



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TRABAJO FIN DE GRADO

Título
Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas
Autor/es
Cristina Muñoz Mateo
Director/es
Jesús Antonio Laliena Clemente
Facultad
Facultad de Letras y de la Educación
Titulación
Grado en Educación Primaria
Departamento
Curso Académico
2013-2014



Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas, trabajo fin de grado de Cristina Muñoz Mateo, dirigido por Jesús Antonio Laliena Clemente (publicado por la Universidad de La Rioja), se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported. Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

Trabajo de Fin de Grado

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Autora:

Cristina Muñoz Mateo

Tutor: Jesús Antonio Laliena Clemente

Fdo.

Titulación:

Grado en Educación Primaria [206G]

Facultad de Letras y de la Educación



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

AÑO ACADÉMICO: 2013/2014

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Cristina Muñoz Mateo

RESUMEN:

El propósito de este trabajo es principalmente concienciar al profesorado de la gran utilidad que el uso de materiales didácticos implica en la clase de matemáticas. Para ello he realizado un pequeño análisis de la situación actual de las matemáticas en la escuela, haciendo así visible que es necesario un cambio, para el cual se propone el uso de materiales didácticos. A continuación, para dar validez a la propuesta, se exponen diferentes estudios sobre el tema de importantes matemáticos y pedagogos a lo largo de la historia. Además se intenta concretar la definición de “*material didáctico*” apoyándonos en las definiciones de diferentes autores, y se argumenta una discusión estudiando tanto las ventajas como desventajas que su uso puede suponer. Para finalizar he creado una gran lista de materiales didácticos procurando mostrar los contenidos que con cada uno de ellos podemos trabajar.

PALABRAS CLAVE:

Matemáticas, material didácticos, aprendizaje-juego, Educación Primaria, experimentación, innovación.

ABSTRACT:

The aim of this project is mainly to make aware teacher about the teaching materials in math classes. For this, I have worthwhile use of done a modest analysis of the nowadays status of mathematics in the school, making visible a necessary change, for which we propose the use of teaching materials. Then, to validate the proposal, differen studies about the subject from important mathematician and educations throughout the history are discussed.

Further attempts to capture the definition of “educational material” relying on the definitions of different authors, and a discussion examines both, the advantages and disadvantages of their use, are presented.

KEY WORDS:

Mathematics, teaching materials, learning by playing (learning-game), Primary Education, experimentation, innovation.

ÍNDICE:

1.	INTRODUCCIÓN	1
2.	OBJETIVOS	3
3.	JUSTIFICACIÓN	5
4.	MARCO TEÓRICO	9
4.1.	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	9
4.2.	ORIGEN Y EVOLUCIÓN DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS	12
5.	MATERIALES DIDÁCTICOS	15
5.1.	DEFINICIONES.....	15
5.2.	DISCUSIÓN	18
5.2.1.	<i>Desventajas o limitaciones.....</i>	<i>18</i>
5.2.2.	<i>Ventajas.....</i>	<i>19</i>
5.3.	FACTORES QUE CONDICIONAN LA UTILIZACIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO	21
6.	DESCRIPCIÓN DE MATERIALES DIDÁCTICOS.....	23
6.1.	MATERIALES MANIPULATIVOS	23
6.1.1.	<i>Material de fracciones</i>	<i>23</i>
6.1.2.	<i>Regletas</i>	<i>24</i>
6.1.3.	<i>El geoplano</i>	<i>26</i>
6.1.4.	<i>El ábaco.....</i>	<i>27</i>
6.1.5.	<i>Tangram.....</i>	<i>28</i>
6.1.6.	<i>Cuerpos geométricos.....</i>	<i>30</i>
6.1.7.	<i>Balanza numérica</i>	<i>31</i>
6.1.8.	<i>Bloques Multibase</i>	<i>32</i>
6.2.	MATERIALES VIRTUALES	34
6.2.1.	<i>La oca de las multiplicaciones.....</i>	<i>34</i>
6.2.2.	<i>Videos didácticos.....</i>	<i>35</i>
6.2.3.	<i>Cálculo mental animado.....</i>	<i>37</i>
6.2.4.	<i>Materiales manipulativos virtuales</i>	<i>38</i>
6.2.5.	<i>El tanque matemático.</i>	<i>39</i>
6.3.	JUEGOS DIDÁCTICOS	41
6.3.1.	<i>Cartas</i>	<i>41</i>
6.3.2.	<i>Juegos de mesa</i>	<i>46</i>
6.3.3.	<i>Pasatiempos</i>	<i>51</i>
6.4.	MATERIALES AMBIENTALES	54
7.	CONCLUSIÓN	55
8.	BIBLIOGRAFÍA	57
9.	ANEXOS	61

1. INTRODUCCIÓN

Los materiales didácticos en el aula de matemáticas representan una opción o suplemento a tener en cuenta a la hora de diseñar actividades lúdicas que presenten retos a nuestros alumnos. Es interesante presentar retos en el aula que estimulen el conocimiento mediante la exploración de su entorno más próximo, permitiéndoles ahondar en sus propias inquietudes; lo que ayuda a crear aprendizajes permanentes.

Los materiales didácticos son un recurso muy interesante para elevar la calidad educativa, mejorando las competencias de nuestros alumnos. Se desarrolla especialmente la capacidad de aprender a aprender, ya que se pretende la investigación y búsqueda de soluciones de forma autónoma por parte de los niños.

El objetivo final de nuestra labor docente es que el alumno sea consciente de todas sus capacidades, aprenda, y sobre todo que se interese por el mundo que le rodea. El interés es la principal base de motivación de los alumnos y aquello que procura los aprendizajes significativos. Para ello, el uso de los diferentes recursos como los materiales didácticos en las aulas puede ser una vía muy indicada.

Poco a poco los tiempos van cambiando, con ellos los alumnos, las asignaturas, los medios, los contenidos... En consecuencia los modos de enseñar deben cambiar y actualizarse de forma continua para no quedar obsoletos. Por ello, debemos concienciarnos en el área de matemáticas de la importancia del uso de recursos novedosos, que proporcionan al individuo experiencias individuales irrepetibles y le ayudan a partir de lo concreto, para una vez asimilado el concepto poder abstraer.

Esta puede ser sin duda una de las razones más importantes por las cuales es necesario incluir estos recursos materiales en el aula, sobre todo en Educación Primaria. Tengamos en cuenta, que la mente de los niños puede aún no estar preparada para la abstracción necesaria que muchos conceptos matemáticos requieren en el momento educativo en que se les exige a los niños.

Además, en el Real Decreto 1513/2006 se incorporó el nuevo currículo organizado por “competencias básicas”. Con estas lo que se pretende es dar una visión renovadora de la Educación Primaria en nuestra país. Con esta visión se quiere dotar al alumno de ciertas habilidades, y no solo de conocimientos, que le aporten aptitudes válidas para ser competente en su vida adulta. Por lo que las metodologías de enseñanza deben cambiar

enfocándose en esta nueva dirección. Una forma de hacerlo es aplicando técnicas innovadoras, materiales, recursos, o procurando mejorar las ya existentes, presentando al alumno paradigmas reales que se pueda encontrar en su día a día, en los cuales tenga que emplear o desarrollar esas nuevas habilidades. Si el alumno consigue trasladar los nuevos conocimientos a diferentes situaciones con éxito, podemos decir que el alumno es competente en ese aspecto. Entendemos como “Competencia matemática” a: “la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar matemáticas en una gran variedad de situaciones y contextos en los cuales la matemática juega, o podría jugar un papel importante” (Niss, 2001, citado por Alsina et al., 2008. p. 15).

En resumen es el docente quien debe facilitar la comprensión de los contenidos al escolar. Por ello es muy importante que sea él el que tenga la capacidad de expresarlos mediante diferentes caminos, con el objetivo de aclarar las ideas al estudiante. También es necesario que presente situaciones de la vida real para que el niño sienta que lo que él hace realmente es útil. Así, es muy interesante que el tutor conozca diversos recursos cómo los materiales manipulativos, los virtuales, los juegos didácticos... además de saber cómo aplicarlos en los diferentes bloques matemáticos, ya que estos representan una forma muy interesante de facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos abstractos que los niños deben conocer.

Con el paso del tiempo parece que la comunidad educativa va asimilado la necesidad del juego, la manipulación y la intervención activa en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los propios protagonistas. Aunque con una evolución muy pausada, parece que se está avanzando por el buen camino en busca de la integración de estos recursos en el aula.

2. OBJETIVOS

Con este trabajo lo que queremos es mostrar la gran importancia que la aplicación de tanto recursos como materiales manipulativos o interactivos tiene en las aulas de Educación Primaria para la enseñanza de matemáticas.

No queremos cegarnos y alabar esta metodología como único método de enseñanza ya que no todo es blanco o negro. Al igual que queremos exponer sus innumerables beneficios a la hora de la enseñanza, también queremos tener en cuenta algunas dificultades así como los factores que influyen a la hora de llevar a la práctica esta metodología.

Para comprender un poco en qué momento nos encontramos ahora respecto al uso de materiales en las aulas, vamos a repasar un poco la historia de la evolución de los mismos y a analizar alguna que otra opinión acerca del tema de diversos pedagogos o matemáticos que han escrito sobre este tema a lo largo de la historia.

Por último nos gustaría concienciar de la importancia del uso de los materiales en la escuela por su importancia para adquirir conceptos de forma más concreta; no como una alternativa, más bien una ayuda. Creemos que el agregar este tipo de recurso a las clases de matemáticas, constituiría un excelente complemento.

Para ello hemos creado una pequeña lista de materiales, que aunque son ya conocidos, no se utilizan apenas, indicando sus grandes beneficios a la hora de su aplicación en los diferentes contenidos matemáticos. Además hemos añadido algún material que considero innovador con el objetivo de darlo a conocer.

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

3. JUSTIFICACIÓN

Todo los libros de matemáticas que hemos ido adquiriendo para obtener información, hablaban del temor que a todo el mundo le infunden las matemáticas, los malos recuerdos que estas producen a la mayoría de las personas o la creencia generalizada de que esta es una ciencia exclusivamente reservada para los expertos.

