir a partir de lo mencionado anteriormente les permite poder resolver problemas de lo cual los alumnos tienen que reconocer variables, simbolizarlas y manipularlas.

La enseñanza del Álgebra a partir de la resolución de problemas en ocasiones puede generar en los alumnos diversas dificultades, debido a que en un principio no se dispone de un camino rápido y directo para encontrar la solución de este, genera en ellos un bloqueo de los conocimientos, por lo tanto, es necesario aplicar problemas que estén acorde al nivel de aprendizaje de los alumnos.

Por experiencia, cuando los alumnos de educación secundaria escuchan hablar de la palabra “problema”, las actitudes que presentan son; desinterés, apatía, negación y expresan las conjeturas que han ido generando como; “es complicado resolverlos”, “¿qué procedimientos debo usar?, mejor no hago nada”, “¿qué tengo que hacer?”, “me gustan más los ejercicios que los problemas”. Esto se debe a que los alumnos no realizan un análisis del problema, no comprenden el problema y por ende no reconocen los datos que se les presenta y por ello tienen que pasar con el docente para preguntarle lo que tienen que hacer o los procedimientos que deben utilizar.

Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas. Se trata de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces; o bien, que puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de resolución. (SEP, 2017)

1.1 Diversas concepciones de problema.

Bajo el enfoque vigente el docente es responsable de seleccionar y adecuar los problemas que propondrá a los estudiantes. Organizar el trabajo en el aula, promover la reflexión sobre sus hipótesis a través de preguntas y contraejemplos, e impulsarlos a buscar nuevas explicaciones o nuevos procedimientos. Además, de promover y coordinar la discusión sobre

las ideas acerca de las situaciones planteadas, para que logren explicar el porqué de sus respuestas y reflexionen acerca de su aprendizaje (Aprendizajes clave, 2017).

A continuación, se presentan distintas concepciones de “problema” con el fin de realizar comparaciones y conjeturas que sirvan para el desarrollo de la propuesta presentada

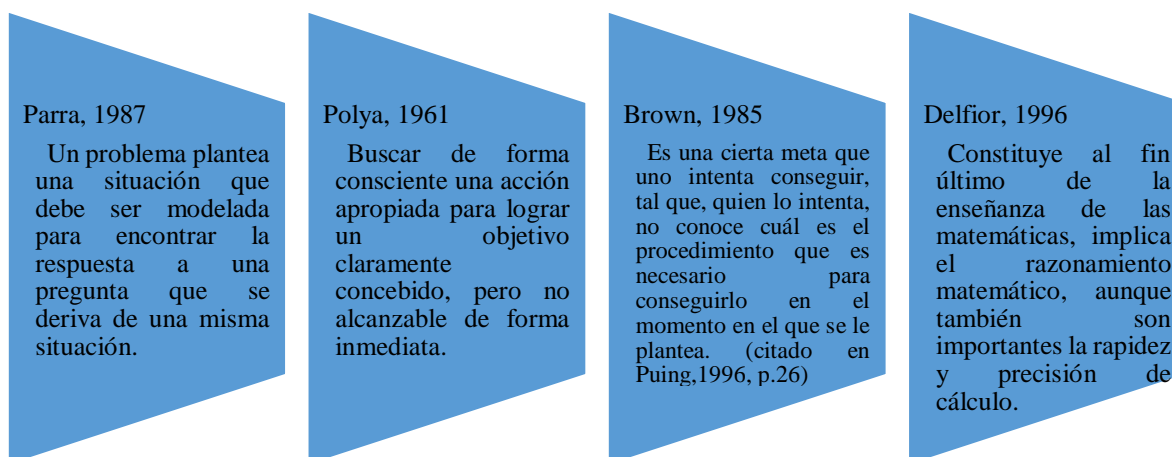


Diagrama I. Distintas concepciones de “problema”.

Un problema es una meta que se pretende conseguir sin disponer de una respuesta inmediata y que es necesario encontrar un medio para poder conseguirlo, en el cual se pone en juego los conocimientos adquiridos y los que aún no se tienen, de modo que los alumnos realicen diversas conjeturas para dar solución al problema.

El uso de problemas en Matemáticas permite a los alumnos el desarrollo de su aprendizaje a partir del análisis, el razonamiento, el cuestionamiento que se genera con una serie de preguntas y un planteamiento. Sin embargo, en muchas de las ocasiones se confunde sobre qué es un problema y qué es un ejercicio. Según Parra (1990) un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea dispone de los elementos para comprender la situación, pero, no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera casi inmediata.

Por otro lado, un ejercicio es una serie de planteamientos que se resuelven a partir de un procedimiento ya adquirido y sistemático. Hay que considerar que en ocasiones los problemas

dejan de tener significado para algunos alumnos debido a que su nivel de conocimiento es más amplio que para algunos otros, y mientras para algunos es un problema que implica esfuerzo para algunos otros se convierte en un ejercicio por el hecho de saber cómo resolverlo en un corto tiempo.

“Lo que es un problema para un individuo, puede no serlo para otro sea porque está totalmente fuera de su alcance o sea porque, para el nivel de conocimientos del individuo, el problema ha dejado de serlo” (Parra, 1990). Para que se presente como un problema es necesario que se identifiquen las necesidades, los conocimientos, las competencias y habilidades de cada uno de los alumnos, debido a que cada uno tiene diferentes niveles de conocimiento, y lo que para algunos alumnos es visto como un problema para algunos otros es tomado como ejercicio, debido a que ya tienen los conocimientos que se pretenden de esa actividad.

Durante la aplicación del examen diagnóstico, bajo el aprendizaje esperado: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales; se observa que los alumnos presentan errores en la formulación de ecuaciones y de comprensión del problema para poder darle solución.

Los problemas que se plantearon fueron de lo más sencillo a lo complejo, como se muestra a continuación.

<i>Descripción del problema.</i>	<i>Problema.</i>			
<i>En el primer problema se pretende que los alumnos identifiquen las características de cada término</i>	Instrucciones: determina el coeficiente, la base y el exponente de los siguientes términos.			
	<i>Término</i>	<i>Coeficiente</i>	<i>Base(s)</i>	<i>Exponente(s)</i>
	32 m			
	5a ²			
<i>En el segundo problema se intenta que los alumnos apliquen la adición y la sustracción de los términos.</i>	Simplifica las siguientes expresiones: a) $-7a + 3a =$ b) $5a + 7a + 3a + 2a =$			

<p>En el tercer problema los alumnos deben hacer uso del lenguaje común al lenguaje algebraico para representar las ecuaciones lineales.</p>	<p>Instrucciones: identifica las ecuaciones algebraicas que modelan los siguientes enunciados:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. María pagó 125 pesos por la compra de 5 cuadernos. 2. Rubén dice que la suma de dos números es 400 y su resta es 36.
<p>En el cuarto problema se procura que apliquen la propiedad asociativa para obtener el valor de x</p>	<p>Resuelve las siguientes ecuaciones para obtener el valor de la incógnita</p> <ol style="list-style-type: none"> a) $2 - x = x - 8x$ b) $3 + 3x - 1 = x + 2 + 2x$
<p>En el quinto problema pretende que los alumnos a partir de los problemas anteriores creen conjeturas para dar solución al problema.</p>	<p>Resuelve el siguiente problema:</p> <p>1.- Un padre tiene 35 años y su hijo 5. ¿Al cabo de cuántos años será la edad del padre tres veces mayor que la edad del hijo?</p>

Tabla I. Problemas del examen diagnóstico.

En el problema 5 de la tabla I durante su aplicación en la escuela secundaria se pudo observar que los alumnos, daban la solución a partir de los aprendizajes previos en el área de Aritmética y no de la manera en que se pretendía en un principio. Una forma de error que mencionan D'Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani, & Sbaragli (2014) es el sistemático que consiste en el uso correcto de reglas incorrectas que en ocasiones lleva a resultados esperados por el docente y otras no, por lo cual crea en los alumnos con el tiempo una convicción perjudicial de la matemática.

1.2 Comparación de los conceptos; dificultad, obstáculo y error.

Durante este trabajo se retoma los términos dificultad, obstáculo y error, por lo cual es preciso aclarar en qué consiste cada uno de estos conceptos, de tal manera que no exista un mal uso de estos términos.

Dificultad:

- La palabra dificultad hace referencia al problema, brete o aprieto que surge cuando una persona intenta lograr algo. Las dificultades, por lo tanto, son inconvenientes o barreras

que hay que superar para conseguir un determinado objetivo. (Pérez Porto & Merino, 2008)

- La noción de dificultad puede aplicarse a diversas ideas o situaciones. Las dificultades del aprendizaje son aquellas que sufren ciertos estudiantes que, pese a no sufrir de una discapacidad o no tener una inteligencia que resulte inferior a la de sus compañeros, no logran conseguir un buen rendimiento académico. (Pérez Porto & Merino, 2008)
- Dificultad de aprendizaje es un término genérico que se refiere a un grupo heterogéneo de desórdenes que se manifiestan por unas dificultades significativas en la adquisición y uso de las habilidades de comprensión oral, habla, lectura, escritura, razonamiento o matemáticas. Estos desórdenes son intrínsecos al individuo y presumiblemente se deben a una difusión del sistema nervioso central. Aunque una dificultad de aprendizaje puede ocurrir de modo concomitante con otras condiciones discapacitantes (por ejemplo, déficits sensoriales, retraso mental, perturbaciones sociales o emocionales) o con influencias ambientales (por ejemplo, diferencias culturales, insuficiente/inadecuada instrucción, factores psicogenéticos), no es el resultado directo de esas condiciones o influencias. Citado en (Hammill, Leiih, McNutt, & Larsen, 1981) por Defior (1996)

La dificultad puede aplicarse a diversas situaciones ya sea a desordenes intrínsecos al individuo y del sistema nervioso central, en el caso de la dificultad de aprendizaje se refiere a las dificultades en la adquisición y uso de habilidades de comprensión oral, habla, lectura, escritura y razonamiento o matemáticas, en las cuales genera que los alumnos no tengan un buen rendimiento académico.

Obstáculo:

- Tanto Bachelard como Brousseau caracterizan un obstáculo como: aquel conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que

posteriormente este conocimiento resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta con nuevos problemas (Palarea Medina & Socas Robayna, 1994)

- En este sentido la noción de error está relacionada con la noción de obstáculo epistemológico desarrollada por Bachelard (pág. 15-16): "... se conoce afrontando un conocimiento anterior, destruyendo los conocimientos mal adquiridos o superando aquéllo que en el espíritu mismo obstaculiza la espiritualización. Un obstáculo epistemológico se incrusta en el conocimiento no formulado. Costumbres intelectuales que fueron útiles y sanas, pueden después de un tiempo obstaculizar la investigación".
- Según Brousseau (1986), la noción de obstáculo está relacionada con la idea de aprendizaje por adaptación. Ciertos conocimientos del alumno están ligados a otros conocimientos anteriores que a menudo son provisionales, imprecisos y poco correctos.

El obstáculo es el conocimiento anterior del alumno para resolver problemas que en su momento fue satisfactorio y útil, pero sin embargo al momento de resolver nuevos problemas este conocimiento se vuelve inadecuado y en cierto modo les resulta difícil, debido a que los conocimientos fueron mal adquiridos.

Error:

- Socas (1997) señala que el error es la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el alumno y no solamente una consecuencia de una falta específica de conocimiento o de un despiste.

En cuanto al error se presenta como la falta del conocimiento, así como el conocimiento mal empleado para dar solución a los problemas planteados. De igual forma se usa este conocimiento mal empleado en una nueva situación, por lo que genera un fracaso en el nuevo conocimiento.

Socas (1997) menciona que el uso del término dificultad se presenta en diversa índole y se agrupan en 5 categorías; asociadas a la complejidad de los objetos de las matemáticas, los

procesos de pensamiento matemático, procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas, procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos y a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas. Este término de dificultad no es centrado en aquellos que son menos capaces de trabajar con las matemáticas.

Lo anterior se debe a que la mayoría de los alumnos presenta dificultades en el aprendizaje en esta asignatura, por lo cual conlleva a que se presente en los alumnos un obstáculo definido por Bachelard (1938) cuando surge como una necesidad funcional, torpezas de entendimiento y confusiones, por lo que conlleva a causas de estancamientos e incluso de regresión, se puede identificar que surgen desde: la tendencia a confiar en engañosas experiencias intuitivas, la tendencia a generalizar; esto puede ocultar la particularidad de la situación, y por último el lenguaje natural.

A continuación, se presenta una comparación de los conceptos enunciados.

