

MÉTODOS PARA SOLUCIONAR

SISTEMAS DE ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

2×2

APRENDIZAJES CLAVE PARA LA EDUCACIÓN INTEGRAL MATEMÁTICAS. EDUCACIÓN SECUNDARIA

Grado: SEGUNDO
Eje: NÚMERO ALGEBRA Y VARIACIÓN
Tema: ECUACIONES
Aprendizaje esperado: RESUELVE PROBLEMAS MEDIANTE LA FORMULACIÓN Y SOLUCIÓN ALGEBRAICA DE SISTEMAS DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS.

Profesor(a): Liliana Castillo Piña

Cuando hablamos de un **sistema de ecuaciones**, hacemos referencia al trabajo con dos o más ecuaciones; **con dos incógnitas**, en la que cada una contiene dos variables diferentes del mismo valor.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 7 \dots\dots\dots \text{ecuación 1} \\ 2x - y = -4 \dots\dots\dots \text{ecuación 2} \end{cases}$$

Donde:

"x" y "y" son variables (valores desconocidos)

3, 5 y 2 son coeficientes

7 y -4 son valores independientes

Para poder solucionar este tipo de ecuaciones vamos a trabajar con cuatro métodos diferentes:

- a. **Sustitución**
- b. **Igualación**
- c. **Reducción**
- d. **Gráfico**

Cada uno hace referencia al procedimiento que utilizaremos para calcular el valor de las variables.

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Sustituir: cambiar algún valor por otro establecido y que conserve la igualdad.

Despejar: separar una variable de los demás elementos en la ecuación.

El procedimiento que debemos seguir es, *sustituir* una de las variables en la ecuación 2, y *despejar* la misma variable en la ecuación 1.

Ejemplo:
$$\begin{cases} 4x + 5y = 5 \dots\dots\dots e.1 \\ -4x - 10y = -7 \dots\dots\dots e.2 \end{cases}$$

1. Despejamos la variable "x" en la e.1

$$4x + 5y = 5$$

$$4x = 5 - 5y$$

$$x = \frac{5 - 5y}{4} \quad \leftarrow \text{Este será el nuevo valor de "x"}$$

2. Sustituimos el valor de "x" en la e.2 y resolvemos

$$-4x - 10y = -7$$

$$-4\left(\frac{5 - 5y}{4}\right) - 10y = -7$$

$$\frac{-20 + 20y}{4} - 10y = -7$$

$$-5 + 5y - 10y = -7$$

$$-5y = -7 + 5$$

$$y = \frac{-2}{-5} = 0.4$$

3. Ahora que conocemos el valor de "y", podemos sustituirlo en la e.1, para obtener la variable faltante.

$$4x + 5(0.4) = 5$$

$$4x + 2 = 5$$

$$4x = 5 - 2$$

$$x = \frac{3}{4} = 0.75$$

4. Por último, debemos comprobar que los valores de las variables sean correctos, y para ello, sustituimos los valores encontrados en ambas ecuaciones, verificando que la igualdad se cumpla en ambos casos.

$$\begin{cases} 4x + 5y = 5 \dots\dots\dots e1 \\ -4x - 10y = -7 \dots\dots\dots e2 \end{cases} \quad \text{Donde: } x = 0.75 \quad y = 0.4$$

Ecuación 1

$$4(0.75) + 5(0.4) = 5$$

$$3 + 2 = 5$$

$$5 = 5$$

Ecuación 2

$$-4(0.75) - 10(0.4) = -7$$

$$-3 - 4 = -7$$

$$-7 = -7$$

MÉTODO DE IGUALACIÓN

Productos cruzados: en una igualdad de fracciones, se multiplica de forma cruzada el denominador de una fracción con el numerador de otra.

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow 9(2) = 3(6)$$

Para el siguiente método, debemos igualar ambas ecuaciones despejando la misma variable en cada caso.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 7x - 4y = 5 \dots\dots\dots e. 1 \\ 9x + 8y = 13 \dots\dots\dots e. 2 \end{cases}$$

1. Despejamos en ambas ecuaciones la variable "x"

Ecuación 1

$$\begin{aligned} 7x - 4y &= 5 \\ 7x &= 5 + 4y \\ x &= \frac{5 + 4y}{7} \end{aligned}$$

Ecuación 2

$$\begin{aligned} 9x + 8y &= 13 \\ 9x &= 13 - 8y \\ x &= \frac{13 - 8y}{9} \end{aligned}$$

2. Ya que con ambas ecuaciones obtenemos el valor de "x", podemos, decir que, entre ellas también existe igualdad. Por lo tanto, obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{5 + 4y}{7} = \frac{13 - 8y}{9}$$