Por eso como futuros maestros nos preguntamos: ¿qué se está haciendo mal? Ya que obviamente este temor viene fundado por una mala experiencia, posiblemente en sus primeros contactos con la materia. Por lo que esto nos lleva a pensar en el modo de hacer educativo en la escuela Primaria.

Si la mayoría de los escolares sufren con esta materia, o a los antiguos estudiantes les produce escalofríos pensar en ella, debemos tornar él dedo acusador y preguntarnos: ¿De quién es realmente la culpa? ¿De los alumnos, de los profesores, del modo de hacer educativo...? Es muy probable que los tres factores influyan, pero si un gran número de alumnos fracasa, y es particularmente en esta materia donde lo hacen; sería interesante proponer una variación, introducir cambios, jugar con la innovación... a la hora de enseñar. Se trata así de crear una materia atractiva a la cual el alumno se quiera acercar para experimentar y entender el mundo que le rodea. Y esta propuesta se puede llevar a cabo con la ayuda de materiales didácticos. Sin duda es una alternativa muy interesante a la rutina que generalmente se establece hoy en día en las clases de matemáticas, donde no se incentiva el espíritu de acción e investigación, donde no se trasmite el gusto por las matemáticas, ya que en muchas ocasiones el mismo profesor siente aversión por estas. Para enseñar una materia, el profesor tiene que demostrar su valía, debe transmitir entusiasmo por ella y su importancia y aplicación en la vida real. “Se debe enseñar a amar, AMANDO”. (Freire, 1921-1997. Educador y pedagogo brasileño)

Ya en 1956, Puig Adam, escribía sobre la necesidad de perfilar un movimiento renovador en Didáctica de las matemáticas, tanto en programas como en métodos de enseñanza. Este brillante matemático, con unas ideas muy revolucionarias para su época, escribió realidades muy importantes por las cuales debiera regirse la enseñanza matemática hoy en día en la escuela. Para conseguir este movimiento, sería necesaria la ampliación de instrumental didáctico-matemático en la aulas que haga atractiva la materia y suponga nuevas formas de presentación didáctica. Dicho esto debemos darnos cuenta que han pasado ya casi sesenta años y las sabias palabras de este matemático aún

no han calado en la escuela. Por eso es importante que se escriba, se reflexione sobre el tema, y se mantenga la esperanza de que algún día esto realmente llegue a formar parte de la rutina en esta materia en la Educación Primaria.

Se necesita una reforma ya que, como hemos dicho antes, los métodos y modos tradicionales de enseñanza no están funcionando adecuadamente. Y es que es necesario que la enseñanza matemática tenga perspectivas utilitarias en la vida moderna, y para ello se debe modificar la realidad educativa. No se consigue nada transformando un currículo organizado por contenidos, por uno organizado por competencias básicas, si la realidad escolar no cambia. Esta pequeña modificación de nomenclatura no solucionará las carencias educativas en este sentido

La enseñanza debe centrarse en el alumno y procurarle un aprendizaje significativo. Para ello es necesario que descubra sus propios procesos de aprendizaje, mediante los cuales interpreta la realidad, para después procesar la información de acuerdo a su propio estilo de aprendizaje, el cual varía según la información y el contexto. Así que el aprendizaje está influenciado tanto por los procesos del alumno como por la metodología del profesor. A medida que asimila y comprende esos procesos, su aprendizaje cada día será más preciso, por lo que queda comprobado que el interés de los niños es directamente proporcional a su participación en la actividad. Lo que nos lleva de nuevo a criticar los procesos de enseñanza tradicionales donde los conocimientos y los procedimientos para llevarlos a cabo van por separado. En la mayoría de los casos el profesor emite productos elaborados a través de procesos en los cuales el alumno no participa, lo que produce gran desinterés. El niño necesita acción en su vida, y necesita acción para asimilar conocimientos. Esta debiera ser la principal característica de una escuela moderna, en la que pensamiento y acción se entrelazan siendo inconcebible la una sin la otra.

Por ello debemos buscar una didáctica activa y lúdica, en la que el alumno elabore por sí mismo conceptos a través de situaciones creadas apropiadamente por el maestro. Es el espíritu de investigación y el ímpetu por saber los que realmente arraigan con firmeza nuestros aprendizajes.

Para seguir justificando esta necesidad de trabajar a través de materiales didácticos manipulativos en el aula de matemáticas, queremos respaldarnos en el hecho de que

para llegar al concepto de número tal y como lo conocemos hoy, se ha necesitado un larguísimo proceso de abstracción de la cantidad.

Una pequeña anécdota que nos puede ayudar a entender esto nos la cuenta Guediji, (2011):

Los hombres primitivos contaban sus hazañas mediante dibujos representado fielmente la realidad, pero un día ese artista primitivo procurando economizar su fuerza de trabajo comprendió que representar su historia con un solo bisonte acompañado de <cuatro> trazos le era más fácil, que con <cuatro> bisontes. Un trabajo de conceptualización que permitió pasar del <número de bisontes> al <número> sin más. (p.1)

Con esto a lo que queremos llegar es a lo siguiente: Los hombres primitivos, cuyos niveles de pensamiento estaban menos desarrollados que ahora, los cuales se podrían comparar con la mente de un niño, trabajaban eficazmente desde lo concreto. Por tanto lo lógico sería trabajar de igual modo con los niños, cuyas mentes están en proceso de desarrollo. Partir desde lo concreto para que, a medida que asienten los conceptos, caminen a su ritmo hacia la abstracción desde una base sólida que les produzca seguridad en sí mismos y en lo que realizan, valorando su utilidad.

Un método recomendable para realizar este proceso lento y gradual de lo concreto a la abstracción, que muchos conceptos matemáticos requieren, está basado en proporcionarle al niño: situaciones reales, materiales manipulativos, que toque, que experimente, que haga, que viva las matemáticas, que las valore, que intervenga, que sienta que lo que hace realmente le sirve para algo. Un proverbio chino dice:

“Lo oigo lo olvido,

lo veo lo recuerdo,

LO HAGO LO APRENDO”

En relación con la idea anterior Jean Piaget decía que solo la experiencia permite conocer realmente la naturaleza del número. Por lo que demuestra que la mente no posee una intuición innata del mismo, pero sin embargo nadie recuerda el momento de su adquisición. “No se sabe cuándo nace el número en la mente pero se sabe que no estaba ahí antes”. (Piaget, 1973 citado por Guediji, 2011, p.162)

Para terminar con las justificaciones queremos destacar que muchos matemáticos y pedagogos han ensalzado y ensalzan la necesidad de aprender manipulando, haciendo y jugando. Alguno de ellos como María Montessori, Edouard Claparède, Pere Puig Adam o el psicólogo Jean Piaget han intentado difundir la idea de que los recursos materiales son una idea clave en el aprendizaje.

Por eso pensamos que este es un campo fascinante en el que queda mucho por descubrir y que no recibe la consideración que se merece. Sin embargo los recursos materiales ayudan en gran medida a potenciar aprendizajes significativos y a mantener la atención-motivación de los alumnos.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. Revisión bibliográfica

Como hemos comentado antes, a muchos pedagogos y matemáticos importantes les ha interesado el estudio de las diferentes formas de enseñanza, y han filosofado acerca del uso de materiales didácticos en la enseñanza de las matemáticas, de trabajar a través del juego y la exploración. Por ello, para comprender de forma más científica el gran valor que tiene trabajar mediante estos recursos, analizaremos algunas de las reflexiones que estos han ido realizando a lo largo de los años en torno a este tema.

Comenzaremos con Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), que sin duda es el primer impulsor de la ciencia del niño. El proceso educativo debe partir del entendimiento de la naturaleza del niño. Para él, enseñar es dejar que el niño se forme por sí mismo, que aprenda a hacer sus cosas porque tiene motivos para hacerlas, que conozca el mundo usando sus sentidos, y no a partir de explicaciones. Rousseau sugiere que se le aporten métodos al niño para facilitar su interés, estimulando el deseo de aprender, ya que si el niño sabe algo es porque lo ha comprendido por sí mismo, y no porque se lo hayan dicho.

En “Emilio”, libro publicado en 1762, define los fundamentos para una pedagogía renovada, dónde establece las características de la educación para una sociedad libre. Su principal aportación sin duda fue afirmar que el niño es distinto al adulto y, por lo tanto, está sujeto a su propia evolución, y en base a esto todos los métodos de enseñanza que trataban al niño como a un adulto debían cambiar. Para Rousseau el mundo se entendía a través de los sentidos, y el juego sin ninguna duda es la principal forma de adquirir conocimientos.

Gracias a Rousseau se creó una base filosófica a partir de la cual muchos pensadores y educadores crearían y estudiarían nuevas propuestas educativas para los niños. Algunos de estos pedagogos que centraron sus métodos en diversas premisas argumentadas por Rousseau son: María Montessori, Edouard Claparède, Friedrich Fröebel, Lev Vygotsky, Jean Piaget, Celestin Freinet...

María Montessori (1870-1952), entendía que el niño normalmente tiende a desarrollarse; por lo que se puede concebir la libertad para que esto ocurra. Ella se

dedicó a precisar esa forma de libertad, para que esa expansión obtuviese un progreso positivo. Por lo que el niño se desenvolvía libremente, pero en un ambiente organizado previamente. Se le facilitaban los materiales didácticos que en cada momento se pretendía que usase para alcanzar determinados objetivos. Esos materiales usados de forma correcta y graduados hacía un conocimiento específico buscan ordenar las experiencias del niño.

Por ejemplo observó como en poco tiempo los niños habían adquirido gran gusto por las matemáticas, gracias al uso de esos materiales manipulativos, como las perlas ensartadas en alambres (representado el abstracto concepto de número), las barras con fragmentos coloreados, las formas geométricas con diferentes tamaños...

Para ella la educación no puede ser concebida de una manera en la que el niño olvide sus juguetes e imite al adulto, ya que esto no conforma una educación por formación, sino por imitación.