	<i>Dificultad</i>	<i>Obstáculo</i>	<i>Error</i>
<i>Definición</i>	<i>Las dificultades son inconvenientes o barreras que hay que superar para conseguir un determinado objetivo. (Pérez Porto & Merino, 2008)</i>	<i>Conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente este conocimiento resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta con nuevos problemas .</i>	<i>Socas (1997) señala que el error es la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el alumno y no solamente una consecuencia de una falta específica de conocimiento o de un despiste.</i>

<i>Clasificación</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Objetos matemáticos -Procesos de pensamiento -Procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos 	<ul style="list-style-type: none"> -Ontogenético o psiconénetico. -Didáctico. -Epistemológico 	<ul style="list-style-type: none"> -Un Obstáculo. -Ausencia de sentido. -Actitudes afectivas y emocionales.
----------------------	--	--	--

Tabla II. Comparación de los conceptos dificultad, obstáculo y error.

En el nuevo plan y programas de estudios (2017) para la educación secundaria menciona que un problema, es aquel que permite que los estudiantes aprendan contenidos matemáticos y así mismo fomentar el gusto por esta asignatura. Se pretende que los estudiantes utilicen conceptos, varias técnicas y diversos métodos de resolución de problemas aprendidos previamente, de igual forma que desarrollen procedimientos para dar solución a un problema que en este caso no son enseñados con anterioridad.

La resolución de problemas para los alumnos de educación secundaria, se convierte en una dificultad para ellos, debido a que los conocimientos previos no están claros, porque los alumnos están acostumbrados a realizar ejercicios o que los docentes los apoyen en encontrar la respuesta, sin embargo, lo que se pretende al hacer uso del enfoque de resolución de problemas es que los alumnos analicen, razonen y se realicen cuestionamientos a partir de una serie de preguntas y un planteamiento en el cual hagan conjeturas de qué métodos puede ocupar para dar solución al problema, es decir, que la construcción de su propio conocimiento se fortalezca.

A pesar de las propuestas de trabajo los alumnos presentaron errores durante este proceso que no les permitieron seguir con el objetivo planteado, por ello es necesario conocer los tipos de errores que los alumnos tienen e identificar la manera en la que se puede disminuir o erradicar éstos.

Durante el trabajo en clase con los alumnos de 2º “A” se efectuaron actividades y ejercicios para identificar los errores que los alumnos presentaban en el álgebra; se realizaron ejercicios como obtener expresiones algebraicas equivalentes, identificar términos que hicieran falta para una igualdad, así como representar a partir de una ecuación planteamientos haciendo uso de una incógnita (Anexo 3). A partir de lo anterior se identificaron los siguientes errores; el uso de los

signos, paréntesis, de fórmulas o reglas de procedimientos y errores por la complejidad del contenido que se trabajó.

A partir de lo observado y de las actividades ya mencionadas dieron paso a identificar estos errores. Retomando a Socas (1989) menciona tres dimensiones para identificar el origen de los errores, los cuales son; errores que tienen su origen en un obstáculo, errores que tienen su origen en la ausencia de sentido y errores que tienen su origen en actitudes efectivas y emocionales. Haciendo un análisis de los errores que presentaban los alumnos se identificó que el origen estaba en la ausencia de sentido y derivado de ello se muestran los errores de los estudiantes en tres etapas distintas: errores de origen aritmético, procedimientos y debido a las características propias del lenguaje.

Las manifestaciones de los errores de los alumnos, permite a los maestros identificar su conocimiento matemático, las debilidades que presentan en su aprendizaje, de este modo el docente puede reorientar el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula de clases. No es posible eliminar por completo los errores que los alumnos presentan al resolver problemas, debido a que cada alumno tiene su ritmo de aprendizaje, es por ellos, que se sugiere implementar el aprendizaje situado; a partir del trabajo en equipo, la diversidad de actividades y problemas contextualizados, en los cuales permita el trabajo entre pares y así mismo el docente apoye en la construcción de su conocimiento.

CAPÍTULO 2.

LOS ERRORES AL FORMULAR ECUACIONES ALGEBRAICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

El error como ya se había mencionado anteriormente es “la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no como consecuencia de una falta específica de conocimiento o de un despiste” (Socas, 1997), en las prácticas de conducción se observó que los alumnos presentaban diversos errores en la resolución de problema.

Estos errores presentados por los alumnos de 2° “A” mostraron las debilidades que tienen al hacer uso del álgebra dando pie a que se realizara un análisis de los tipos de errores presentados y de cómo estos repercuten en la resolución de problemas. A continuación, se presentan diversas concepciones de “error” así como los tipos y ejemplos que presentan los alumnos.

2.1 Diversas concepciones de “error”

- Los errores sistemáticos en los que incurren los alumnos en la resolución de problemas son, según este autor, el resultado de un fracasado intento por adaptar conocimientos, adquiridos previamente, a una nueva situación. Brousseau, Davis y Werner (1986) (citados por Rico, 1995), señalan, en el mismo sentido, que los errores son el resultado de un procedimiento sistemático imperfecto que el alumno utiliza de modo consistente y con confianza.
- Según Socas (1997), el error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no sólo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción.
- Según D’Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani, & Sbaragli (2014) el error es el resultado de un conocimiento previo, un conocimiento que ha tenido éxito, que ha producido

resultados positivos, pero que se desmorona a la prueba de hechos contingentes o más generales.

- Los errores aparecen en el trabajo de los alumnos principalmente cuando se enfrentan a conocimientos novedosos que los obligan a hacer una revisión o reestructuración de lo que ya saben. Como señala Matz (1980), “los errores son intentos razonables, pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación” (p. 94). Entendemos que el error tendrá distintas procedencias, pero siempre se considerará como un esquema cognitivo inadecuado y no sólo como consecuencia de falta de conocimiento o de un despiste. (Ruano, Socas , & Palarea , 2008).

A partir de lo anterior se define al “error” como los conocimientos adquiridos previamente que le sirve al alumno para dar solución a los planteamientos, pero que en el proceso de desarrollo de estos le crea obstáculos es el aprendizaje debido a que en su momento los procedimientos que fueron utilizados eran correctos, pero al aplicarlos en otro contexto se presenta malas concepciones de estos conocimientos.

Los errores que presentaron, dieron pie a que las soluciones dadas fueran incorrectas y provoca en los alumnos lagunas en sus conocimientos, que durante el desarrollo de su formación generan en ellos complicaciones en el aprendizaje de las matemáticas, a continuación, se presenta los resultados de 5 alumnos en la resolución de un planteamiento de su examen diagnóstico.

Problema 3 con resultados del examen diagnóstico.

Instrucciones: identifica las ecuaciones algebraicas que modelan los siguientes enunciados:

1. María pagó 125 pesos por la compra de 5 cuadernos.

2. Rubén dice que la suma de dos números es 400 y su resta es 36

<i>Alumno</i>	<i>Respuesta</i>
1	<p>1. <i>María pagó 125 pesos por la compra de 5 cuadernos.</i> $125(x)=5$</p> <p>2. <i>Rubén dice que la suma de dos números es 400 y su resta es 36</i> $400(+)=36 \quad R=11$</p>
2	<p>1. <i>María pagó 125 pesos por la compra de 5 cuadernos.</i> $125(x)=5 \quad R=\\$25$</p> <p>2. <i>Rubén dice que la suma de dos números es 400 y su resta es 36</i> $400(+)=36 \quad \\$11$</p>
3	<p>1. <i>María pagó 125 pesos por la compra de 5 cuadernos.</i> $125(x)=5 \quad R=25$</p> <p>2. <i>Rubén dice que la suma de dos números es 400 y su resta es 36</i> $400(+)=36 \quad \\$25$</p>
4	<p>1. <i>María pagó 125 pesos por la compra de 5 cuadernos.</i> $s + y=125$</p> <p>2. <i>Rubén dice que la suma de dos números es 400 y su resta es 36</i> $x + y=400$ $x - y= 36$</p>
5	<p>1. <i>María pagó 125 pesos por la compra de 5 cuadernos.</i> -<i>Directa</i></p> <p>2. <i>Rubén dice que la suma de dos números es 400 y su resta es 36</i> -<i>Directa</i></p>

Tabla III. Diversos tipos de respuestas de la pregunta 3 de su examen diagnóstico.

En la Tabla II se puede observar que los alumnos tienen diversos resultados del problema, los alumnos 1, 2 y 3 en los dos planteamientos hacen uso de la multiplicación cuando en las instrucciones solo se pide la representación de estos planteamientos, mientras que el alumno 4 hace lo que se pide en las instrucciones y da los resultados correctos, y finalmente el alumno 5 contesta a partir de otro contenido que se trabajó en las clases anteriores y dan un resultado incorrecto.

A partir de los resultados en esta evaluación, dio paso a realizar un análisis de los errores que los alumnos van cometiendo durante el desarrollo de la clase de matemáticas para identificar las repercusiones que se tienen para el logro de los aprendizajes esperados.

En el libro la educación matemática en la Escuela Secundaria Socas (1997) menciona que “la complejidad de las dificultades del aprendizaje de las matemáticas, y que estas dificultades se traducen en errores que cometen los alumnos, y que estos se producen por causas muy diversas por lo cual menciona tres ejes para precisar mejor el origen de los errores.”

Los tres ejes que se mencionan son los siguientes:

- I) Errores que tienen su origen en un obstáculo
- II) Errores que tienen su origen en ausencia de sentido
- III) Errores que tienen su origen en actitudes efectivas y emocionales.

Por lo cual es necesario analizar los errores que cometen los alumnos al formular ecuaciones algebraicas y la repercusión que genera en la resolución de problemas. A partir de lo anterior se toma como referencia el eje I y II. En el cual se menciona lo siguiente:

- I) Los errores que tienen su origen en obstáculos

Este eje se genera a partir de los obstáculos, concibiendo como obstáculo a la torpeza de entendimiento y la confusión que los alumnos van teniendo y como a partir de estos van generando errores de los alumnos, para estos errores Collis (1974) menciona que son las dificultades que se tienen en el álgebra con la naturaleza abstracta de los elementos utilizados, y se puede observar cuándo los alumnos de secundaria comienzan a estudiar álgebra, lo que provoca que algunas veces vean a las expresiones algebraicas como enunciados incompletos.

Por otro lado, Davis (1975) menciona que los estudiantes generan errores a partir de la dificultad en la adición aritmética y la adición algebraica y es necesario un reajuste cognitivo, en el cual

Davis le ha llamado dilema proceso-producto por lo cual es necesario que se describa el proceso y se nombre la respuesta. En este caso se pretende que los estudiantes puedan realizar separación entre el signo (+) cuando se utilice para realizar una suma ($2+5$) y cuando se ocupe en una expresión algebraica ($x+5$).

Herscovics (1989) y Martz (1980) hablan de un término “concatenación” sobre la yuxtaposición de dos símbolos y denota una multiplicación, en el cual mencionan un ejemplo: cuando a los estudiantes se les pide que sustituyan 2 por a en $3a$, el resultado que se obtiene de los estudiantes es 32. Chalouh y Herscovics (1988) mencionan que a partir de lo anterior es necesario especificar a los estudiantes que se requiere el resultado “en algebra” para que de esta manera la respuesta sea “3 veces 2”.

Un ejemplo de lo anterior es el siguiente, cuando a los alumnos se les pidió que representarán lo siguiente:

- 1- *La suma de dos números cualquiera.*
- 2- *La adición de dos números cualquiera.*

En este caso los alumnos presentan errores al representar en lenguaje algebraico (Anexo 4) y se observó los siguientes resultados en la oración 1: $2x$, $x+x$, $a+a$, $1+1$, se cree que los alumnos en la comprensión del término “suma” es comprendido sin embargo presentan errores en representar dos números cualesquiera, mientras que en la oración 2 es que los alumnos no comprenden el término adición y da origen a los siguientes resultados: $x-x$, $1-1$, $-2a$ debido a que creen que representa la resta y genera en ellos un error.

II) Según Ruano, Socas, & Palare (2008) los errores que tienen su origen en una ausencia de sentido se originan en los distintos estadios de desarrollo (semiótico, estructural y autónomo) que se dan en los sistemas de representación, por lo que podemos diferenciarlos en tres etapas distintas:

1. Errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética. Para entender la generalización de las relaciones y procesos se requiere que éstos antes hayan sido asimilados en el contexto aritmético.
2. Errores de procedimiento en virtud de los cuales los alumnos usan de manera inapropiada fórmulas o reglas de procedimiento.
3. Errores del álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico. Ejemplos de este tipo de error son el sentido del signo igual en álgebra y la sustitución formal

Las etapas de los errores de Socas (1997) presentadas anteriormente da pie a conocer en el desarrollo de la clase con el aprendizaje esperado **Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas**, debido a que permite identificar como los alumnos interpretan los problemas y utilizan los diferentes procedimientos para alcanzar su aprendizaje.

Es necesario puntualizar que no solo un alumno es el que tiene errores en el aprendizaje de las matemáticas, ya que todos o incluso los alumnos que les gusta y su desarrollo en esta es satisfactorio pueden ocultar errores que les dificultarán el aprendizaje subsiguiente.