3. Para resolver este ejercicio, realizamos *productos cruzados* y reducimos la ecuación

$$9(5 + 4y) = 7(13 - 8y)$$

$$45 + 36y = 91 - 56y$$

4. Ordenamos las variables del lado izquierdo, las constantes del lado derecho de la igualdad y calculamos.

$$\begin{aligned} 56y + 36y &= 91 - 45 \\ 92y &= 46 \\ y &= \frac{46}{92} = 0.5 \end{aligned}$$

5. Ahora que conocemos "y", solo debemos calcular el valor de "x" sustituyendo en la e.1 el valor conocido.

$$\begin{aligned} 7x - 4y &= 5 \\ 7x - 4(0.5) &= 5 \\ 7x - 2 &= 5 \\ 7x &= 5 + 2 \\ x &= \frac{7}{7} = 1 \end{aligned}$$

6. Por último, comprobamos los resultados.

$$\begin{cases} 7x - 4y = 5 & \dots \dots \dots e.1 \\ 9x + 8y = 13 & \dots \dots \dots e.2 \end{cases}$$

Donde: $x = 1$ $y = 0.5$

Ecuación 1

$$7(1) - 4(0.5) = 5$$

$$7 - 2 = 5$$

$$5 = 5$$

Ecuación 2

$$9(1) + 8(0.5) = 13$$

$$9 + 4 = 13$$

$$13 = 13$$

MÉTODO DE REDUCCIÓN

Términos semejantes: expresiones que tienen exactamente las mismas variables, pero coeficientes diferentes.

2x, 1/2x, 0.10x
o
2.5y, 3y, 118y

Durante este método, reduciremos las ecuaciones sumando o restando según sea el caso los elementos entre ambas expresiones. Debemos considerar dos reglas importantes:

1. Los coeficientes con la variable a reducir deben tener el mismo valor.
2. El signo de estos coeficientes debe ser opuesto, es decir, uno positivo y otro negativo.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 6x - 5y = -9 \dots\dots\dots e.1 \\ 4x + 3y = 13 \dots\dots\dots e.2 \end{cases}$$

1. Debemos igualar los coeficientes de la variable "x" en ambas ecuaciones, por ello, multiplicaremos los coeficientes de manera cruzada.

$$4(6x - 5y = -9) \longrightarrow 24x - 20y = -36 \dots\dots\dots e.3$$

$$6(4x + 3y = 13) \longrightarrow 24x + 18y = 78 \dots\dots\dots e.4$$

De esta forma obtenemos nuevas ecuaciones con los coeficientes iguales para la variable "x".

2. Ahora solo debemos cambiar el signo de alguno de ellos, y para ello, multiplicaremos la e.3 por el signo negativo (-).

$$-(24x - 20y = -36) \longrightarrow -24x + 20y = +36$$

3. Con ambos coeficientes igualados y de signo diferentes, podemos reducir las ecuaciones, realizando las operaciones correspondientes entre cada *término semejante*

$$\begin{array}{r} -24x + 20y = 36 \dots\dots e.3 \\ 24x + 18y = 78 \dots\dots e.4 \\ \hline 0 + 38y = 114 \end{array}$$

4. Al eliminar la variable "x", solo debemos calcular el valor de "y"

$$38y = 114$$

$$y = \frac{114}{38} = 3$$

5. Ya que conocemos el valor de "y", obtenemos el valor de "x", sustituyendo en la e.1

$$\begin{aligned}6x - 5y &= -9 \\6x - 5(3) &= -9 \\6x - 15 &= -9 \\6x &= -9 + 15 \\x &= \frac{6}{6} = 1\end{aligned}$$

6. Por último, la comprobación de igualdades.

$$\begin{cases}6x - 5y = -9 \dots\dots\dots e.1 \\4x + 3y = 13 \dots\dots\dots e.2\end{cases} \quad \text{Donde: } x = 1 \quad y = 3$$

Ecuación 1

$$\begin{aligned}6x - 5y &= -9 \\6(1) - 5(3) &= -9 \\6 - 15 &= -9 \\-9 &= -9\end{aligned}$$

Ecuación 2

$$\begin{aligned}4x + 3y &= 13 \\4(1) + 3(3) &= 13 \\4 + 9 &= 13 \\13 &= 13\end{aligned}$$

MÉTODO GRÁFICO

En este último método, localizaremos los valores de las variables representando cada ecuación con una recta dentro de un plano cartesiano.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 10x - 3y = 36 \dots\dots\dots e.1 \\ 2x + 5y = -4 \dots\dots\dots e.2 \end{cases}$$

1. Lo primero es localizar los puntos para trazar la recta que representen a la e.1. Esto lo haremos sustituyendo los valores de las variables con el número cero.

Punto	x	y
A	0	
B		0

Calculamos el valor de "y" cuando "x" vale cero.

Calculamos el valor de "x" cuando "y" vale cero.