Montessori, al igual que Rousseau, vuelve a insistir en que el mayor problema está en que se le trate al niño como a un adulto inmaduro. Esto no puede ser así ya que el niño está pasando por una etapa de su vida, la infancia, con sus propias características. Es un estado de cambio en el que es ignorante, activo, inquieto... y trata de acondicionarse a su entorno. Por eso es importante favorecer la autoeducación, donde el maestro solo intervenga creando ese ambiente idóneo para el desarrollo que hemos mencionado antes.

En resumen M. Montessori desarrolló un método pedagógico basado en la organización, el trabajo y la libertad. Acentuó la importancia de comprender la naturaleza del niño para poder guiar su aprendizaje, y facilitarle los materiales didácticos adecuados a cada situación u objetivo educativo.

A finales del siglo XIX, partiendo de las ideas de Rousseau se creó la Escuela Nueva, y con ella toda una revolución científica, pedagógica y psicológica en torno al niño. Entre otros, las aportaciones de Edouard Claparède (1873-1940), tuvieron gran relevancia. Él considero la infancia como una etapa más del desarrollo, con sus propias características, y dijo: "El niño no es un adulto en miniatura, ni una cosa pasiva, sino que tiene necesidades e interese propios, es un ser que juega,

experimenta y se adapta a su entorno” (Claparède, 1908 citado en Sanchidrián, 2003, p.30)

Esta forma de pensar de Claparède analiza la importancia del juego y la necesidad de que el maestro tenga en cuenta los intereses de los niños. La visión que hoy en día tenemos del niño, en la que se procura protegerle de contactos más tempranos de lo debido con la vida adulta, debemos agradecerla a estas aportaciones.

Friedrich Fröbel (1782-1852), al igual que Montessori, fue un gran impulsor de los métodos manipulativos y heredero de la filosofía de Rousseau. Introdujo en la escuela un método educativo basado en el juego, con un nuevo material didáctico que le servía al niño para trabajar diversos aspectos como: posición, forma, color, grosor, tamaño, comparación, simetría, peso, sonido...

Para Lev Vygostky (1896-1934), es más importante el proceso que el producto, por lo que cobran especial importancia todos aquellos materiales que al niño se le proporcionan para optimizar ese proceso.

También debemos mencionar a Célestin Freinet (1896-1966), un maestro de escuela que quiso plasmar en la educación una pedagogía moderna y popular basándose en las premisas de la Escuela Nueva, pero con un carácter aún más social. Sus técnicas conforman una amplia gama de actividades que estimulan el tanteo experimental, la libre exploración del entorno y la cooperación.

He considerado importante nombrar a este maestro de escuela ya que sus aportaciones se fundamentaron directamente en las aulas, donde él mismo pudo observar y confirmar que los aprendizajes se efectuaban a partir de las propias experiencias, de la manipulación que los propios niños podían realizar y de la expresión de sus vivencias.

Respecto a Jean Piaget (1896-1980), uno de los psicólogos más influyentes en la educación, recomienda la manipulación de objetos de forma adecuada para interiorizar las operaciones efectuadas. En contraposición a la escuela tradicional propone un movimiento pedagógico basado en la concepción constructivista¹,

¹ **Constructivismo:** corriente pedagógica que se basa en el aprendizaje significativo, su principal característica es que un nuevo conocimiento debe relacionarse con otros previos del alumno y que este debe adoptar una actitud favorable y autónoma en la tarea. (Ausbel, 1976 citado por Arrieta, 1998, p.109).

proponiendo una enseñanza más activa que partiera de los intereses del alumno, y que sirviera para la vida. Para Piaget el conocimiento no puede ser solo explicado sino que tiene que ser estudiado desde el interior del sujeto. Por ello el profesor debe acondicionar las situaciones y proporcionar los materiales necesarios para que el alumno aprenda.

En “El niño reinventa la aritmética”, Kazuco, (1985) estudia en profundidad las teorías de Piaget entorno a la enseñanza matemática. Ella también aboga por unas matemáticas palpables, rompiendo con la enseñanza tradicional, en busca de esos dos tipos de actividades que Piaget describió como óptimas para la consecución de los objetivos (actividades de la vida cotidiana y juegos matemáticos colectivos).

Los juegos colectivos proporcionan situaciones para que el niño piense; es entonces cuando se consigue que el niño alcance deducciones interesantes. Para que estas tengan valor, es necesario que el profesor dedique tiempo y realice preguntas, consiguiendo que sea el mismo alumno quien deduzca un tipo de problema numérico, formando así el conocimiento lógico-matemático planteado por Piaget. Es aquí cuando se sienten realmente implicados e interesados en aprender más deprisa. Un cuaderno de ejercicios mecánico es muy improbable que provoque esta disposición mental.

4.2. Origen y evolución de los materiales didácticos

Como explica González (2010), “el origen de los materiales lo podemos situar en la tradición filosófica empirista² de los siglos XVII y XVIII. Ya que para los empiristas el conocimiento tiene origen en los sentidos”. (p.2)

Ya hacia 1620 Jan Komenský (1592-1670) un importante filósofo y pedagogo, publicó una guía de la escuela que entre otras cosas dice:

No hay que describir los objetos, sino mostrarlos. Es preciso presentar todas las cosas, en la medida que sea factible, a los sentidos correspondientes; que el alumno aprenda a conocer las

² **Empirismo:** Tendencia filosófica que considera la experiencia como criterio o norma de verdad en el conocimiento.

cosas visibles por la vista, los sonidos por el oído, los olores por el olfato... (Jan Komenský, 1620 citado por González, 2010, p.2)

Poco después Rousseau (1712-1778), redactó las bases del “*aprendizaje experimental*” y la “*educación sensorial*”, dando de esta forma un pequeño impulso a la difusión de los materiales didácticos. En el “*Emilio, libro I*”, escribió:

Antes de la edad de la razón, el niño no percibe ideas, sino imágenes. Siendo sus sensaciones los primeros materiales de su conocimiento, ofrecérselas en un orden conveniente es preparar su memoria... aprende a sentir mirando, palpando, escuchando, y sobre todo comparando la vista con el tacto. (Rousseau, 1762 citado por González, 2010, p.2)

Pero no es prácticamente hasta el siglo XIX cuando un médico francés, Jean Itard (1774-1836), utiliza esos recursos materiales, basados en las teorías empiristas, en la escuela. Trabajó con niños sordos, usando los materiales didácticos para educar a través de los sentidos. Se servía de diferentes materiales (objetos, cuerpos, líquidos...), dependiendo del sentido que se quisiera educar.

Más adelante, el alemán Fiedrich Fröebel (1782-1850) también desarrolló su propio método educativo basado en el juego. Creó una caja con diferentes apartados, los cuales denominó “*donees*”, y en cada uno de estos se incluían diferentes formas (pelotas, bloques, cilindros, cubos, cuadrados, cubos que forman cubos...) con las que el niño debía tener contacto, y a través de las cuales iniciaba los procesos generales de análisis y síntesis.

Posteriormente, y siguiendo un poco la línea histórica, debemos hablar de María Montessori (1870-1952), que continuó el trabajo del médico francés, pero aplicándolo a niños sin problemas. Ella mismo afirmó que: “el niño tiene la inteligencia en la mano” (Montessori, 1914 citado por Alsina, 2004, p.14), haciendo alusión a que los niños aprenden a partir de la manipulación y la experimentación.

Su trabajo fue muy meticuloso y sin duda de gran importancia en la evolución de los materiales como recurso didáctico en la escuela. A ella debemos agradecerle infinidad de materiales, como: regletas de distintos tamaños, material de numeración (con perlas ensartadas) y materiales para la geometría.

Finalmente, para concluir con este breve repaso a la historia de los materiales didácticos, no puedo olvidarme del matemático español Pedro Puig Adam (1900-1960), que en los años 50, recopilando todas las aportaciones anteriores, creó una corriente de educación matemática basada en el uso de materiales didácticos.

En lo que al paso de los materiales por la escuela respecta, hay que decir que tradicionalmente (siglos XIX y mitad del XX), y por lo general, las clases se impartían de forma magistral. Aunque algún profesor, rigiéndose por las teorías constructivistas, usara materiales como cajas para representar cuerpos o metros para medir objetos, haciendo referencias a la vida real.

En los años 70, tras la asociación de algunos profesores, surge un movimiento renovador, olvidándose un poco de la teoría conductista³ imperante hasta entonces, y guiándose por el constructivismo.

En los años 80, con la LGE (ley general de educación) y los Programas Renovados, se pretende que las clases sean más activas, contextualizadas y se busca el uso de juegos y materiales que motiven y apoyen la comprensión del alumno.

A medida que van cambiando los planes de educación, los libros también se hacen más contextualizados, pero aunque estos propongan materiales, es el profesor en última instancia quien decide si usarlos en sus clases o no.

En la actualidad su uso no está muy extendido en las aulas, aunque progresivamente se van considerando como otro recurso de aprendizaje que se puede utilizar en la clase de matemáticas. Algunos colegios van incorporando horas de matemáticas impartidas mediante el uso de materiales o se están creando actividades extraescolares como ALOHA⁴, las cuales ayudan a difundir la importancia del trabajo manipulativo en las aulas. Esto está ocurriendo sobre todo en la Educación Primaria.

³ **Conductismo**: ciencia de la conducta, con la cual se estudia el funcionamiento de la misma. Afirma que la conducta humana es adquirida y las relaciones del individuo dependen de los estímulos. (*conceptos y definiciones.wordpress.com/2011/05/19/definición-de-conductismo. Consulta 8 abril 2014*)

⁴ **ALOHA mental aritmetic** es un programa educativo que potencia la inteligencia de los niños con el uso de tres herramientas básicas: uso del ábaco, aritmética mental y juegos didácticos.

5. MATERIALES DIDÁCTICOS

5.1. Definiciones

Para seguir ahondando en el tema es sin duda necesario comprender qué se entiende por material didáctico o por recurso didáctico, y analizar si el juego lo podemos considerar como tal o si hay una línea que delimita y diferencia entre unos y otros. Para poder sintetizar el concepto, estudiaremos las distintas definiciones que se han propuesto para estas nociones, las cuales presentan diferencias importantes entre ellas.