2.2 Errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética

Para Socas (1997) existe errores debido a que el significado de los signos usados es el mismo en ambas ramas de las Matemáticas, menciona que el álgebra no está separada de la aritmética y se puede considerar como una aritmética generalizada, sin embargo, para que se pueda entender la generalización es necesario que las relaciones y los procesos sean asimilados en el contexto aritmético.

Es por lo que los errores que presentan los alumnos en el álgebra no son en sí de éste, mejor dicho, son aquellos errores que se quedan sin corregir en la aritmética, es el caso de los alumnos de 2º “A” se observó los errores presentados en la resolución del siguiente problema.

Encuentra el valor que tienen los productos con los siguientes datos:

Cajas= c

Números= 8 y 4

Valor de los productos: \$360

Lo que se pretende en este caso es que los alumnos vayan identificando las ecuaciones lineales y los métodos para poder obtener el valor de un solo producto, con esta actividad se querían identificar los aprendizajes previos y a partir de ellos continuar su aprendizaje en el álgebra, sin embargo, lo que se observó fueron los errores en aritmética en cuanto a las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) (Anexo 5).

En este caso el resultado que se obtuvo al aplicar el ejercicio ya mencionado fue que los alumnos tienen errores al realizar operaciones de suma, multiplicación y división, para obtener el valor de un solo producto y se puede observar que la Aritmética repercute en el aprendizaje del Álgebra.

2.3 Errores de procedimientos en virtud de los cuales los alumnos usan de manera inapropiada fórmulas o reglas de procedimientos

Socas (1997) menciona que este error se debe a que los alumnos usan inadecuadamente una fórmula o regla conocida que han extraído de un prototipo o libro de texto, esto hace que los alumnos la realicen tal y como se aprendió o la modifiquen a una situación nueva, esto genera un puente para cubrir el vacío entre reglas conocidas y problemas no familiares. Se genera por la falsa generalización sobre los operadores, por falta de linealidad de los operadores.

Entendiendo como linealidad a la “manera de trabajar con un objeto y como este se puede descomponer para trabajar de manera independiente. Un operador es empleado linealmente

cuando el resultado final de aplicarlo a un objeto se consigue aplicando el operador en cada parte y luego se combinan los dos resultados parciales.” (Socas 1997) Los alumnos hacen uso de ello debido a que con sus experiencias anteriores lo han aprendido, sin embargo, cuando se hace uso de este operador puede causar errores procedimentales al resolver problemas. A continuación, se presentan los errores derivados:

ERRORES	
<p>1. Errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva</p>	<p>a) Extensión de la propiedad distributiva de la multiplicación con relación a la adición (o sustracción) al caso de la multiplicación:</p> $3 \cdot (4 + 5) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 \rightarrow a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $3 \cdot (4 \cdot 5) = 3 \cdot 4 \cdot 5 \rightarrow a(b \cdot c) = a \cdot b \cdot a \cdot c$ <p>y también no encontramos que</p> $\frac{3 + 4}{5} = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \text{ se extiende a } \frac{3}{4 + 5} = \frac{3}{4} + \frac{3}{5}$ <p>y de manera análoga,</p> $\frac{a + b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}, \text{ se extiende a } \frac{a}{b + c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$
	<p>b) La estructura $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$, en la que se relaciona el producto y la potencia, se extiende fácilmente el caso de la suma $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, de un modo inconsciente, para los alumnos como algo muy natural, a veces incluso después de ser cuestionado.</p> <p>Y también:</p> $2^{2+3} = 2^2 \cdot 2^3 \quad a \quad 2^{a+b} = 2^a \cdot 2^b$ $2^{2 \cdot 3} = 2^a + 2^3 \quad a \quad 2^{a \cdot b} = 2^a + 2^b$
	<p>c) De la misma forma que con las potencias, sucede con las raíces: es muy frecuente extender la distributividad de la radicación respecto a la multiplicación, a la distributividad de la radicación respecto a la adición o sustracción.</p>
<p>2. Errores relativos al uso de recíprocos</p>	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{1}{3+5} \rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x+y}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3+5} \rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{x+y}$

	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{1}{3 \cdot 5} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x \cdot y}$
3. Errores de cancelación	$\frac{x \cdot y}{x \cdot z} = \frac{y}{z} \text{ se extiende a } \frac{x+y}{x+z} = y+z$ <p style="text-align: center;">y también a:</p> $\frac{a \cdot x + b \cdot y}{x+y} = a+b$ $\frac{a \cdot x + b}{b} = a \cdot x$ $\frac{a \cdot x - b}{a} = x \cdot b$ <p style="text-align: center;"><i>Los dos últimos se pueden obtener por analogía con</i></p> $\frac{a}{a \cdot x} = \frac{1}{x}$

Tabla IV. Socas menciona los errores derivados

Entre los errores presentados anteriormente Socas (1997) menciona que los alumnos generalizan procedimientos que se verifican en determinadas ocasiones y para poder evitarlo es necesario que el alumno modifique la situación para que se pueda utilizar en la regla dada.

En el caso de los alumnos de segundo grado se les aplicó el siguiente problema, se les explicaron los procedimientos que tenían que realizar como en el siguiente cuadro:

<i>Problema:</i>			
<i>El precio de 3 caramelos y 2 chocolates es de \$28 pesos, mientras que el precio de 4 caramelos y un chocolate es de \$24 pesos. Encuentra el valor de un chocolate y un caramelo.</i>			
<i>Sistema de ecuaciones</i>	<i>Procedimiento</i>	<i>Sustitución</i>	<i>Resultados</i>
$3c + 2h = 28$ $4c + h = 24$	$4(3c + 2h = 28) = 12c + 8h = 112$ $-3(4c + h = 24) = -12c - 3h = -72$ <hr style="width: 20%; margin: 0 auto;"/> $= 0 + 5h = 40$ $\frac{5h}{5} = \frac{40}{5}$ $h = 8$	$3c + 2h = 28$ $3c + 2(8) = 28$ $3c + 16 = 28$ $-16 \quad -16$ $3c + 0 = 28 - 16$ $3c = 12$ $\frac{3c}{3} = \frac{12}{3}$ $c = 4$	$h = 8$ $c = 4$

Tabla V. Procedimiento que los alumnos deberían realizar para solucionar el sistema de ecuaciones.

En el problema anterior se pretendía que los alumnos encontraran la solución a partir del método de suma y resta, el cual se les explicó con un ejemplo en el salón de clases, de esta manera se analizaron los resultados obtenidos y se observó que algunos alumnos seguían los procedimientos, sin embargo, al momento de encontrar datos diferentes a los dados, no comprendían y realizaban lo mismo sin llegar al aprendizaje que el docente pretendía. (Anexo 6)

2.4 Errores del álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico.

Estos errores son de naturaleza estrictamente algebraica y no tienen referencia explícita en la aritmética, y da el siguiente ejemplo: el sentido del signo “=” en su paso de la aritmética al álgebra y la sustitución formal (Socas, 1997).

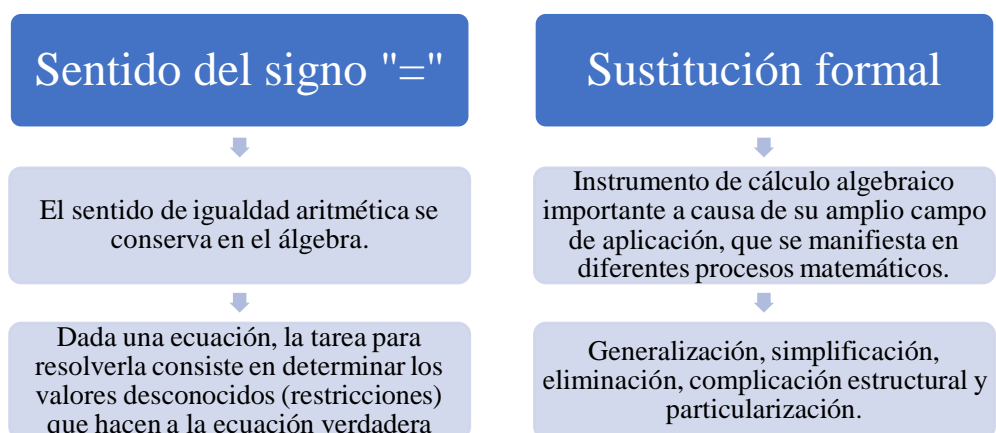


Diagrama 2. Ejemplo sobre el sentido del signo “=” que menciona Socas.

En este caso se pretende que los alumnos de segundo grado grupo “A” de educación secundaria lleguen al nivel de sustitución formal a partir de la resolución de problemas en el álgebra, es por ello por lo que se les aplica el siguiente problema para identificar los errores que presentan durante el sentido del signo y la sustitución formal.

Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

1. Representa en una expresión lineal (de primer grado) las siguientes figuras.

	+		=	18
---	---	---	---	----

	+		=	25
---	---	---	---	----

2. A partir de las ecuaciones lineales presentadas anteriormente, realiza el sistema de ecuaciones y aplica dos métodos de solución (gráfico, de sustitución, de igualación o de suma y resta) para obtener el valor de un producto.

Tabla VI. Problema para identificar el sentido del signo y la sustitución formal

Los errores que los alumnos presentaron fueron en la sustitución formal (Anexo 7) debido a que se observa que los alumnos resuelven el planteamiento número 1 bien, sin embargo, cuando se les pide que resuelvan el problema a partir del sistema de ecuaciones se les presentan errores en el método de igualación y algunos no lo resuelven.

Sintetizando lo anterior, el error hace referencia a cuando el alumno se enfrenta a conocimientos novedosos que les obliga a realizar una revisión o construcción de lo que ya se sabe, sin embargo, no resulta exitoso el adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación, debido a que los alumnos se confunden, no comprenden lo que se les pide y crea conflictos en su pensamiento.

A partir de las concepciones que se presentaron sobre el término error y de las etapas de errores que se pueden presentar al formular ecuaciones algebraicas en la resolución de problemas, así como de los ejemplos observados en los alumnos de 2º “A”, permite realizar un análisis de las actividades o estrategias que se puedan implementar para disminuir o erradicar estos errores.

CAPÍTULO 3.

APRENDIZAJE SITUADO: UNA PROPUESTA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Identificar los errores que presentan los alumnos de educación secundaria en la asignatura de Matemáticas, permite realizar una evaluación y diagnóstico más eficaz, para ayudar a los alumnos en sus dificultades cognitivas y sus carencias de sentido de los objetos matemáticos y en el desarrollo de una actitud racional hacia las matemáticas. El conocimiento de estos errores permite al docente promover un mejor aprendizaje del alumno, es por ello que a partir del examen diagnóstico y de las actividades y problemas aplicados anteriormente se realizó una propuesta didáctica que consiste en que el alumno desarrolle diversos problemas de álgebra, intentando eliminar los errores y de esta manera se involucre un aprendizaje situado que les permita a los alumnos el desarrollo de los conocimientos y habilidades a partir del uso de problemas de ecuaciones algebraicas.

3.1 Aprendizaje situado y la propuesta didáctica

El aprendizaje situado no solo tiene que ver con los esquemas y los conocimientos previos y con involucrar al alumno en actividades de aprendizaje orientadas a la reflexión, al análisis y al procesamiento complejo (aunque también lo hace); sino que, de manera primordial, este enfoque tiene que ver con el contexto y con la realidad en la que el alumno crece y se desenvuelve. (Ortega Estrada, 2017)

Para entender el término situado el autor Jean Lave (1991) menciona que no implica algo concreto y particular, o no generalizable o no imaginario. Implica una determinada práctica social que está interconectada de diversas maneras con otros aspectos de los procesos sociales, dentro de sistemas de actividad en muchos niveles de particularidad y generalidad.

Se aplicó el aprendizaje **situado**: un **enfoque** social y orientado al contexto con los alumnos de 2º “A” debido a que se trató de que las prácticas educativas fueran auténticas, coherentes, significativas y propositivas de tal manera que en el aprendizaje del alumno se involucre el pensamiento, la afectividad y la acción.

De esta manera se retoman los rasgos de perfil de egreso de la educación secundaria (SEP, 2017) se menciona que son un “conjunto de habilidades, y valores expresadas en rasgos deseables para ser alcanzados por los estudiantes al concluir la educación obligatoria. El logro de estos rasgos requiere de la interacción entre el estudiante, el docente y el currículo”.