2. Resolvemos la ecuación sustituyendo la variable correspondiente en cada caso.

Para el punto A

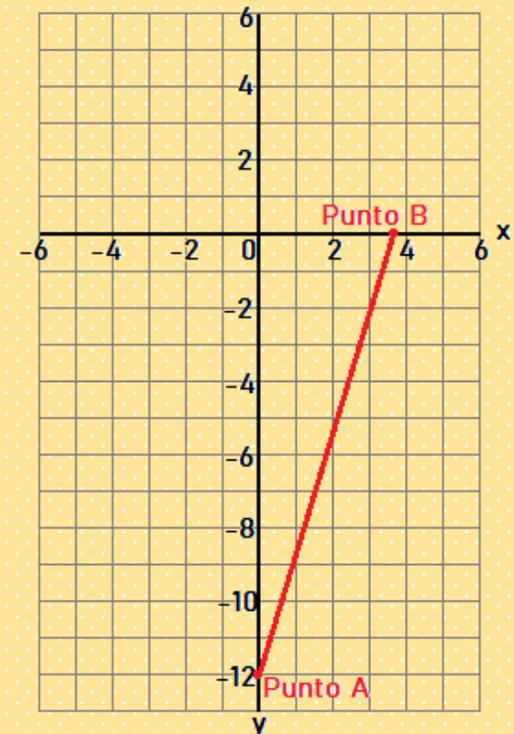
$$\begin{aligned} 10x - 3y &= 36 \\ 10(0) - 3y &= 36 \\ -3y &= 36 \\ y &= \frac{36}{-3} \\ y &= -12 \end{aligned}$$

Para el punto B

$$\begin{aligned} 10x - 3y &= 36 \\ 10x - 3(0) &= 36 \\ 10x &= 36 \\ x &= \frac{36}{10} \\ x &= 3.6 \end{aligned}$$

3. Obtenemos las coordenadas de los puntos, para ubicarlos en el plano y trazar la recta.

Punto	x	y
A	0	-12
B	3.6	0



4. Repetimos el procedimiento para la e.2

Sustituimos los valores de las variables por cero y calculamos, obteniendo las coordenadas para trazar la recta que representa a la e.2

Punto	x	y
C	0	
D		0

Calculamos el valor de "y" cuando "x" vale cero.

Calculamos el valor de "x" cuando "y" vale cero.

Para el punto C

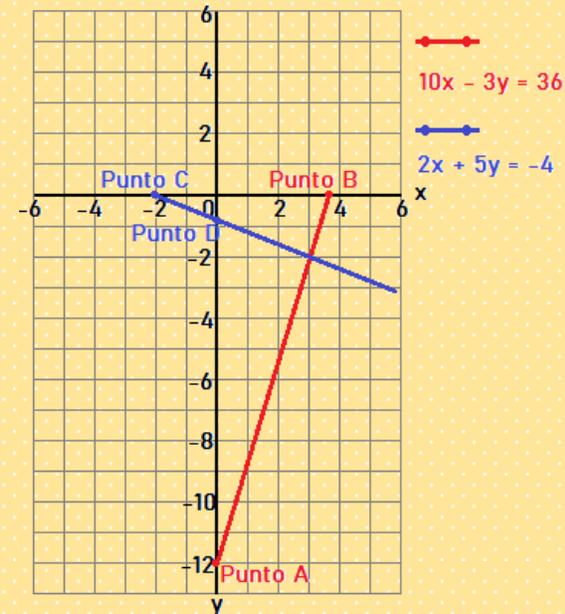
$$\begin{aligned}
 2x + 5y &= -4 \\
 2(0) + 5y &= -4 \\
 5y &= -4 \\
 y &= \frac{-4}{5} \\
 y &= -0.8
 \end{aligned}$$

Para el punto D

$$\begin{aligned}
 2x + 5y &= -4 \\
 2x + 5(0) &= -4 \\
 2x &= -4 \\
 x &= \frac{-4}{2} \\
 x &= -2
 \end{aligned}$$

Punto	x	y
C	0	-0.8
D	-2	0

5. Ubicamos los puntos y trazamos una recta sobre el mismo plano.



El punto donde coinciden las rectas serán los valores de las variables, en este caso:

$$x = 3 \quad y = -2$$

6. El último paso, la comprobación.

$$\begin{cases}
 10x - 3y = 36 & \dots \dots \dots e.1 \\
 2x + 5y = -4 & \dots \dots \dots e.2
 \end{cases}$$

Ecuación 1

$$\begin{aligned}
 10x - 3y &= 36 \\
 10(3) - 3(-2) &= 36 \\
 30 + 6 &= 36 \\
 36 &= 36
 \end{aligned}$$

Ecuación 2

$$\begin{aligned}
 2x + 5y &= -4 \\
 2(3) + 5(-2) &= -4 \\
 6 - 10 &= -4 \\
 -4 &= -4
 \end{aligned}$$