Álvarez (1996) por ejemplo habla únicamente del concepto de material didáctico y con este término se refiere a: “todo objeto, juego, medio técnico... capaz de ayudar al alumno” (p.9). Una definición similar que también prescinde del término recurso es la de Alsina, Burgués y Fortuny (1988), agrupan bajo la palabra material: “todos aquellos objetos, aparatos o medios de comunicación que ayudan a descubrir, consolidar o entender conceptos en las diferentes fases del aprendizaje” (p.13). Además estos autores crean una lista de clasificación de materiales didácticos donde tienen cabida tanto los creados con fines únicamente educativos (modelos de figuras, ábacos, regletas,...), cómo otros que no los son específicamente (proyectores, videos, lecturas, instrumentos para dibujar o medir...)

Por su parte Hernán y Carrillo (1988) utilizan ambos términos. Al hablar de “material didáctico” se refieren a los *soportes físicos* como: cubos encajables, calculadora, palillos, hojas punteadas en geometría..., que ayudan a la abstracción, permiten enfocar con más rapidez las propuestas. Y cuando hablan de “recursos didácticos”, lo enfocan más hacia el sentido de *estrategias*, refiriéndose a aquellas que el maestro utiliza pero no se pueden ver ni tocar como: los estimuladores del aprendizaje, la consolidación e interrelación de conceptos, etc.

Coriat (1997) también habla de ambos términos, y su postura es remarcar la diferencia entre los dos conceptos. Para él los “materiales didácticos” se crean con fines exclusivamente educativos (serían: libro de texto, fichas de trabajo, geoplano, balanza numérica...), y los “recursos” son utensilios que no se han diseñado para el aprendizaje de ningún concepto matemático, pero que el profesor integra en el aula, con el objetivo de utilizarlos para optimizar su práctica docente (pizarra, ordenador,

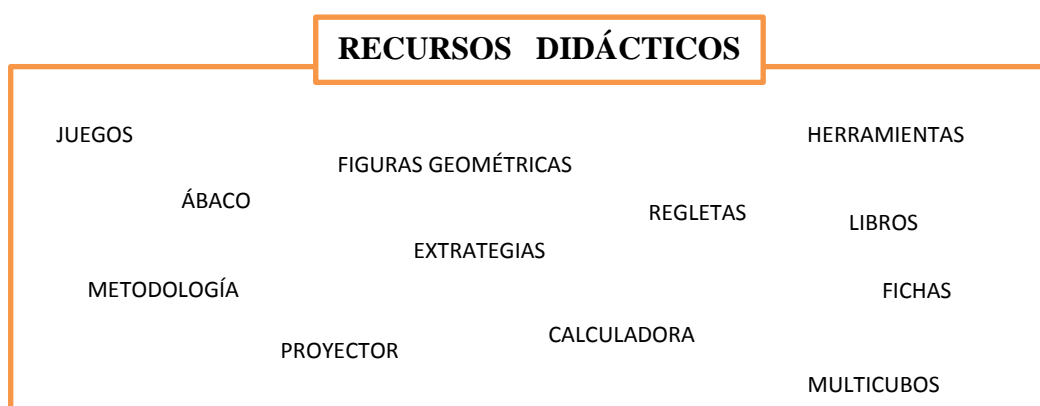
metro, tiza...). Aunque no es nada fácil establecer una delimitación clara entre ambos términos. El mismo Coriat (1997) afirma: “un buen material didáctico trasciende la intención de uso original y admite varias aplicaciones; por ello, no hay una raya que delimite claramente qué es un material didáctico y qué es un recurso” (p.159)

Para terminar, Szendrei (1996) considera que se pueden diferenciar tres grandes grupos. El primero lo forman las “herramientas comunes” (instrumentos de uso cotidiano que también se usa para enseñar), el segundo los “materiales educativos” (materiales artificiales diseñados con determinados propósitos educativos), y el último y como novedad estaría constituido únicamente por los juegos.

Basándonos en las definiciones anteriores queremos delimitar en la medida de lo posibles estos términos según nuestro modo de entender. Para empezar creo que *recurso didáctico* es un término muy amplio, el cual engloba infinidad de conceptos.

Un recurso según la RAE (2014) es: “el conjunto de elementos disponibles o medios de cualquier clase que sirven para conseguir lo que se pretende o para resolver una necesidad”, y didáctico quiere decir que está relacionado con la enseñanza y el aprendizaje.

Por lo que todos esos conceptos que se incluyen bajo término *recurso didáctico* deben tener en común: que se introducen en la clase, en este caso de matemáticas, y optimizan la atención, la motivación, la comprensión y en general el aprendizaje por parte de los alumnos. Cuadro1.



Cuadro1: ¿Qué incluyen los recursos didácticos?

Por lo que el concepto de *material didáctico* quedaría incluido en este gran grupo, al igual que las herramientas, los juegos con fines didácticos, las estrategias, los objetos, los cuerpos geométricos, los medios técnicos, las metodologías, los aparatos, las calculadoras, los libros, las fichas, la pizarra, el proyector... que han incluido los diferentes autores en sus definiciones, expuestas anteriormente.

Como este trabajo se llama “*Materiales en el aprendizaje de las matemáticas*” me gustaría centrarme más en este término.

Lo material es todo aquello que se puede ver, tocar, manipular..., son soportes físicos. Y si hablamos de *materiales didácticos* estamos haciendo referencia a un tipo de *recurso didáctico*.

Dicho esto se puede deducir que todo aquello que se incluya en el aula y el niño lo pueda ver o tocar y además le ayude a aprender es un *material didáctico*. Por lo que dentro de la clasificación hecha anteriormente podríamos ordenar los recursos didácticos en materiales (aquellos que se pueden ver o tocar, e incluso en ocasiones manipular), y no materiales (los usa el profesor en su modo de hacer educativo, pero no es algo palpable). Cuadro 2.



Cuadro2. Organización interna de los recursos didácticos.

Dentro de los recursos materiales se podrían hacer más divisiones como las descritas por los autores anteriormente. Por ejemplo: entre los *estructurados* (creados con el fin de educar) y *ambientales* (de uso cotidiano que se incluyen en la escuela para determinados aprendizajes). O entre los de *uso habitual* (libro, proyector, fichas

de deberes...) y los de *uso manipulativo* (juegos didácticos, ábacos, multicubos encajables...).

Pero como dice Coriat la línea entre estos subgrupos sería muy difusa, y probablemente muchos de estos términos pertenecerían a más de uno de ellos.

5.2. Discusión

Ahora que ya hemos contextualizado el tema, he descrito la evolución del uso de materiales en la escuela, he aportado las diferentes definiciones de material didáctico, además de mi forma de entender la misma, y nos hemos posicionado sin ninguna duda a favor de del uso de los materiales didácticos, creemos que también es necesario ser consecuente y atender tanto a ventajas, que a nuestro parecer son innumerables, como a las desventajas o problemas, a los cuales es probable que tengamos que hacer frente, si se decide trabajar las matemáticas mediante materiales manipulativos.

5.2.1. Desventajas o limitaciones

- Sin duda es necesario que los maestros que vayan a impartir sus clases mediante el uso de materiales didácticos posean gran dominio previo y experiencia con estos en el aula. Además deben ser conscientes de que necesitarán emplear más tiempo para programar su práctica docente.
 - Es importante indicar que el tiempo requerido para alcanzar un mismo concepto, se prolonga si se hace a través del uso de materiales. Pero en contraposición a esta visión negativa, hay que decir que sin ninguna duda el nivel de comprensión que se adquiere de esos conceptos es mucho más profundo.
 - También la ratio de alumnos por clase supone una limitación puesto que el elevado número de alumnos hace más difícil el trabajo con material. Ya que, el trabajar a través del juego y los diferentes materiales manipulativos, supone una mayor organización y la necesidad de varias réplicas de un mismo material.
- Sin embargo he de decir que muchos colegios trabajan hoy en día a través de los desdobles, lo que supone contar con la mitad de alumnos en determinadas horas, momentos que resultarían perfectos para usar los materiales ya que están más controlados y no se necesitarían tantos.

- Muchos colegios también se respaldan en que adquirir materiales y juegos para las clases supondría gran coste económico. Y es cierto, ya que los materiales son caros, aunque también se puede optar por construirlos, crear una clase-laboratorio de matemáticas a la que acudan todos los grupos, o ir adquiriendo poco a poco los materiales, para que año a año el repertorio del colegio sea lo más completo posible.
- Por último su uso se debe normalizar desde el principio para que ni padres ni alumnos lo vea como una pérdida de tiempo. Hay que tener muy claro que es un forma de aprender, y los niños tienen que comprenderlo en todo momento.

Estos son sin duda aspectos a tener en cuenta a la hora de llevar a cabo la incorporación de materiales didácticos en la enseñanza, aunque prácticamente todas estas desventajas se pueden ver desde un lado positivo como he expuesto. Todo va a depender del entusiasmo e interés que los responsables, al desarrollar esta nueva forma de enseñar, tengan para lograrlo.

Creo firmemente que el uso de materiales tiene muchas más ventajas en las que fijarse que sin duda desequilibrarían la balanza positivamente.

5.2.2. Ventajas

El trabajar mediante materiales didácticos supone una infinidad de ventajas tanto a nivel intelectual, como de desarrollo personal y social para nuestros alumnos. Para centrarnos un poco, y comprender por que el hecho de su uso produce tantos beneficios, me gustaría realizar una pequeña introducción antes de exponer una lista de ventajas.

El cerebro está dividido en dos hemisferios y cada uno funciona de forma diferente, el izquierdo piensa en palabras (funciones: pensamiento secuencial, análisis lógico, capacidad de escucha, lenguaje...) y el derecho en imágenes (funciones: memoria fotográfica, creatividad, imaginación, orientación espacial, concentración...). Hoy en día se favorece prácticamente en exclusiva el lado izquierdo perdiéndose así gran potencial cerebral.