A continuación, se presentan los rasgos de perfil de egreso, así como la descripción de los cuales se centra en este trabajo, obtenido del plan y programa de estudios “aprendizajes clave”:

- 1- **Lenguaje y comunicación:** Utiliza su lengua materna para comunicarse con eficacia, respeto y seguridad en distintos contextos con diferentes propósitos e interlocutores.
- 2- **Pensamiento matemático:** Amplía su conocimiento de técnicas y conceptos matemáticos para plantear y resolver problemas con distinto grado de complejidad, así como para modelar y analizar situaciones. Valora las cualidades del pensamiento matemático.
- 3- **Exploración y comprensión del mundo natural y social.**
- 4- **Pensamiento crítico y solución de problemas:** Formula preguntas para resolver problemas de diversa índole. Se informa, analiza y argumenta las soluciones que propone y presenta evidencias que fundamentan sus conclusiones. Reflexiona sobre sus procesos de pensamiento (por ejemplo, mediante bitácoras), se apoya en organizadores gráficos (por ejemplo, tablas o mapas mentales) para representarlos y evalúa su efectividad.
- 5- **Habilidades socioemocionales y proyecto de vida.**
- 6- **Colaboración y trabajo en equipo:** Reconoce, respeta y aprecia la diversidad de capacidades y visiones al trabajar de manera colaborativa. Tiene iniciativa, emprende y se esfuerza por lograr proyectos personales y colectivos.
- 7- **Convivencia y ciudadanía.**

8- Apreciación y expresión artística.

9- Atención al cuerpo y la salud.

10- Cuidado del medioambiente.

11- Habilidades digitales.

La propuesta didáctico-pedagógica consistió en implementar problemas analizados previamente, considerando su nivel cognitivo y estilos de aprendizaje del alumno. Se pretendió que los alumnos al resolver problemas hicieran uso de los conocimientos, habilidades y capacidades que han ido desarrollando a lo largo de su formación y a la vez permitiera al docente identificar los errores que van cometiendo en la resolución de problemas, a través de la implementación del aprendizaje situado.

A continuación, se presentan los propósitos que se pretenden llevar a cabo en la propuesta didáctica:

1. Recopilar y analizar los errores más frecuentes de los estudiantes al formular ecuaciones algebraicas para la solución de problemas.
2. Reconocer un aprendizaje situado en los estudiantes de secundaria para el desarrollo de conocimientos y habilidades en la resolución de problemas algebraicos.
3. Examinar de qué manera los errores en el álgebra que tienen su origen en la ausencia del sentido obstaculizan el logro de los aprendizajes esperados.

La propuesta didáctica se guía a partir de los propósitos antes mencionados y se desarrolla a partir de una secuencia de actividades planificadas (Anexo 8) por la docente en formación para que el alumno logre la construcción de conocimientos y se alcance el aprendizaje esperado. Debido a que la planificación de actividades es de suma importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje debe ir encaminadas a la diversidad de los alumnos, su contexto y los conocimientos previos.

- 1. Recopilar y analizar los errores más frecuentes de los alumnos al formular ecuaciones algebraicas para la solución de problemas.**

En la recopilación y análisis de los errores se aplicó a los alumnos de 2° “A” problemas de sistema de ecuaciones en los cuales ellos a partir de los métodos; de suma y resta, gráfico, de igualación y de sustitución, se pretende identificar los errores que se generan al formular el sistema de ecuaciones, así como los procedimientos y las operaciones que utilizan para dar solución al problema planteado.

Para poder identificar los errores en los problemas presentados a los alumnos, se retoma a Polya (1965) en su libro “Como plantear y resolver problemas”, menciona las fases para dar solución a los problemas.

FASES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS POLYA (1965)

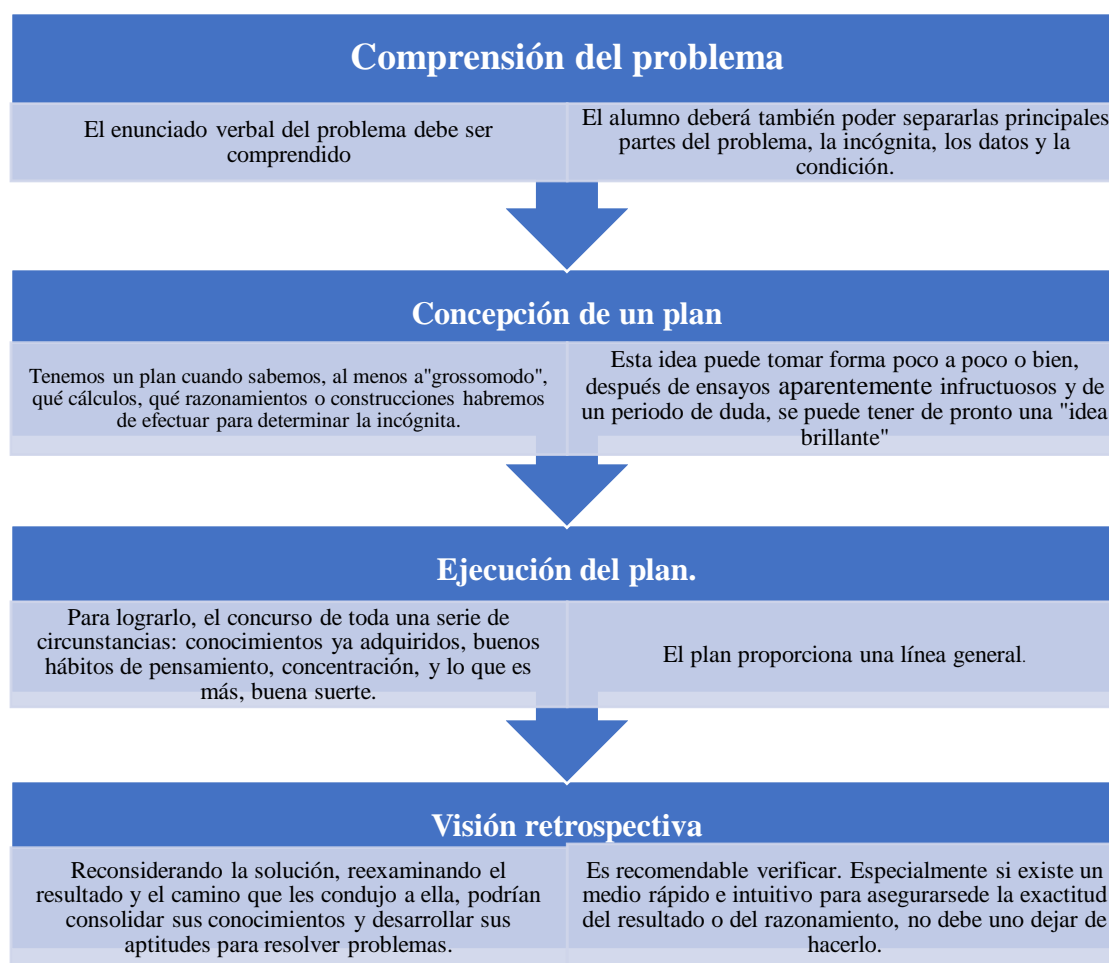


Diagrama III. Fases para dar solución a un problema de Polya

A partir de la información presentada anteriormente se planteó a los alumnos el siguiente problema el cual permitió identificar los errores que presentan al darle solución con el método de suma y resta, así como los pasos o procedimientos que van siguiendo:

Mia va al mercado y compra 2 kg de Manzana y 1 kg de guayabas paga \$85 pesos, después Daniel va a comprar 3 kg de manzana y 1 de guayaba y paga \$110 pesos. Encuentra el valor de 1 kg de manzanas y 1kg de guayabas.

A continuación, se presentan en la siguiente tabla los resultados obtenidos por los alumnos (Anexo 9) se pudo identificar lo siguiente:

Alumno 1: se identificó que el problema el sistema de ecuaciones fue incorrecto lo que conlleva a que los procedimientos y resultados fueran incorrectos.

Los errores que mostró el alumno se identifica su origen en una ausencia de sentido en este caso se refiere a lo que Socas (1997) menciona como errores de procedimiento en virtud de los cuales los alumnos usan de manera inapropiada fórmulas o reglas de procedimiento y errores del álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico.

Alumno 2: el sistema de ecuaciones y procedimiento fue correcto sin embargo al hacer la sustitución los procedimientos fueron incorrectos, sin embargo, los resultados estuvieron bien.

Mientras que para el alumno 2 presenta errores que tienen su origen en la aritmética y errores del álgebra debido a las características propias del lenguaje algebraico, en este caso los errores fueron presentados en la sustitución de los valores obtenidos y es en su mayoría errores en la aritmética.

Se implementó la siguiente actividad (Anexo 10) en la resolución de problemas, consiste en que el alumno identifique en primer lugar el sistema de ecuaciones y posteriormente realice los

procedimientos solicitados por la docente, realice las sustituciones para obtener los resultados y por último la comprobación.

Esta actividad se implementó de manera individual y por parejas para identificar los errores que los alumnos mostraban al darle solución al sistema de ecuaciones con diversos métodos y a partir de ello realizar las adecuaciones pertinentes, para lograr el aprendizaje esperado.

2. Reconocer un aprendizaje situado en los alumnos de secundaria para el desarrollo de conocimientos y habilidades en la resolución de problemas algebraicos.

Basado en la revista “REVISTA LATINOAMERICANA DE ESTUDIOS EDUCATIVOS, VOL. XLVII, NÚM. 1, 2017” donde presentan diversas concepciones por autores que se presentan a continuación para dar sentido a la concepción de aprendizaje situado.

- Soler (2006) considera que el aprendizaje situado ocurre cuando la actividad cognoscitiva se da dentro de una práctica contextualizada, situada y culturalmente significativa. Esto significa que se trata de ir más allá de presentar ante un grupo “organizadores avanzados” de un tema y de involucrarlos en actividades de aprendizaje en equipo.
- El aprendizaje situado ocurre mediante prácticas educativas auténticas, que sean coherentes, significativas y propositivas (Díaz Barriga, 2003, pág. 3)
- La clave es que en todas las situaciones educativas en que participan los alumnos aprendan en un contexto pertinente “se trata de una experiencia que involucra el pensamiento, la afectividad y la acción” (Baquero, 2002, citado por Díaz Barriga, 2006, pág. 19). Y reconoce que el aprendizaje escolar es ante todo un proceso de enculturación mediante la cual los estudiantes se integran de manera gradual en una comunidad o cultura de prácticas sociales.
- Brown, Collins y Duguid (1989) postulan que una enseñanza situada que es la centrada en prácticas educativas auténticas, en contraposición a las sucedáneas, artificiales o carentes de significado.

- Rico (2005) citado por (Díaz, 2003) la idea de una enseñanza situada encuentra justificación en criterios como la relevancia social de los aprendizajes buscados en la pertinencia de estos en aras del facultamiento o fortalecimiento de la identidad y la agencia del alumno, en la significatividad, motivación y autenticidad de las prácticas educativas que se diseñan, o en el tipo de participación o intercambios colaborativos que se promueven entre los participantes.

Por consiguiente, Ortega (2017) menciona que el aprendizaje situado va de la mano con la enseñanza situada debido a que el enfoque tiene que ver con el contexto y la realidad del alumno, donde crece y se desenvuelve, lo que conlleva que se centre en prácticas educativas auténticas, comparadas a las que se realizan normalmente en la mayoría de las escuelas.

Las practicas auténticas se refieren a que deben ser coherentes, significativas y propositivas de este modo Barriga (2006) menciona que un “modelo de enseñanza situada resalta la importancia de la influencia de los agentes educativos, que se traducen en prácticas pedagógicas deliberadas, en mecanismos de mediación y ayuda ajustada a las necesidades de los alumnos y del contexto, así como de las estrategias que fomenten un aprendizaje colaborativo o recíproco”.

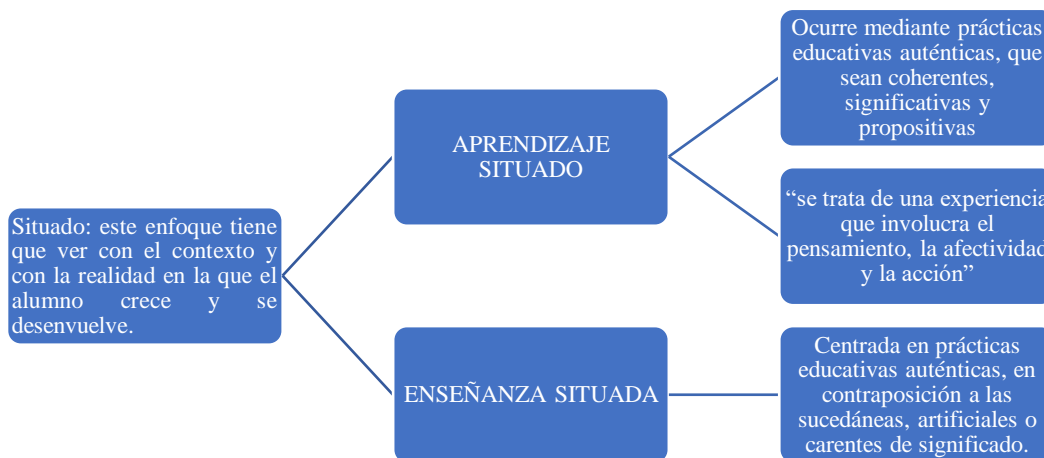


Diagrama V. Descripción del aprendizaje situado y enseñanza situada.