El trabajo con *materiales manipulativos* favorece el desarrollo del lado derecho, el cual crea imágenes mentales de la realidad, ayudando al niño a ser capaz de pasar la información de un hemisferio a otro, descodificando el número en imágenes y viceversa.

En definitiva los alumnos que usan materiales didácticos logran estimular las actividades propias del hemisferio derecho, potenciando un desarrollo global del cerebro lo que presenta enormes ventajas. Esto hace que los niños prosperen en matemáticas, pero también en las demás materias aumentando su confianza para enfrentarse a futuros retos.

Gracias al desarrollo global del cerebro podemos destacar numerosas ventajas:

- El uso de materiales supone un rendimiento positivo, desencadena actividad de construcción de pensamiento, ayuda al proceso de formación de modelos mentales (claves en la asimilación de conceptos), facilita la comprensión y constituye un medio suficientemente rico para aprender.
- Permite la reflexión de los conceptos y propiedades matemáticas, en la palma de la mano. Además recrean distintas situaciones de forma más realista de la que se pueden encontrar en libros. Todo esto es básico para que los alumnos construyan sus propias ideas matemáticas.
- La manipulación, observación, reconstrucción... es el bagaje experimental que ayuda a elaborar ideas, obteniendo un producto intermedio entre la experiencia y el concepto (se crea un espacio intermedio entre la realidad objetiva y la imaginación.), el cual tiende a establecerse en la inteligencia con una mayor fijeza y claridad. La manipulación es el camino concreto hacia la abstracción.
- El juego didáctico es un medio de acercar a la educación los verdaderos intereses del niño. Funciona como agente motivador, despierta el interés y la curiosidad, fomentan la escucha, la cooperación y garantiza un aprendizaje atractivo. Además promueven la autonomía, la búsqueda de estrategias, el desarrollo de habilidades y el uso del razonamiento y la lógica. Todo ello mediante la acción lúdica.
- El juego didáctico ayuda a trabajar de forma simbólica, y permite que los niños resuelvan problemas casi de forma inconsciente.
- Optimizan el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que a través de los diversos materiales se puede crear una enseñanza diversificada y rica. Por lo que los

aprendizajes que se transmite logran ser significativos y con un alto grado de concienciación.

5.3. Factores que condicionan la utilización del material didáctico

Los factores más importantes que influyen a la hora de introducir este tipo de recurso en el aula son sin duda: el centro educativo en primera instancia, a continuación los docentes del centro y por último los alumnos y sus familias.

El centro: debe apoyar esta nueva forma de enseñar, para que la metodología y los profesores interesados en seguirla se vean respaldados por toda la comunidad educativa. Por otra parte debe contar con recursos económicos para conseguir materiales o ideas y medios para construirlos. Y además sería conveniente contar con clases amplias en el centro.

El profesorado: también condiciona su uso ya que debe estar formado y su implicación debe ser mayor. También sería interesante que renueven sus conocimientos de forma periódica, con cursos o charlas, las cuales podría ofertar el mismo centro.

Alumnos y familiares: son un factor muy importante, ya que los alumnos debe tener un mínimo interés, disciplina, motivación y comportamiento adecuado. Es necesario tener muy en cuenta el nivel de estos a la hora de ofrecerles materiales.

Además tanto alumnos como padres tienen que percibirlo como una forma de aprender. Por tanto su uso no puede ser esporádico, ya que su influencia sería nula; y considerarían la clase con materiales como un divertimento, con comentarios como “hoy no damos mates”.

6. DESCRIPCIÓN DE MATERIALES DIDÁCTICOS

6.1. Materiales manipulativos

Son los *materiales didácticos* diseñados y creados únicamente para la educación matemática de los alumnos. Gracias a estos se pueden trabajar uno o varios bloques de contenidos de la asignatura. Hay infinidad de ellos, creados por: pedagogos, maestros, matemáticos... como comentamos en otros capítulos.

A continuación veremos algunos ejemplos de materiales manipulativos y analizaremos los contenidos que estos ayudan a desarrollar en nuestros alumnos.

6.1.1. Material de fracciones

Existen diversos materiales didácticos manipulativos creados para trabajar únicamente las fracciones. Las fracciones son un concepto muy importante que se debe aprender muy bien en primaria, ya que si alguna cosa no queda clara, el error se arrastra hasta cursos superiores causándole importantes dificultades al alumno. El uso de un material manipulativo para adquirir las fracciones ayuda en gran medida a afianzar de forma correcta los conocimientos sobre las mismas.

Algunos de estos materiales son el muro o el círculo de fracciones, fabricados en plástico o madera, pero que se pueden construir fácilmente con materiales como papel o cartón. Figura 1.

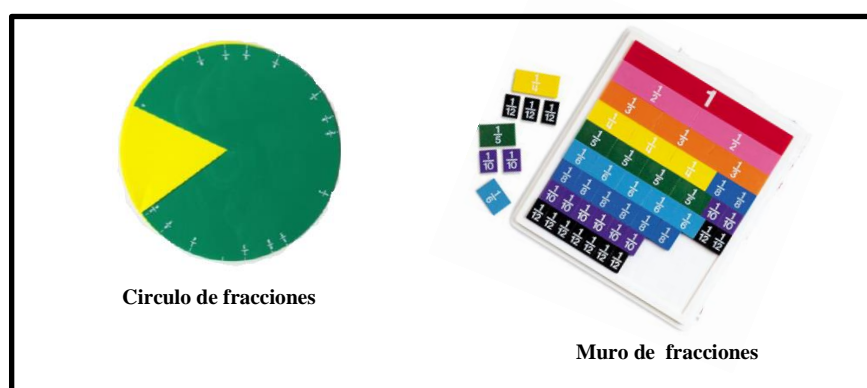


Figura1: Materiales para fracciones.

El círculo de fracciones consta de dos círculos superpuestos de diferentes colores que giran en ambos sentidos. Sobre uno de ellos están escritas las fracciones correspondientes al sector visible, según el movimiento del círculo superior.

El muro de fracciones es una tabla donde se pueden ver representadas las diferentes fracciones desde la unidad hasta la fracción que deseemos. Se podrían utilizar las regletas cuisenaire, para crear una visión similar a la que se pretende con este material, pero este tiene escrita la fracción sobre cada pieza facilitando así la asociación del material con su fracción correspondiente.

Contenidos que se desarrollan

Los niños pueden fácilmente buscar fracciones equivalentes, simplificar fracciones y ordenarlas, sin tener que memorizar reglas, ya que con el material pueden manipular y comprobar sus operaciones fácilmente.

También se pueden realizar cálculos mentales con gran rapidez con el apoyo visual que el material aporta. Su manipulación ayuda a los alumnos a comprender la relación entre los conceptos de fracción y división, y muestra a los alumnos como se pueden componer números a partir de otros más pequeños.

Además es un método muy útil para familiarizarse con sumas y restas de fracciones, es versátil, ayuda a la experimentación y fomenta la ejercitación lúdica de las fracciones.

En concreto, el bloque de contenidos (según los establecidos en el currículo para la asignatura de matemáticas en La Rioja) que podemos mejorar con el uso de fracciones manipulables es el: bloque 1, números y operaciones.

6.1.2. Regletas

Las regletas fueron diseñadas por Mari Montessori, pero un maestro belga, George Cuisenaire, perfeccionó este material para ayudar a sus alumnos en el estudio de la aritmética. Por ello hoy en día todo el mundo las conoce por “*regletas cuisenaire*”, aunque existen variantes como las regletas encajables, las creadas por M^a Antonia Canals o las regletas planas. Figura 2.

Las regletas son un material que consiste en un conjunto de barritas que representan los números del uno al diez. Variando tanto en tamaño (de 1 a 10cm, de forma proporcional al número que representan) como en color.

Las barritas no tienen marcadas las unidades y el número se considera en su totalidad, no como una adición de unidades.

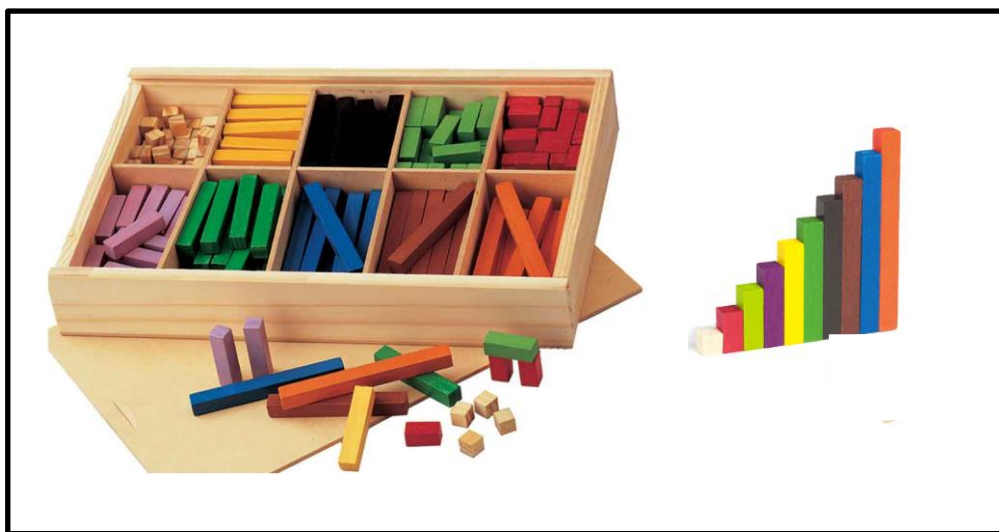


Figura 2: Regletas cuisenaire.

Contenidos que se desarrollan:

Es un material manipulativo especialmente idóneo para la adquisición progresiva de competencias numéricas.

Su manipulación ayuda a aprender la composición y descomposición de los números naturales, además de mejorar el propio conocimiento de los mismos, su ordenación y comparación (equivalencias) entre ellos. Introducen al niño en las operaciones aritméticas básicas de cálculo: suma, resta, multiplicación y división, favoreciendo el cálculo mental.

Se pueden utilizar también para que los alumnos visualicen a la perfección diferentes propiedades matemáticas como la conmutativa, asociativa o distributiva; además de para iniciarlos mínimamente en conceptos de longitud y área.

Mediante estas destrezas los alumnos adquieren progresivamente el *sentido numérico*, lo que les capacita para aplicar buenos razonamientos cuantitativos en contextos reales.

En concreto, el bloque de contenidos (según los establecidos en el currículo para la asignatura de matemáticas en La Rioja) que podemos mejorar con el uso de regletas es el: bloque 1, números y operaciones.

6.1.3. El geoplano

El geoplano es un material manipulativo estructurado propuesto por Gattegno, pero difundido en España por el matemático Puig Adam.

Consiste en una plancha de madera u otro material cuya forma puede variar (cuadrado, triángulo, círculo o rectángulo) en función de las figuras que se quieran trabajar. Sobre la plancha se disponen en forma de cuadrícula (para el de base cuadrada), con triángulos equiláteros (para el de base triangular, conocido como geoplano isométrico) o formando circunferencias (para el geoplano circular), clavos que sobresalgan unos centímetros de la superficie, donde se entrelazarán gomas elásticas de colores para formar figuras geométricas. Figura 3.

El tamaño del geoplano y del número de cuadrículas que se forman puede ser muy diferente, en función de los intereses, aunque suele oscilar entre 9 y 100 puntas.

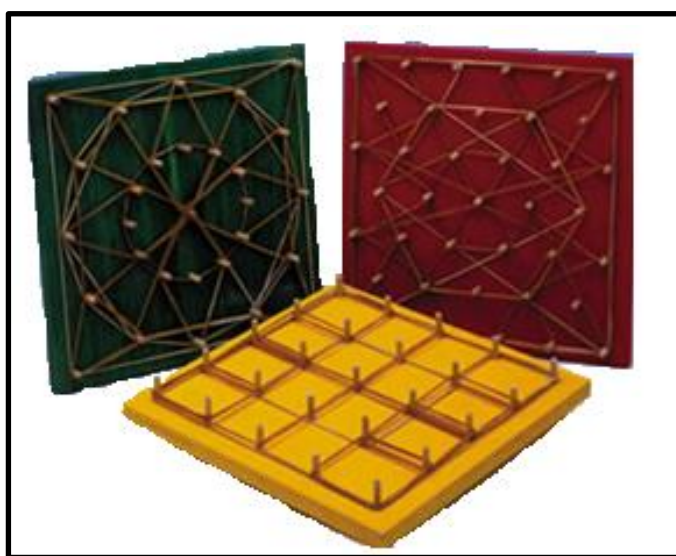


Figura 3. Geoplanos.

Contenidos que se desarrolla

El geoplano es sobre todo útil para el análisis de diferentes aspectos de las figuras geométricas, entre ellos: sus propiedades (número de lados, diagonales, vértices...), relaciones entre figuras (composición o descomposición), relaciones espaciales (posición, distancia...), etc.

Su uso permite visualizar la descomposición de polígonos, además de la construcción de distintas formas a partir de los puntos. También de esta forma se hacen tangibles las propiedades de las figuras (el niño además de verlas, las puede construir y tocar).

Fomenta el desarrollo espacial y la destreza motriz, facilita al alumno la diferenciación de los distintos polígonos y mejora la comprensión de toda una serie de conceptos abstractos que muchas veces o no se entienden o generan ideas erróneas.

En concreto, el bloque de contenidos (según los establecidos en el currículo para la asignatura de matemáticas en La Rioja) que podemos mejorar con el uso del geoplano es el: bloque 3, geometría.

6.1.4. El ábaco

El ábaco es un aparato portátil de uso mecánico, que los romanos crearon, para facilitar el sistema de cálculo de valor posicional. Rápidamente estos se extendieron por todo el mundo, por lo que existen numerosos y diferentes tipos de ábacos según el país. Pueden ser horizontales, verticales, de resto, chino (*Suan-pan*), japonés (*Soroban*), ruso (*Schoty*)... Figura 4.

Pero en esencia todos ellos constan de una estructura compuesta por un número variable de varillas, sobre las que se deslizan un número determinado de bolas.

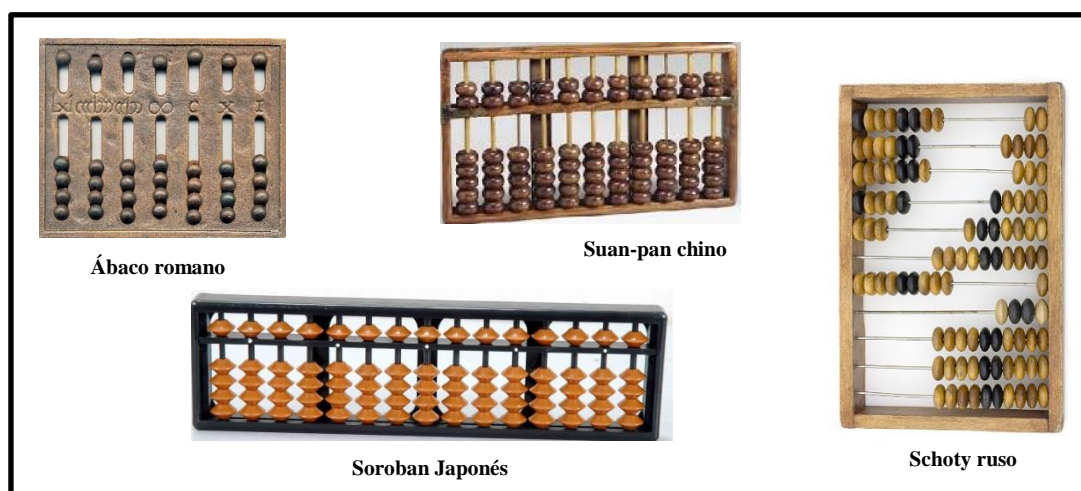


Figura 4: Diferentes tipos de ábacos.

Contenidos que se desarrollan:

El ábaco en sus orígenes se inventó para contar, pero realmente alcanzó su máximo potencial como instrumento de cálculo. La notación de los números en estos materiales se basa en los principios de la numeración decimal. Por lo que su uso facilita en primer lugar la introducción de las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división (al igual que las regletas es un material muy útil para el aprendizaje del cálculo). Y contribuye a aclarar en gran medida los conceptos de unidad, decena, centena, unidad de millar, decena de millar, etc. (dependiendo del número de varillas, y la edad de los niños).

Este es un material más simbólico que las regletas ya que el valor de las bolas no depende de su tamaño, si no de la posición que ocupan, tal como ocurre con la escritura de números. El hecho de que la posición de las bolas coincida con el de la escritura numérica hace que el ábaco sea un material de fácil comprensión.

Además permite concretizar lo abstracto del procedimiento de enumerar, al manipular sus bolas.

Si su uso es el adecuado y se le concede el suficiente tiempo para su práctica se alcanzan resultados increíbles, ya que posibilitan gran rapidez en la realización de cálculos mentales. Naoki Furuyama, japonés de 19 años, campeón mundial de *soroban* es capaz de multiplicar dos números de seis cifras en cuatro segundos. Y afirma que la práctica y las destrezas adquiridas con el uso del ábaco (*soroban*) han potenciado su capacidad de concentración y autodisciplina.

En concreto, el bloque de contenidos (según los establecidos en el currículo para la asignatura de matemáticas en La Rioja) que podemos mejorar con el uso del ábaco es el: bloque 1, números y operaciones.

6.1.5. Tangram

El tangram es un material de origen chino del que se desconoce quién y cuándo lo inventó, aunque data de principios del siglo XIX. También se le conoce como “*tabla de los siete elementos*” o “*tabla de la sabiduría*” ya que para su uso hace falta reflexión y cierta inteligencia.

Este material consiste en la descomposición de una figura plana (cuadrado, ovalo o circulo), construido con papel, cartón, fieltro, madera o plástico, en un número determinado de piezas dependiendo del modelo. Forma, de esta manera, un puzle que puede acoplarse de diferentes maneras para construir figuras geométricas distintas, pero siempre con la misma área. Figura 5.

En la actualidad existen muchos tipos de tangram pero el más conocido es el tangram chino que se caracteriza por tener siete piezas de formas básicas (cinco triángulos, un cuadrado y un paralelogramo), que componen un cuadrado.

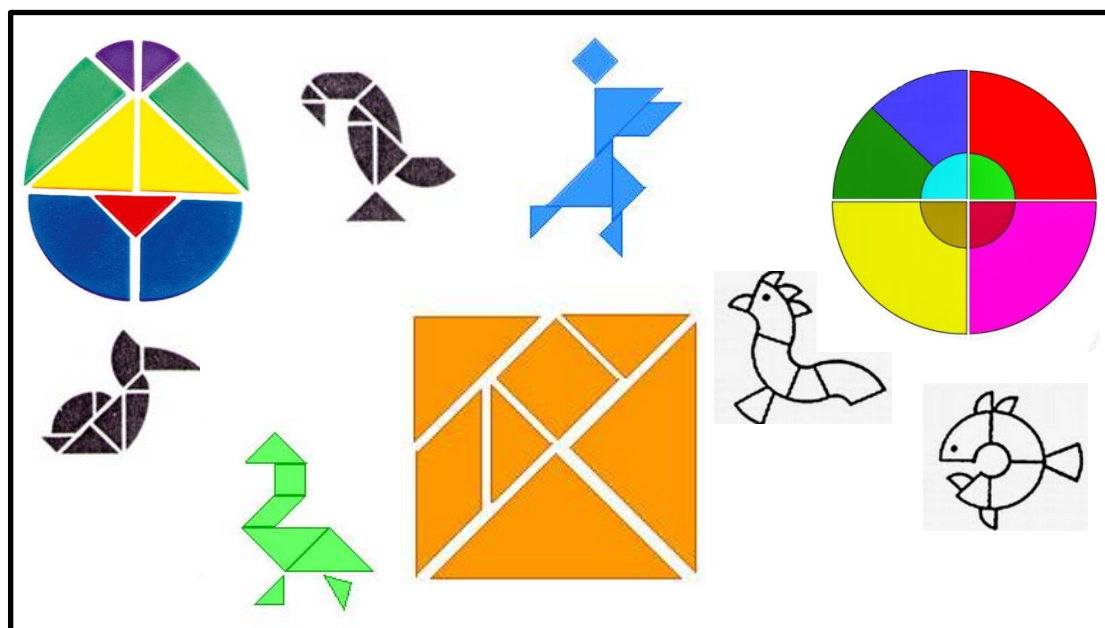


Figura 5. Tangram.