El aprendizaje situado es “aquel que ocurre mediante prácticas educativas auténticas, que sean coherentes, significativas y propositivas” (Díaz Barriga, 2003), debido a que el enfoque es resolución de problema en el aula de clases se implementó los problemas y actividades contextualizadas, para que de esta manera seas coherente, significativas y de interés para los alumnos.

A continuación, se presentan problemas y actividades que fueron de interés para los alumnos:

➤ Actividades:

1. Encontrar el valor de los objetos a partir de figuras y números. (Anexo 11)
2. La construcción de ecuaciones a partir de artículos que ellos conocían, los precios y la cantidad de productos que se tenían. (Anexo 12)

➤ Problemas:

- a) Alondra y sus amigos fueron al cine y compraron lo siguiente: compraron un paquete A con 5 refrescos y unas palomitas y pago \$95 pesos después compraron un paquete B con 2 refrescos y unas palomitas y pago \$50 pesos. Encuentra el valor de un refresco y unas palomitas.
- b) En una rosticería “el pollo frito” venden un paquete A con 6 piezas de pollo y 4 botellas de agua por \$224 pesos; tienen también el paquete B con 2 piezas de pollo y una botella de agua por \$66 pesos. Encuentra el valor de una pieza de pollo y una botella de agua.

Con estas actividades y problemas se observó el interés que presentaban los alumnos al resolverlos, así como la necesidad de saber cuál es la respuesta correcta o si se habían equivocado en algún número, se observó que si es necesario de diseñar estrategias que llamen la atención a los alumnos y que estén al nivel del aprendizaje de estos.

Para que se implementen actividades en un ambiente situado es primordial que se enfoque en actividades o problemas que tengan que ver con el contexto y con la realidad en la que el alumno

va creciendo y desarrollando, así mismo estas actividades deben ser de significatividad, motivación y autenticidad para el tipo de participación o intercambio colaborativo que se promueve entre alumnos.

3. Examinar de qué manera los errores en el álgebra que tienen su origen en la ausencia del sentido obstaculizan el logro de los aprendizajes esperados.

A partir de los problemas antes mencionados se puede observar que algunos alumnos tenían errores que les impedía lograr los propósitos de la clase y por ende al final de cada contenido no se obtenía el aprendizaje esperado, a continuación, se muestra una tabla en la cual se observa un problema planteado a los alumnos y los errores que cometían al momento de resolverlos.

<i>Instrucciones: resuelve el siguiente problema a partir del método de suma y resta.</i>				
<i>1. Alondra y sus amigos fueron al cine y compraron lo siguiente: compraron un paquete A con 5 refrescos y unas palomitas y pago \$95 pesos después compraron un paquete B con 2 refrescos y unas palomitas y pago \$50 pesos. Encuentra el valor de un refresco y unas palomitas.</i>				
<i>Sistema de ecuaciones:</i> $5r+1p=\$95$ $2r+1p=\$50$				
	<i>Datos</i>	<i>Procedimiento</i>	<i>Sustitución</i>	<i>Resultados</i>
<i>Alumno 1</i>	<i>Paquete A</i> <i>Refrescos: 5</i> <i>Palomitas: 1</i> <i>Pago: \$95</i> <i>Paquete B</i> <i>Refrescos: 2</i> <i>Palomitas: 1</i> <i>Pago: \$50</i>	$5r+1p=95$ $2r+1p=50$ <hr/> $3r+0=45$ $3r=45$ $3r=45$ $r=45(3)$ $r=135$	$5(135)+1p=95$ $675+1p=95$ $1p=95-675$ $1p=580$	$P=580$
<i>Sistema de ecuaciones:</i> $5r+1p+95$ $2r+1p+50$				

	<i>Datos</i>	<i>Procedimiento</i>	<i>Sustitución</i>	<i>Resultados</i>
<i>Alumno 2</i>	<i>Paquete A</i>	$5r+1p+95$	$5(16.11)+1p+95$	$r=16.11$
	$5r, 1p, \$95$	<u>$2r+1p+50$</u>	$80.555+1p+95$	
	<i>Paquete B</i>	$7r+2p+145$	$175.55+1p$	
	$2r, 1p, \$50$	$9r=145$		
		$9r=145$		
	$9r=145$			
	$r=16.11$			

Tabla VII. Errores que cometen los alumnos al resolver el problema.

Con lo anterior se puede observar que los alumnos desarrollan los pasos que se les solicitan, sin embargo, en los datos, procedimientos y sustitución existen errores que se puede percatar que conlleva a que el resultado del problema no sea correcto, los errores crean obstáculos al momento de resolver el siguiente problema y finalmente se convierte en una dificultad al abordar otro contenido en el que se trabaje con el Álgebra.

Los errores obstaculizan el logro de los aprendizajes esperados debido a que si en el momento no se les aclaran dudas de cómo resolver cierto problema se quedan con la idea de que están bien y más adelante esa duda se traduce en errores que con un nuevo problema se utiliza y llega a confundirlos, y por ende no les permite encontrar la respuesta y posteriormente genera desinterés por parte del alumno en encontrar el resultado.

3.2 Impacto de la propuesta y resultados.

Durante la aplicación de la propuesta didáctica se realizaron diversas actividades que ayudarían a alcanzar el aprendizaje esperado “Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas” (SEP, 2017), así mismo lograr los rasgos del perfil de egresos que se pretenden con los alumnos de educación secundaria.

Entre las actividades que se fueron realizando están las siguientes:

- ❖ Trabajo colaborativo.

- ❖ Trabajo individual.
- ❖ Cálculo mental con operaciones básicas
- ❖ Monitores entre compañeros.
- ❖ Socialización de problemas a partir de los puntos de vista.
- ❖ Apoyo entre compañeros.

Las actividades antes mencionadas permitieron que se identificaran los errores que los alumnos cometían en la resolución de problemas y de este modo con el desarrollo de estas se llevara un acompañamiento entre compañeros y la docente, de esta manera se pudieron modificar o erradicar los errores que cometían los alumnos al resolver problemas de sistema de ecuaciones.

Para poder identificar el desarrollo de los conocimientos y habilidades que los alumnos iban construyendo se realizaron diversas evaluaciones (Anexo 13) teniendo en cuenta que no solamente exámenes escritos, se consideraban, entre otras, la actitud en clase, capacidades, habilidades y el ritmo de aprendizaje de cada alumno, con el fin de obtener resultados positivos, de esta manera se tomó en cuenta la sugerencia de evaluación del nuevo modelo educativo, que menciona lo siguiente:

La evaluación tiene un enfoque formativo porque se centra en los procesos de aprendizaje y da seguimiento al progreso de los alumnos. Es importante insistir como docente en que ellos asuman la responsabilidad de reflexionar sobre sus propios avances y ofrecerles acompañamiento para decidir estrategias de mejora o fortalecimiento. En este sentido, los errores de los alumnos son una oportunidad de aprendizaje para ellos y también para el maestro, en la medida en que estos se analicen, discutan y se tomen como base para orientar estrategias de aprendizaje. (SEP, 2017)

Para identificar los avances que los alumnos iban teniendo se realizó lo siguiente:

- Hacer uso de imágenes que representaban objetos cotidianos para obtener su valor, de esta manera se podía identificar qué es lo que los alumnos tenían que reforzar en cuanto a las ecuaciones de primer grado

- Posteriormente se les presentó una actividad que se utilizaba el lenguaje algebraico, en donde tenían que representar ecuaciones a partir de situaciones planteadas.
- Finalmente se presentó un problema en el cual los alumnos tuvieron que identificar el sistema de ecuaciones y los datos que se les pedían.

Las actividades antes mencionadas se realizaban de manera individual, en parejas o por equipos, de tal manera que permitiera en los alumnos el desarrollo de sus conocimientos y habilidades gradualmente, este tipo de evaluación es continua ya que se tomaba en cuenta la presentación de la actividad, la interpretación del problema, los procedimientos y la soluciones. En este caso la calificación que se acentuaban por día era a partir de las actividades que iban entregando, el puntaje máximo por las firmas es de 10 puntos, tomando en cuenta lo antes mencionado. Y al final del aprendizaje esperado se realizó la sumatoria.

Como parte de su evaluación formativa se realizó coevaluación, de tal manera que sus compañeros le hicieran ver los errores que iban cometiendo, así como fueran apoyándoles en la construcción de su conocimiento. De esta manera los alumnos que estaban apoyando a sus compañeros a final de la semana se le otorgaba un puntaje extra a su calificación, mientras que a los alumnos que se les apoyaba se observó una mejora en la comprensión del tema.

Finalmente, se les aplicó una evaluación del segundo trimestre en el cual se presentó un problema para identificar si los alumnos habían comprendido el aprendizaje esperado, se pudo identificar que el 70% de los alumnos habían contestado correctamente este problema.

A partir de lo anterior es necesario motivar e involucrar a cada uno de los alumnos; comenzando con hacer que participen en actividades académicas, desarrollen el sentido de pertenencia, se sientan aceptados y tener el apoyo de compañeros y maestros, para un buen desarrollo del trabajo en la clase, debido a que esto es un papel muy importante para su aprendizaje, de esta manera el alumno vera a la escuela como una institución que le brinde los conocimientos necesarios para su desarrollo tanto personal como académico.

CONCLUSIONES

Posteriormente de haber llevado a cabo la propuesta didáctica que tiene por título “Errores que presentan los alumnos de 2° de educación secundaria en el uso de ecuaciones algebraicas en la resolución de problemas” con los alumnos de 2° “A” en la Escuela Secundaria Oficial No.0723 “Emiliano Zapata” se concluye que el error que tiene origen en la ausencia de sentido es una barrera que impide el logro de los aprendizajes esperados en los alumnos. Los errores que presentaron son los siguientes; errores que tienen su origen en la aritmética, errores de procedimientos y errores en el álgebra debido a las características propias del lenguaje.

El error es una traba para que los alumnos consigan los conocimientos que se pretenden, debido a que éste se define como la mala construcción de conocimiento, ya que se vincula con los conocimientos anteriores. Por lo tanto, para poder superar el error y a partir de ello generar un conocimiento adecuado es necesario que se reconozcan los errores que se van presentando.

A partir de lo anterior es necesario que los docentes implementen diversas estrategias para que se erradique o disminuyan los errores que presentan los alumnos y para que esto pueda suceder, es necesario que las actividades generen ambientes propicios para el desarrollo de los aprendizajes, así mismo la selección de material adecuado sea acorde al grupo con el que se trabaje, de igual forma creando ambientes de confianza como; reconociendo sus logros, motivándolos a participar, enseñándoles a trabajar en equipo y aplicando los valores en el aula de clases.

El aprendizaje situado permite que los alumnos desarrollen sus conocimientos y habilidades en las matemáticas a partir de prácticas educativas auténticas, que sean coherentes, significativas y propositivas esto quiere decir que las actividades que se deben de implementar en los alumnos es el trabajo en equipo, el apoyo entre compañeros, así como la resolución de problemas contextualizados que permitan a los alumnos obtener un aprendizaje significativo.

A partir de la propuesta didáctica ajustada a el enfoque de resolución de problemas, se concluye que es necesario identificar los errores que tienen los alumnos y posteriormente se identifique

el término problema a lo que conlleva este, ya que a partir de ellos depende de los planteamientos que se realizan para llevar a cabo en el aula de clases, debido a que estos planteamientos deben generar en los alumnos un análisis más detallado, hacer uso de lo teórico y a partir de lo anterior que estos planteamientos sean contextualizados y para los alumnos sea significativo.

Por ello el papel del docente es identificar los errores que los alumnos van teniendo al momento de resolver problemas de ecuaciones algebraicas ya sea que se trabaje en equipos o de manera individual, brindarles un apoyo para que estos errores poco a poco vayan disminuyendo, del mismo modo crear estrategias en las cuales entre alumnos se apoyen y se hagan ver los errores que van cometiendo al darle solución a los problemas.

Así mismo es necesario que se usen de manera correcta los términos y procedimientos, para la solución de ecuaciones algebraicas, debido a que en ocasiones se interpretan de distintas maneras provocando que los alumnos generen errores que más adelante les dificulta dar solución a problemas con ecuaciones. Es por ello por lo que los alumnos deben conocer, hablar y entender el lenguaje matemático que se presenta en los problemas con ecuaciones algebraicas.

Esta propuesta didáctica para la resolución de problemas favoreció en el desarrollo del aprendizaje esperado debido a que los alumnos a partir de cada actividad implementada se notaba la comprensión de éste, de igual manera ayudó al desarrollo de los rasgos del perfil de egreso de la educación secundaria ya que se consolidaba su pensamiento matemático, crítico y solución de problemas.