Contenidos que se desarrollan

El tangram es un medio de ayuda a la construcción de conocimiento de forma lúdica y amena, generando situaciones abiertas, donde el alumno tiene la posibilidad de exponer sus propias ideas.

Su uso sirve para introducir diversos conceptos de geometría plana. Algunas de las competencias que se pueden desarrollar con este material didáctico son: el pensamiento abstracto, las relaciones espaciales, la lógica y la creatividad.

Consigue desarrollar destrezas relativas al dominio del espacio que se refieren a la posición, las formas y los cambios de las mismas.

Facilita la proposición de actividades de investigación de áreas, perímetros y simetrías.

En concreto, el bloque de contenidos (según los establecidos en el currículo para la asignatura de matemáticas en La Rioja) que podemos mejorar con el uso del tangram es el: bloque 3, geometría, especialmente relacionado con el bloque 1, números y operaciones y sobre todo con el bloque 2, la medida.

6.1.6. Cuerpos geométricos

El material manipulativo de cuerpos geométricos consiste en un conjunto de modelos de figuras de plástico, madera o papel, creados únicamente para el aprendizaje de propiedades, formas, partes, características, peculiaridades, etc. de los cuerpos geométricos que representan. Figura 6.



Figura 6. Cuerpos geométricos.

Con su uso se evita esa costumbre de transmitir el estudio de los cuerpos geométricos mediante figuras planas o nefastas representaciones que dificultan la comprensión de los conceptos y singularidades de las figuras.

Existen varios modelos, entre ellos los “*cuerpos geométricos rellenables*”, que son mucho más completos ya que tienen una tapa, lo que permite rellenar los cuerpos con diversos materiales (agua, arena, arroz...), pudiendo así reconocer, además de todo lo citado anteriormente, conceptos relacionados con capacidad, volumen, etc.

Contenidos que se desarrollan

Su uso representa un medio ideal en el aprendizaje de la geometría, ya que, de una manera lúdica y por medio de la manipulación, los niños descubren las estructuras y las relaciones geométricas explorando diversas formas y cuerpos geométricos, para una mejor comprensión de la relación de su forma y su volumen.

Las actividades llevadas a cabo con los cuerpos geométricos permiten al niño ser capaz de analizar la información matemática que recibe en situaciones de su entorno, adquirir aprendizajes significativos, desarrollar su pensamiento matemático, identificar lados, caras, vértices y aristas de un cuerpo, comparar magnitudes entre diferentes cuerpos geométricos para identificar en cual cabe más o menos, etc.

En concreto, el bloque de contenidos (según los establecidos en el currículo para la asignatura de matemáticas en La Rioja) que podemos mejorar con el uso de cuerpos geométricos es el: bloque 3, geometría.

6.1.7. Balanza numérica

La balanza numérica es un material manipulativo construido generalmente en plástico, consta de una base en forma de “T” invertida de la que salen dos brazos, formando así una balanza común. Los dos brazos están numerados del uno al diez (en ambos casos del centro al extremo), en cada uno de estos números hay una especie de percha. El material dispone también de un total de 20 fichas, las cuales pesan todas lo mismo, éstas se colgarán en las perchas antes mencionadas, realizando diferentes operaciones y comprobando su igualdad o desigualdad. Figura 7.

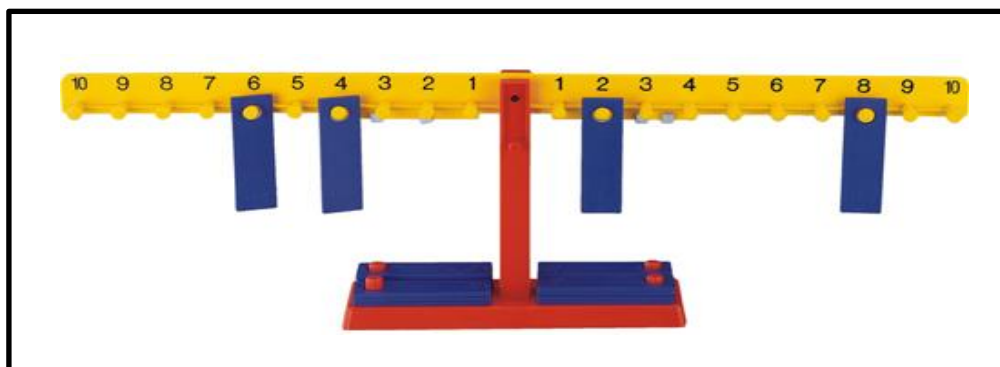


Figura 7. Balanza numérica.

Este material actúa por equilibrio, cuando hay una relación de igualdad entre los brazos, la balanza queda horizontal, de este modo se pueden saber los resultados de sumas, restas, multiplicaciones o diversos conceptos de igualdad-desigualdad.

Contenidos que se desarrolla

Con la balanza numérica los alumnos favorecen el razonamiento y la evolución gradual en la adquisición de las operaciones aritméticas.

Gracias a este material se familiarizan con multitud de conceptos matemáticos básicos como: mayor, menor, igual, equivalente, descomposición numérica, propiedades de las operaciones aritméticas básicas etc. Su uso les ayuda a aprender de forma muy divertida e intuitiva.

Tras la adquisición de los conceptos básicos, empezar con operaciones de suma, resta o multiplicación se hace un proceso mucho más sencillo y asequible para el niño.

En concreto, el bloque de contenido (según los establecidos en el currículo para la asignatura de matemáticas en La Rioja) que podemos mejorar con el uso de la balanza numérica es el: bloque 1, números y operaciones.

6.1.8. Bloques Multibase

Los bloques multibásicos son un material manipulativo diseñado para que los niños lleguen a comprender los sistemas de numeración sobre una base manipulativa concreta. En este caso será de base 10, que es la más utilizada. Este es un concepto muy importante que los niños deben adquirir y que les resulta muy confuso.

El material consta de una serie de pieza generalmente de madera o plástico, que representan unidades de primer, segundo, tercer y cuarto orden (unidades, decenas, centenas y unidades de millar). Figura 8.

Estas unidades esta representadas en forma de cubo (representan el primer orden, unidades), de barras compuestas por tantos cubos como el sistema de numeración marca, en este caso 10 (representan el segundo orden, decenas), por placas compuestas en cada lado por tantos cubos como indique la base del sistema de

numeración, en este caso 10×10 (representan el tercer orden, centenas) y por último los bloques formados por $10 \times 10 \times 10$ cubos (representan el cuarto orden, unidades de millar).



Figura 8. Bloques multibase 10.

Contenidos que se desarrollan

Es un material fantástico para comprender en primer lugar el sistema decimal de numeración, las operaciones, hacer una aproximación a los algoritmos y como iniciación al álgebra.

Permite al alumno desarrollar sus habilidades operacionales, la estimulación del razonamiento deductivo, el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas aplicables a los sistemas de numeración en distintas bases, aunque principalmente en base 10. Además permite abordar temas relacionados con medida, longitud, área, volumen y capacidad. Estimula también la creatividad y el ingenio al realizar construcciones con los cubos

En concreto, el bloque de contenidos (según los establecidos en el currículo para la asignatura de matemáticas en La Rioja) que podemos mejorar con el uso de bloques multibasicos es el: bloque 1, números y operaciones, especialmente relacionado con el bloque 2, la medida y con aplicaciones en el bloque 3, geometría.

6.2. Materiales virtuales

Son *materiales didácticos* con los que podemos interactuar y aprender muchas cosas pero que están creados en diferentes soportes digitales. Estos pueden haber sido creados con el objetivo de educar únicamente o de entretener, pero si los llevamos al aula se convierte en un recurso didáctico, lo que quiere decir que les hemos encontrado una utilidad didáctica.

Hay infinidad de ellos, y de muy fácil alcance, ya que hoy en día todo el mundo tiene rápido acceso a la web, y prácticamente en todos los colegios hay al menos una sala de ordenadores. A continuación veremos algunos ejemplos y analizaremos los contenidos que estos ayudan a desarrollar en nuestros alumnos. También hay que decir que ésta es una opción de *material didáctico* más barata, que las vistas hasta ahora.

6.2.1. La oca de las multiplicaciones

Juego online para una o dos personas extraído de Abarca (s.f.). Consiste en un tablero virtual similar al de la oca (Figura 9). Tienen un total de 48 casillas y cada una de ellas es un mini-juego que nos permite practicar las multiplicaciones. Para ganar hay que ir avanzando por el tablero. Para avanzar es necesario completar los mini-juegos en los que caigas al lanzar el dado, antes de que se agote el tiempo dado y sin alcanzar el número de fallos establecido para cada mini-juego. Si no se consiguen realizar con éxito la ficha retrocede. Gana el primero que llegue a la casilla final.



Figura 9: Oca de las multiplicaciones. Casillas 1-15.

Contenidos que se desarrollan

Las multiplicaciones son sin duda el principal concepto que se trabaja con este juego, ya que todo el tablero está compuesto por mini-juegos que permiten practicarlas. Pero de forma indirecta también podemos comprobar que los niños pueden: afianzar el cálculo mental, desarrollar diferentes estrategias de actuación, mejorar el ritmo de trabajo ante una situación propuesta con un tiempo determinado, fomenta el compañerismo, les prepara para situaciones de la vida real...