Durante el desarrollo de esta propuesta se pudo observar que no todos los alumnos alcanzan los aprendizajes esperados al 100%, pero el progreso que ellos iban teniendo a partir de lo aplicado les ayudaba a construir un nuevo conocimiento, asimismo este conocimiento podía apoyarles a concretar o ampliar el conocimiento que ya tienen.

Al valorar y analizar la propuesta didáctica se puede concluir que la implementación del aprendizaje situado da pie a que se desarrollen diversas estrategias que permitan el logro de los conocimientos en los alumnos y se pueda cumplir con los aprendizajes esperados, así como es

necesario de un seguimiento continuo en cada uno de los alumnos, y de que las actividades implementadas sean precisas para el objetivo deseado.

FUENTES DE CONSULTA



- Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona : GRAÓ.
- Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Paris: Vrin.
- Barriga A, F. D. (2006). *ENSEÑANZA SITUADA: Vínculo entre la escuela y la vida*. México : McCraw-Hill.
- Brousseau. (1986). *Theorisation des Phenomenes d'Enseignement des Mathematiques*. Bordeaux: These d'Etat.
- Brown, J., & VanLehn, K. (1980). *Repair theory: a generative theory of bugs in procedural skills*.
- Brown, J., Collins, A., & Duguid, P. (1989). *Situated cognition and the culture of learning*. Educational Researcher.
- Brownell, W. (1935). *Psychological considerations in the learning and the teaching of arithmetic*. New York: Reeve.
- Cardona, M. (2007). *Desarrollando el Pensamiento Algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE através de la resolucion de problemas*. Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.
- Chalouh, L., & Herscovics, N. (1988). *Teaching Algebraic Expressions in a Meaningful Way*. . Reston: A. Coford.
- Collis, K. F. (1974). *Cognitive Development & Mathematics Learning: Paper Prepared for the Psychology of Mathematics Education Workshop, Centre for Science Education*. London: Chelsea College.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Marazzani, I., & Sbaragli, S. (2014). *LA DIDÁCTICA Y LAS MATEMÁTICAS*. México: neisa.
- Davis, R. (1975). *Cognitive Processes Involved in Solving Simple Algebraic Equations*. *Journal of Children's Mathematical Behaviour*.
- Defior, S. (1996). *Las dificultades de aprendizaje: un enfoque cognitivo*. Málaga: Alijibe.
- Díaz, Barriga, F. (2003). *Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo*. *Electrónica de investigación Educativa*.
- Godino, J. D. (2004). *Didáctica de la Matemática*. Granada: ReproDigital.
- Hammill, D., Leigh, J., McNutt, G., & Larsen, S. (1981). *A new definition of learning disabilities*.

- Herscovics, N. (1989). *Cognitive Obstacles Encounters in the Learning of Algebra*. *Research Agenda for Mathematics Education*. . Reston: S. Wagner y C Kieran.
- Kilpatrick, J., Gomez, P., & Rico, L. (1998). *EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluacion. Historia*. Bogotá: Iberoamérica.
- Lave, J. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Inglaterra: Cambridge university press.
- M^a Mercedes Palarea Medina, M. M. (1994). *Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico*. Obtenido de Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico: file:///C:/Users/anama/Downloads/091-098.pdf
- Matz, M. (1980). *Towards a computational theory of algebraic competence*, *Journal of Mathematical*.
- Ortega Estrada, F. (2017). Principios e implicaciones. *REVISTA LATINOAMERICANA DE ESTUDIOS EDUCATIVOS*, 43–62.
- Ortega Estrada, F. (2017). *Principios e implicaciones del Nuevo Modelo Educativo*. Obtenido de Principios e implicaciones del Nuevo Modelo Educativo: <https://www.redalyc.org/pdf/270/27050422003.pdf>
- Palarea Medina, M., & Socas Robayna, M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. *I SEMINARIO NACIONAL SOBRE EL LENGUAJE Y MATEMÁTICAS*, 16.
- Parra, B. (1990). Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas. *Educación matemática* .
- Pérez Porto, J., & Merino, M. (2008). *Definicion. De*. Obtenido de Definicion. De: <https://definicion.de/dificultad/>
- Perez, Y., & Ramírez, R. (2008). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos.
- Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Principios e implicaciones del Nuevo Modelo Educativo. (2017). *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, Revista Latinoamericana de Estudios Educativos.
- Puerto, S. M. (s.f.). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemática.
- Resnick, L., & Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós.

- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas*. México: Iberoamérica.
- Ruano, R. M., Socas , M. M., & Palarea , M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 2.
- Santos Trigo, L. M. (1997). *DIDÁCTICA LECTURAS. principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Iberoamérica.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
- SEP. (2002). Orientaciones Académicas para el documento Recepcional. En *Programa para la transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales* (págs. 20-21). México.
- SEP. (2011). *Programas de estudio. Educación Secundaria. Matemáticas* . Ciudad de México.
- SEP. (2017). *APRENDIZAJES CLAVE PARA LA EDUCACIÓN INTEGRAL* . MÉXICO.
- SEP. (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria*. Ciudad de México.
- SILVIA MÓNICA DEL PUERTO, C. L. (Octubre de 2004). *Errores en el aprendizaje de las matemáticas*. Obtenido de Errores en el aprendizaje de las matemáticas: <https://rieoei.org>
› historico › deloslectores
- Socas , M. (1997). CAPÍTULO V. Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En L. Rico, *LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA*. Barcelona : Horsori .
- Soler, E. (2006). *Constructivismo, Innovación y Enseñanza Efectiva*. Caracas: Equinoccio.

ANEXOS

Anexo 1. Examen diagnóstico.

2016 Año del Centenario del Estado Libre Soberano de México y del Estado de México

EXAMEN DIAGNÓSTICO

Nombre del alumno: Jordan Navarro N/L: 21 G/G: 2^{na}

Instrucciones: determina el coeficiente, la base y el exponente de los siguientes términos.

Término	Coeficiente	Base(s)	Exponente(s)
32 m			
5a ²			

Simplifica las siguientes expresiones:

a) $-7a + 3 = -7a$

b) $5a + 7a + 3a + 2a = 17a$

Instrucciones: identifica las ecuaciones algebraicas que modelan los siguientes enunciados:

1. María pagó 125 pesos por la compra de 5 cuadernos.
2. Rubén dice que la suma de dos números es 400 y su resta es 36.

Resuelve las siguientes ecuaciones para obtener el valor de la incógnita

a) $2 - x = x - 8$
 $-2x = -8 - 2$
 $-2x = -10$
 $x = 5$

b) $3 + 3x - 1 = x + 2 + 2x$
 $2 + 3x = 3x + 2$
 $2 = 2$

Resuelve el siguiente problema:

1.- Un padre tiene 35 años y su hijo 5. ¿Al cabo de cuántos años será la edad del padre tres veces mayor que la edad del hijo?

35

Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Anexo 2. Tets de estilos de aprendizaje

TEST ESTILO DE APRENDIZAJE

INSTRUCCIONES: Elija una opción con la que más se identifique de cada una de las preguntas y márcala con una X

1. ¿Cuál de las siguientes actividades disfrutas más?
 a) Escuchar música
 b) Ver películas
 c) Bailar con buena música
2. ¿Qué programa de televisión prefieres?
 a) Reportajes de descubrimientos y lugares
 b) Cómics y de entretenimiento
 c) Noticias del mundo
3. Cuando conversas con otra persona, tú:
 a) La escuchas atentamente
 b) La observas
 c) Tiendes a tocarla
4. Si pudieras adquirir uno de los siguientes artículos, ¿cuál elegirías?
 a) Un jacuzzi
 b) Un estereo
 c) Un televisor
5. ¿Qué prefieres hacer un sábado por la tarde?
 a) Quedarte en casa
 b) Ir a un concierto
 c) Ir al cine
6. ¿Qué tipo de exámenes se te facilitan más?
 a) Examen oral
 b) Examen escrito
 c) Examen de opción múltiple
7. ¿Cómo te orientas más fácilmente?
 a) Mediante el uso de un mapa
 b) Pidiendo indicaciones
 c) A través de la intuición
8. ¿En qué prefieres ocupar tu tiempo en un lugar de descanso?
 a) Pensar
 b) Caminar por los alrededores
 c) Descansar
9. ¿Qué te halaga más?
 a) Que te digan que tienes buen aspecto
 b) Que te digan que tienes un trato muy agradable
 c) Que te digan que tienes una conversación interesante
10. ¿Cuál de estos ambientes te atrae más?
 a) Uno en el que se sienta un clima agradable
 b) Uno en el que se escuchan las olas del mar
 c) Uno con una hermosa vista al océano
11. ¿De qué manera se te facilita aprender algo?
 a) Repitiendo en voz alta
 b) Escribiéndolo varias veces
 c) Relacionándolo con algo divertido
12. ¿A qué evento prefieres asistir?
 a) A una reunión social
 b) A una exposición de arte
 c) A una conferencia
13. ¿De qué manera te formas una opinión de otras personas?
 a) Por la sinceridad en su voz
 b) Por la forma de estrecharle la mano
 c) Por su aspecto
14. ¿Cómo te consideras?
 a) Artístico
 b) Intelectual
 c) Sociable
15. ¿Qué tipo de películas te gustan más?
 a) Clásicas
 b) De acción
 c) De amor
16. ¿Cómo prefieres mantenerte en contacto con otra persona?
 a) por correo electrónico
 b) Tomando un café juntos
 c) Por teléfono
17. ¿Cuál de las siguientes frases se identifican más contigo?
 a) Me gusta que mi coche se sienta bien al conducirlo
 b) Percibo hasta el más ligero ruido que hace mi coche
 c) Es importante que mi coche esté limpio por fuera y por dentro
18. ¿Cómo prefieres pasar el tiempo con tu novia o novio?
 a) Conversando
 b) Acercándose
 c) Mirando algo juntos
19. Si no encuentras las llaves en una bolsa
 a) La buscas mirando
 b) Sacudes la bolsa para oír el ruido
 c) Bucas al tacto
20. Cuando tratas de recordar algo, ¿cómo lo haces?
 a) A través de imágenes
 b) A través de emociones
 c) A través de sonidos
21. Si tuvieras dinero, ¿qué harías?
 a) Comprar una casa
 b) Viajar y conocer el mundo
 c) Adquirir un estudio de grabación
22. ¿Con qué frase te identificas más?
 a) Reconozco a las personas por su voz
 b) No recuerdo el aspecto de la gente
 c) Recuerdo el aspecto de alguien, pero no su nombre

Anexo 3. Ejercicios donde se identificaron los errores en el Álgebra.

Encuentra los términos que faltan en cada inciso para que la igualdad sea verdadera

a) $3a + 2a + 7b - 5b + 1 = 5a + 2b + 1$

b) $4c - 3d - 1 + 4d = 4c + d - 1$

c) $w - 5w + 4 + 6 + 5p - p = -4w + 4p + 10$

d) $x + 5y - 3x + 7x + (-2y) = -7y + 5x$

e) $\frac{1}{2}k + \frac{3}{4}k + \dots + 15 = j + k + 5$

Subrayar las expresiones algebraicas que no sean equivalentes con las de cada inciso.

a) $4x - 5$ $3x - 3 - x - 2$ $2x - 6 + 1 - 2x$
 $x - x - 4 + 2x - 1$ $5x - 6 - x - 1$

b) $2x - 3b$ $2b - a - 2b$ $2b - 2a - 4$
 $3a - 3b - a$ $a - b - 2a - 2b$

c) $4m - 5n$ $3m + n + m - 6n$ $m + n - 3m - 4n$
 $-3n + 2m - 2n + 2m$ $3n + m - 2n + 4m$

a) $-3(x + y - 7) =$

b) $7.5(4.2r - 3.4s + 3t) =$

c) $4\left(4a - 7c + \frac{1}{4}\right) =$

d) $-5.5\left(x + 2y - \frac{5}{8}\right) =$

e) $\frac{7}{11}(24a - 5b - 11) =$

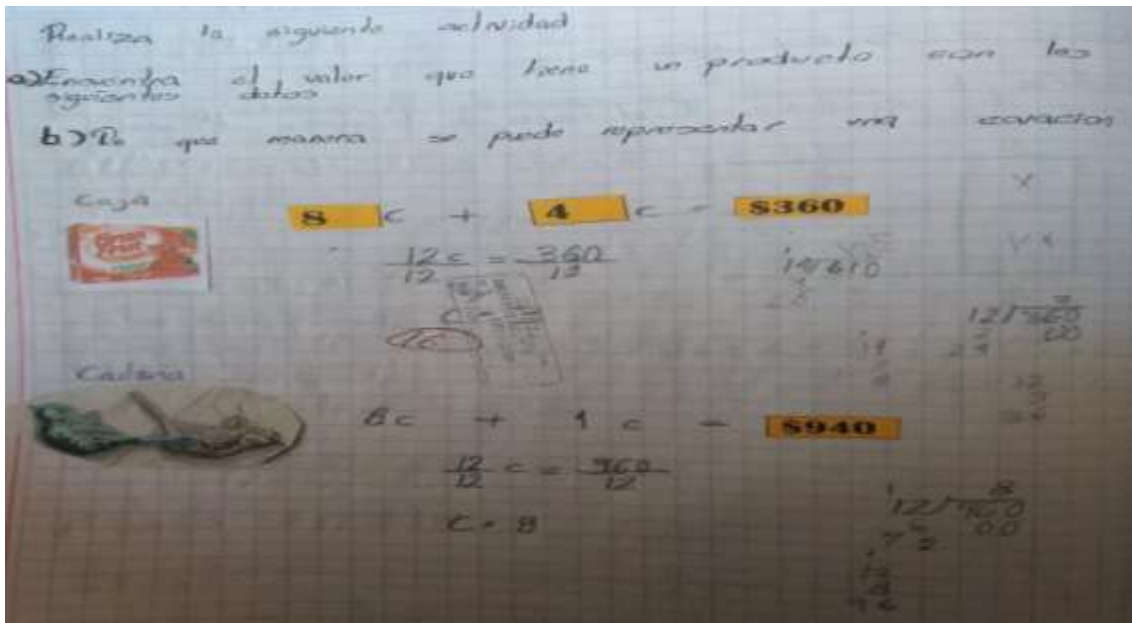
f) $\pi\left(x - 5z + \frac{4}{\pi}\right) =$

g) $-2(a - b) + 2(b - a) =$
 $-2a + 2b + 2b - 2a$
 $-4a + 2b$

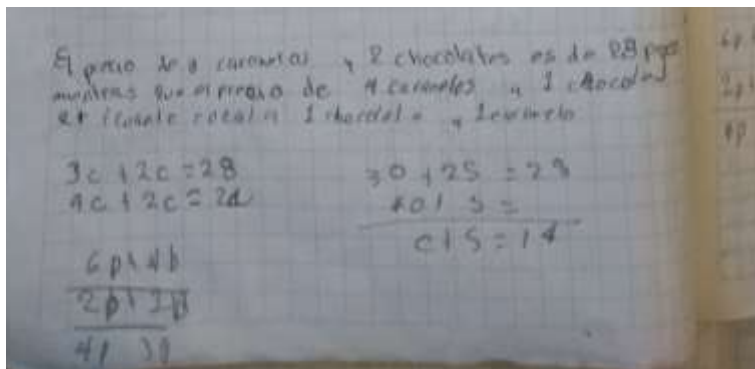
Anexo 4. Errores que los alumnos presentaron al hacer uso del lenguaje común al lenguaje algebraico.

lenguaje común	lenguaje algebraico
1o- Un número cualquiera	$4x$
2o- 2 números cualquiera	$4 + n + x$
3o- 3 la suma de 3 números cualquiera	$n(x + y)$
4o- La adición de 2 números cualquiera	$x - y$
5o- La resta de 2 números cualquiera	$(x + y)$
6o- La diferencia de 2 números cualquiera	$4 - n + x$
7o- El doble de un número cualquiera	
8o- El triple de un número cualquiera	

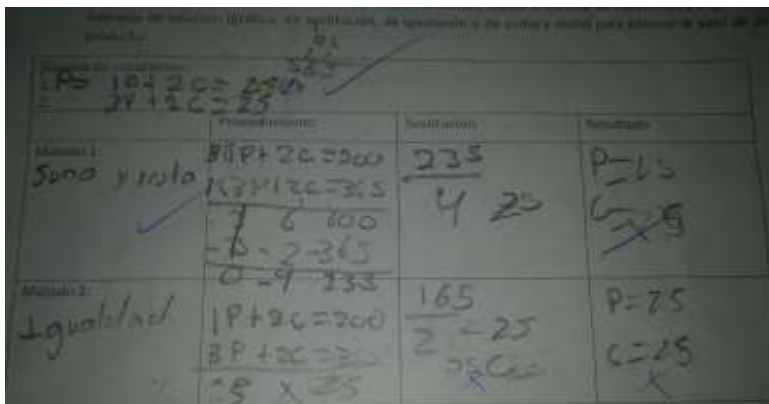
Anexo 5. Errores presentados en la resolución del problema.



Anexo 6. Errores que presentan los alumnos en el procedimiento.



Anexo 7. Errores que presentan los alumnos en las características propias del lenguaje.



Anexo 8. Secuencia de actividades planificadas



GOBIERNO DEL
ESTADO DE MÉXICO



PLANEACIÓN: MATEMÁTICAS
ESCUELA SECUNDARIA OFICIAL No. 0723 "EMILIANO ZAPATA"

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS

GRADO: 2º GRUPO: "A"

TRIMESTRE: I

DOCENTE EN FORMACION:
ANA MAYTHE FLORES ENRIQUEZ

LUGAR: Ejido de ~~Bombatevi~~

FECHA: del 11 al 15 de noviembre de 2019

Organizadores curriculares			
Eje temático: Plan 2018	Tema:	Aprendizaje esperado:	
<ul style="list-style-type: none"> Número, álgebra y variación. 	<ul style="list-style-type: none"> Ecuaciones 	Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	
Categoría:	Subcategorías:	Enfoque didáctico:	
<ul style="list-style-type: none"> Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas 	<ul style="list-style-type: none"> Incógnita Lenguaje algebraico Ecuación Ecuaciones lineales de dos incógnitas Sistema de dos ecuaciones lineales de dos incógnitas/ sistema de ecuaciones lineales 2 x 2 Métodos de solución: <ul style="list-style-type: none"> Método gráfico Método de sustitución Método de igualación Método de suma y resta 	<ul style="list-style-type: none"> <u>Resolución de problemas.</u> 	

SECUENCIA DIDÁCTICA		SESIÓN 1/ 10
INTENCIÓN DIDÁCTICA: Que el alumno: haga uso de los conocimientos previos para la construcción de ecuaciones lineales.		
Que el alumno:		
Revisión de los tópicos de la clase anterior:		
<ul style="list-style-type: none"> Escriba en su libreta el contenido que se trabajará. Realicen la siguiente actividad: 		
Instrucciones: que el alumno pase con la docente a elegir 6 tarjetas; 4 sobre el número de productos y 2 sobre el precio.		
Presentación y resolución del problema del día:		
<ul style="list-style-type: none"> Escriba en su libreta la cantidad de productos y el precio Encuentre el valor que tiene sólo 1 producto 		
Discusión de los métodos de resolución:		
<ul style="list-style-type: none"> A partir de la actividad anterior socialice con el grupo los métodos que utilizó para obtener la solución. Conteste la siguiente pregunta: <ol style="list-style-type: none"> ¿De qué manera se puede representar en una ecuación? Con ayuda de la docente construyan las ecuaciones lineales del ejercicio anterior. 		
Formalización de los conocimientos:		
<ul style="list-style-type: none"> Recopile 2 ecuaciones de primer grado de tres compañeros y obtenga el valor de la incógnita. 		
RECURSOS DIDÁCTICOS	<ul style="list-style-type: none"> Colectivos: 144 tarjetas (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9), 144 productos diferentes, 72 tarjetas con distintos precios. Individuales: tarjetas, libreta y ejercicios. 	
EVALUACIÓN	EVIDENCIAS DE:	
	<ul style="list-style-type: none"> Producto: ejercicios de sus compañeros Desempeño: participación Conocimiento: lenguaje común a algebraico y resolución de ecuaciones lineales. 	
REFERENCIAS	Bibliográficas:	
	<ul style="list-style-type: none"> SEP (2017), Aprendizajes clave. 	

SECUENCIA DIDÁCTICA		SESIÓN 2/ 10
<p>INTENCIÓN DIDÁCTICA: que el alumno haga representaciones de las ecuaciones lineales de los distintos planteamientos e identifique los procedimientos para utilizar y dar solución a los problemas</p>		
<p style="text-align: center;">Que el alumno:</p> <p>Revisión de los tópicos de la clase anterior:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Represente a partir de una ecuación los siguientes planteamientos haciendo uso de una incógnita. <p>a) El triple de un número más 7 es igual a 20 b) El doble de un número disminuido en 4 es igual a 15 c) La mitad de un número aumentado en dos es igual a 10</p>		
<p>Presentación y resolución del problema del día:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelva el siguiente problema de su libro de texto página 78 en equipos de 3 personas: <p>1. Se necesita su apoyo para ayudar a Xóchitl con un reto que le presenta su amiga María. Dicho reto consiste en encontrar " el valor de dos números desconocidos" apoyándose en algunas pistas, pero utilizando el menor número de éstas. Mientras más pistas se usen, menor será el premio. Por ejemplo, el premio será de 100 pesos si sólo se da una pista; de 50 pesos si se utilizan dos pistas; de 10 pesos si se dan tres, y en caso de usar cuatro pistas no habrá premio. Además, si Xóchitl proporciona una respuesta incorrecta, perderá inmediatamente. Las posibles pistas que Xóchitl no conoce son las siguientes:</p> <p>a) Si se suman los dos números se obtiene 14 b) Uno de los números es mayor a 7 y el otro menor a 7 c) Ambos números son impares. d) La resta del mayor menos el menor es igual a 4</p>		
<p>Discusión de los métodos de resolución:</p> <ul style="list-style-type: none"> • En equipo comente frente al grupo como dio solución a el planteamiento anterior. 		
<p>Formalización de los conocimientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelvan el ejercicio de la página 79 en equipos 		
RECURSOS DIDÁCTICOS	<ul style="list-style-type: none"> • Colectivos: planteamientos • Individuales: ejercicios del libro de texto y su libreta. 	
EVALUACIÓN	<p>EVIDENCIAS DE:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Producto: ejercicios del libro y planteamientos de la libreta. • Desempeño: trabajo en equipo • Conocimiento: resolución de problemas a partir de la representación de lenguaje común a lenguaje algebraico. 	
REFERENCIAS	<p>Bibliográficas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • SEP (2017), Libro para el maestro. Matemáticas Segundo Grado. 	

SECUENCIA DIDÁCTICA		SESIÓN 3/10
INTENCIÓN DIDÁCTICA: Que el alumno: Identifique las partes que componen un sistema de ecuaciones 2 x 2		
<p style="text-align: center;">Que el alumno:</p> Revisión de los tópicos de la clase anterior: <ul style="list-style-type: none"> Realice la siguiente actividad: Instrucciones: de manera individual los alumnos pasaran a tomar dos tarjetas con números distintos, dos tarjetas con la figura de algún producto y dos del precio de los productos. <ul style="list-style-type: none"> ➤ Escribirán los datos obtenidos en su libreta de la siguiente manera: <ol style="list-style-type: none"> 2 kg de Naranjas 53 refrescos. 		
Presentación y resolución del problema del día: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se dará el valor de cada producto. ➤ Se sumará el costo de cada producto para saber cuánto se tiene que pagar por los dos productos. A partir de la actividad anterior identifique las partes que compone un sistema de ecuaciones 2 x 2 		
Discusión de los métodos de resolución: <ul style="list-style-type: none"> Comente con el grupo como puede dar solución a los planteamientos anteriores. 		
Formalización de los conocimientos: <ul style="list-style-type: none"> Plantee un problema como la actividad anterior y que un compañero lo coloque en una ecuación algebraica. 		
RECURSOS DIDÁCTICOS	<ul style="list-style-type: none"> Colectivos: 144 tarjetas (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9), 144 productos diferentes, 72 tarjetas con distintos precios. Individuales: tarjetas, libreta y ejercicios. 	
EVALUACIÓN	EVIDENCIAS DE: <ul style="list-style-type: none"> Producto: Un problema Desempeño: participación Conocimiento: sistema de ecuaciones. 	
REFERENCIAS	Bibliográficas: <ul style="list-style-type: none"> SEP (2017). Aprendizajes clave. 	

SECUENCIA DIDÁCTICA		SESIÓN 4/ 10
INTENCIÓN DIDÁCTICA: Que el alumno: Represente de manera algebraica el sistema de ecuaciones 2 x 2 a partir de las representaciones gráficas.		
<p style="text-align: center;">Que el alumno:</p> Revisión de los tópicos de la clase anterior: <ul style="list-style-type: none"> Encuentre el valor de cada objeto a partir de las tablas (anexo 1) 		
Presentación y resolución del problema del día: <ul style="list-style-type: none"> Identifique de qué manera se puede representar en ecuaciones el ejercicio anterior. 		
Discusión de los métodos de resolución: <ul style="list-style-type: none"> Conteste el siguiente ejercicio en parejas a partir de ecuaciones lineales (anexo 2) De a conocer como resolvieron el ejercicio anterior. 		
Formalización de los conocimientos: <ul style="list-style-type: none"> Resuelva la página 83 de su libro de texto con todo el grupo De tarea traiga una hoja milimétrica. 		
RECURSOS DIDÁCTICOS	<ul style="list-style-type: none"> Colectivos: problema del libro de texto Individuales: tablas y su libreta 	
EVALUACIÓN	EVIDENCIAS DE: <ul style="list-style-type: none"> Producto: representaciones de los sistemas de ecuaciones de cada tabla Desempeño: trabajo individual y en equipo Conocimiento: formular los sistemas de ecuaciones 	
REFERENCIAS	Bibliográficas: <ul style="list-style-type: none"> SEP (2017), Aprendizajes clave. SEP (2017), Libro para el maestro. Matemáticas Segundo Grado. 	

SECUENCIA DIDÁCTICA		SESIÓN 5/10																
INTENCIÓN DIDÁCTICA: Que el alumno: Identifique y haga uso del método gráfico para la solución del sistema de ecuaciones 2x2																		
Que el alumno:																		
Revisión de los tópicos de la clase anterior:																		
<ul style="list-style-type: none"> Identifique el sistema de ecuaciones que se desarrolló en la clase anterior. Pida a un compañero el sistema de ecuaciones que realizó en su cuaderno 																		
Presentación y resolución del problema del día:																		
<ul style="list-style-type: none"> Resuelvan el siguiente problema con el método gráfico en equipos de 3 personas. <p>1- Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14. ¿Qué números son?</p> <p>a) Determina el sistema de ecuaciones. b) Realiza las siguientes tablas</p>																		
<table border="1"> <tr><td colspan="2">Expresión algebraica:</td></tr> <tr><td>X</td><td>Y</td></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>0</td></tr> </table>	Expresión algebraica:		X	Y	0			0	<table border="1"> <tr><td colspan="2">Expresión algebraica:</td></tr> <tr><td>X</td><td>Y</td></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>0</td></tr> </table>	Expresión algebraica:		X	Y	0			0	
Expresión algebraica:																		
X	Y																	
0																		
	0																	
Expresión algebraica:																		
X	Y																	
0																		
	0																	
C) Grafiqué las tablas anteriores en una sola tabla.																		
Discusión de los métodos de resolución:																		
<ul style="list-style-type: none"> Conteste las siguientes preguntas: <p>a) ¿En qué punto se intersecan las líneas? b) ¿Cuál es el valor de X y Y?</p>																		
Formalización de los conocimientos:																		
<ul style="list-style-type: none"> Realice el siguiente problema de sistema de ecuaciones 2x2 con el método gráfico, para encontrar el valor de x y de y. <p>2- Hemos comprado 3 canicas de cristal y 2 de acero por \$48 y, ayer, 2 de cristal y 5 de acero por \$65. Determinar el precio de una canica de cristal y de una de acero.</p>																		
RECURSOS DIDÁCTICOS	<ul style="list-style-type: none"> Colectivos: gráficas y tabulaciones. Individuales: problemas 																	
EVALUACIÓN	EVIDENCIAS DE:																	
	<ul style="list-style-type: none"> Producto: ecuaciones, tablas y gráficas Desempeño: participación, trabajo en equipo Conocimiento: sistema de ecuación 2x2 por el método gráfico 																	
REFERENCIAS	Bibliográficas:																	
	<ul style="list-style-type: none"> SEP (2017). Aprendizajes clave. 																	

(Anexo 1)

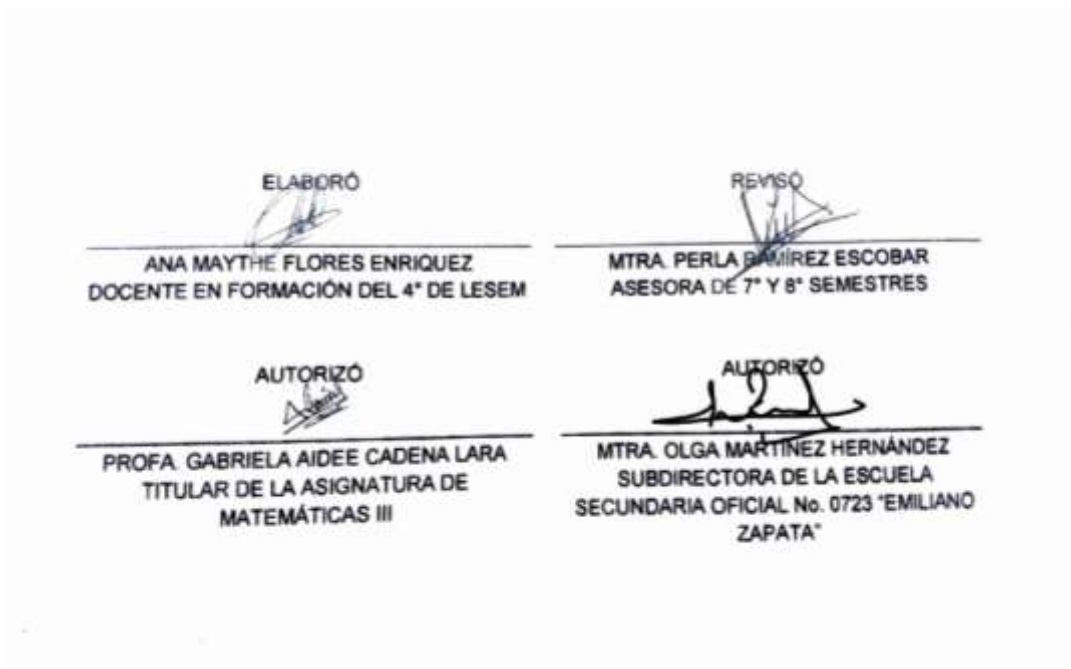
Instrucciones: En estos 5 pasatiempos, obtén los valores de los objetos que aparecen:

Cada objeto representa una cifra diferente. Los números son el resultado de la suma de cada fila y cada columna.

Ejercicio 1					Ejercicio 2				
				74					85
				75					78
				46					87
59	39	48	49		63	56	62	69	

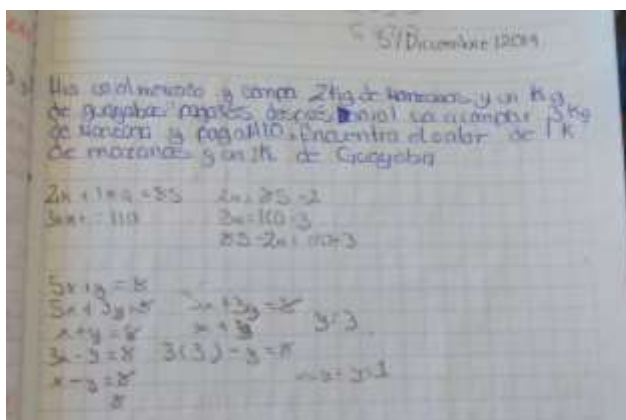
Anexo 2

				58
				93
				79
47	68	61	54	

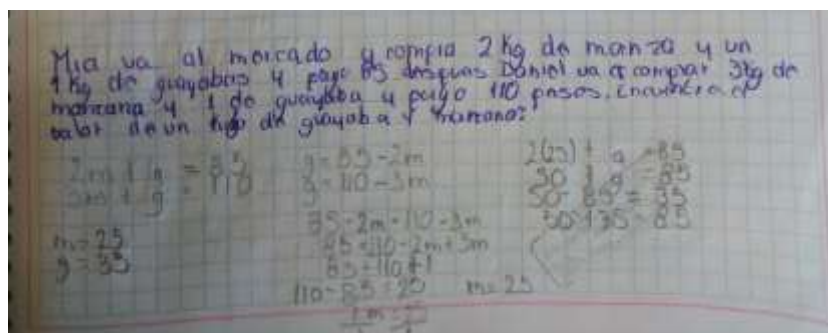


Anexo 9. Errores cometidos por los alumnos en la resolución de problemas

Alumno 1



Alumno 2



Anexo 10. Aplicación de la propuesta para la solución de sistemas de ecuaciones.

Sistema de ecuaciones			
Procedimiento	Sustitución	Resultados	Comprobación

Anexo 11. Actividad para obtener el valor de un producto.

Instrucciones: En estas 2 plantillas, están los valores de los objetos que aparecen. Cada objeto representa una cifra diferente. Los números son el resultado de la suma de cada fila y cada columna.

Ejercicio 1

74
70
48
56 38 48 48

Ejercicio 2

87
78
87
83 56 62 89

Handwritten calculations:

Flos: 126
 Manzana: 3
 calabaza: 16
 Reloj: 20
 Regalo: 18
 Mandarina: 10

23
 23
 23
 23
 20

24
 24
 27
 20

79
 79
 50

Obj: 18
 Flor: 15
 Combinaciones

Anexo 12. Actividad para la construcción del sistema de ecuaciones.

$2z + 5s = 4650$ $23.25 \rightarrow 21.16$
 $7z = 4650$ $4s + 8c = 399$
 $z = 92.85$ $12c = 399$
 $z = 92.85$ $c = 33.25$ **\$399**
 $1e + 8c = 254$
 $12c = 254$
 $c = 21.16$ **\$254**

25-11-19

Tema: ECUACIONES

A.C.: Resolver problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas

Instrucciones: realiza la siguiente actividad obteniendo el valor de los productos apartir del precio.

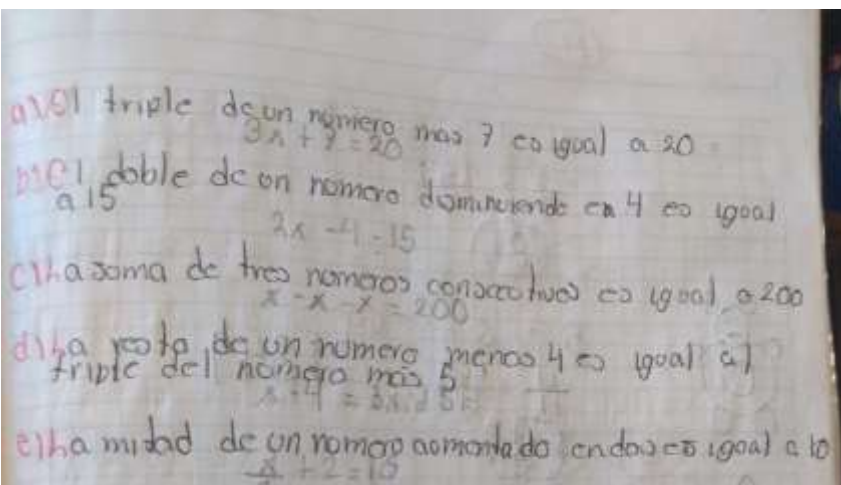
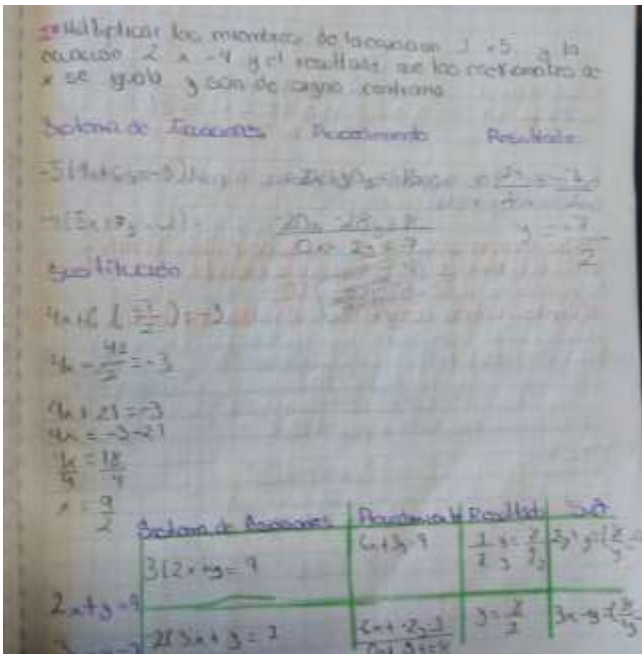
¿Cuál es el valor que tiene solo un producto?

Zapatos $2z + 5s = 4650$
 $7z = 4650$
 $z = 92.85$

 $5c + 8c = 249$ **\$249**
 $13c = 249$
 $c = 19.15$

 $5L + 8c = 225$ **\$225**
 $13c = 225$ $13c = 17.30$

Anexo 13. Evaluaciones aplicadas a los alumnos; se trabajó en equipo para resolver el problema y se realizó cálculo mental.



Hoja de firmas

Elaboró

Ana Maythe Flores Enriquez

Autorización

Mtra. Perla Ramírez Escobar

Revisión

Mtro. Omar de la Cruz Sánchez

Lic. Juan Jesús Peña Sotelo

Dictaminó

Mtra. Luz Maria Serrano Orósco
Presidente del Comité de Titulación