6.2.2. Vídeos didácticos

Hay infinidad de ellos en la red. No son necesarios para explicar el temario, pero sí puede ser una ayuda simultánea a la explicación del profesor. Con este tipo de vídeos la información llega a nuestros alumnos tanto por el canal auditivo como por el visual, lo que sin ninguna duda ayudará a crear aprendizajes más significativos y visuales fáciles de traer a la memoria. Hay vídeos con explicaciones realmente buenas, y aunque solo sea por las representaciones que muestran merece la pena verlos, ya que no tiene nada que ver con los dibujos que pueden aparecer en los libros de texto de nuestros alumnos.

La única dificultad estaría en elegir correctamente el vídeo, dependiendo de la edad y el contenido que se quiera desarrollar, pero con un poco de tiempo se pueden localizar vídeos excelentes que complementen a la perfección las clases de matemáticas.

Como he dicho hay una variedad inmensa de ellos, pero me gustaría aportar una pequeña lista de alguno de ellos que me han gustado especialmente:

- *Bloque 1. Números y operaciones.*
 - <https://www.youtube.com/watch?v=zI9Jz0uS9Sg> ¿Qué son las fracciones?
 - <https://www.youtube.com/watch?v=DnXXHjqssg4> Aprender a sumar.
 - <http://educacion.practicopedia.lainformacion.com/educacion-primaria-y-secundaria/como-calcular-un-porcentaje-416> Cálculo de porcentaje.

- https://www.youtube.com/watch?v=VIOUvpAuS38&list=TLORyqbEX0fPW6Xch3q3kU_j7V3UMI24KK División números naturales con cociente decimal.
- <http://educacion.practicopedia.lainformacion.com/matematicas/como-hallar-los-multiplos-2024> Como hallar múltiplos.
- <http://educacion.practicopedia.lainformacion.com/matematicas/como-son-los-numeros-rationales-17301> Cómo son los números racionales.

- *Bloque 2. La medida: estimación y cálculo de magnitudes.*
 - https://www.youtube.com/watch?v=UvFcaat_aas Medidas de longitud.
 - <https://www.youtube.com/watch?v=fyqLLCzASF4> El volumen.
 - https://www.youtube.com/watch?v=ZqE1AAS_RZM Múltiplos y submúltiplos del metro.

- *Bloque3. Geometría.*
 - <https://www.youtube.com/watch?v=XPRSONHI-bQ> ¿Cuáles son los diferentes cuerpos geométricos?
 - <https://www.youtube.com/watch?v=2Cq-N5DDNg4> Volúmenes.
 - <https://www.youtube.com/watch?v=8EFVgK9JMPE> Paralelogramo
 - <http://educacion.practicopedia.lainformacion.com/matematicas/como-calcular-el-area-de-un-circulo-2371> Área del círculo.
 - <http://educacion.practicopedia.lainformacion.com/matematicas/como-calcular-el-area-de-un-poligono-2370> Cómo calcular el área de un polígono.

- *Bloque4. Tratamiento de la información: azar y probabilidad.*
 - <https://www.youtube.com/watch?v=W1RyWUC5t40> Probabilidad 2 de 3 sucesos.
 - <https://www.youtube.com/watch?v=3b2Owl7cfbQ> Probabilidad básica.
 - <https://www.youtube.com/watch?v=9QjVXWqS8Q4> Proporcionalidad.
 - <http://educacion.practicopedia.lainformacion.com/matematicas/como-se-resuelve-un-problema-de-probabilidad-10823> Problemas de probabilidad.

Sin ninguna duda, este será un *recurso didáctico* que, deberá ir siempre acompañado o precedido por las aclaraciones del profesor. Se deberá conocer a la perfección el contenido del vídeo y, si es preciso, anotar los minutos del mismo que se desean utilizar, para evitar pérdidas de tiempo, distracciones de los alumnos, o confusiones con conceptos que aún no se pretendían impartir.

6.2.3. Cálculo mental animado

Consiste en una presentación con música que dura cuatro minutos realizada por Barbachano (2012b), en la cual aparecen números de diferentes formas, con movimientos y colores variados. Hay un total de 11 órdenes escritas (por lo tanto once operaciones diferentes), según los criterios que éstas marquen. Los niños deberán realizar cálculos mentales sencillos siguiendo las indicaciones, y tras varios segundos para hacer la operación, el resultado también aparecerá en la pantalla.

Es una actividad muy divertida que requiere la atención de los alumnos. Se puede utilizar al principio de cada clase de matemáticas para mejorar el cálculo mental, y basándose en esta misma presentación, se pueden crear videos similares con diferentes operaciones, variando la velocidad de las actividades, los niveles de dificultad, etc.

Contenidos que se desarrollan

Este mismo autor tiene publicadas varias presentaciones similares, en las que se trabaja el cálculo mental a diferentes niveles, las fracciones, aspectos de los polígonos, etc. Por lo que los contenidos que se desarrollan variarán mucho dependiendo de la presentación que se utilice. Los tres videos más significativos de este autor ayudan a desarrollar en los alumnos:

- Cálculo mental de sumas, restas y multiplicaciones.
- Nociones básicas de geometría (lados, caras y aristas).
- Cálculo indirecto de volúmenes por la unidad.
- Introducción a las fracciones y su práctica.

El trabajar estos conceptos es muy importante, y el hecho de hacerlo a través del proyector de la clase hace que la actividad motive a los alumnos y llame su atención. Además, el tiempo es un elemento que determina la actividad, así que los motiva y

les hace competir entre ellos, algo que es bueno y necesario, siempre en su justa medida.

En concreto, los bloques de contenidos (según los establecidos en el currículo para la asignatura de matemáticas en La Rioja) que podemos mejorar con el uso de estas presentaciones virtuales son: el bloque 1, números y operaciones y en menor medida el bloque 3, geometría.

6.2.4. Materiales manipulativos virtuales

Son aquellos programas que nos permiten trabajar con todos los materiales manipulativos expuestos en la sección anterior, entre otros, de forma virtual, a través del ordenador, la tablet, el móvil, etc.

El trabajar mediante soporte digital hace que los costes que puede suponer la adquisición de esos materiales se eviten, además su uso permite visualizar en la pantalla muchos de los conceptos difíciles de explicar. Con estos programas se pueden también mover las piezas con el ratón o experimentar las diferentes posibilidades matemáticas. Pero cabe decir que el hecho de saltarse la manipulación directa que los materiales manipulativos permite, el tocar las piezas, poder colocarlas, notar sus diferencias de peso, de forma, de características, de cantidad...en la palma de la mano, hacen que estos programas de representación virtual sean una opción válida pero no la mejor opción.

- http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_281_g_2_t_4.html?open=activities&from=category_g_2_t_4.html Geoplano.
- http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_112_g_2_t_4.html?open=activities&from=category_g_2_t_4.html Tangram.
- http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_201_g_3_t_2.html?open=instructions&from=category_g_3_t_2.html Balanza.
- http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_152_g_3_t_2.html?from=category_g_3_t_2.html Bloques multibase.
- http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_196_g_4_t_1.html?open=activities&from=category_g_4_t_1.html Ábaco.

- http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_106_g_4_t_1.html?from=category_g_4_t_1.html Fracciones.
- http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_195_g_4_t_3.html?open=activities&from=category_g_4_t_3.html Cuerpos geométricos
- http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_180_g_2_t_1.html Recta numérica.
- http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_128_g_4_t_3.html Solidos platónicos.

6.2.5. El tanque matemático.

Para terminar con esta pequeñísima muestra de materiales virtuales, quiero exponer una excelente página web elaborada por Ramos (2013), del “CEP. Norte” en Tenerife (Figura 10). Esta página está prácticamente dedicada en exclusiva a las matemáticas, aunque también hay pequeñas nociones de conocimiento del medio y lenguaje.



Figura 10: Pagina web: El tanque Matemático.

La web tiene más de 200 actividades en forma de fichas y juegos interactivos muy divertidos, que ayudan a desarrollar prácticamente todos los contenidos de matemáticas, principalmente del tercer ciclo (5º y 6º de Educación Primaria). Pero al igual que todos los materiales comentados hasta el momento, la clave está en saber buscar las actividades que sean adecuadas a cada nivel o se puedan utilizar con un grupo-clase determinado.

Todas las actividades referentes a cálculo mental, o al aprendizaje y memorización de las tablas de multiplicar, tienen diferentes niveles, por lo que se pueden utilizar desde segundo de primaria que es cuando comienza el estudio de las mismas.

En la imagen podemos ver la página principal de la web, pero accediendo a cada uno de sus enlaces hay infinidad de posibilidades, juegos, actividades, pantallas para la pizarra digital, fichas... que ayudarán a los alumnos a aprender divirtiéndose y a mantenerse motivados en la clase de matemáticas.

Contenidos que se desarrollan

He decidido mencionar esta página porque me parece muy completa y apropiada para incluir en el aula. Si se emplea el tiempo suficiente para conocer su contenido y se baraja la posibilidad de incluirlo en la clase. Es una opción excelente para trabajar infinidad de contenidos, como:

- Estudio, práctica y autoevaluación de las tablas de multiplicar.
- Relación entre las unidades de masa, longitud y capacidad.
- Resta, suma y división de fracciones.
- Hallar la fracción de un número y el común denominador de dos fracciones.
- Multiplicación y división por la unidad seguida de ceros.
- Descomposición, comparación, lectura y escritura de números decimales.
- Suma, resta y multiplicación de números decimales.
- Cálculo de múltiplos y divisores. (Uso de regletas cuisenaire)
- Estudio, práctica y memorización de las horas.
- Introducción a conceptos más difíciles: la raíz cuadrada y las potencias.
- Desarrollo del pensamiento lógico-matemático con juegos para pensar.
- Estudio de la proporcionalidad (magnitudes directamente proporcionales, reducción a la unidad, tanto por ciento de una cantidad, ...)
- Ángulos y su medida (grados, minutos y segundos).

6.3. Juegos didácticos

Son los juegos que pueden servir para educar, bien tal y como están diseñados, o bien modificando sus reglas o elementos. Son por tanto *materiales didácticos* que mediante la actividad lúdica nos sirven para enseñar o afianzar determinados conceptos.

Existen muchos juegos didácticos, pero además, con un poco de imaginación y creatividad, muchos de los juegos que se conocen hoy en día se pueden rediseñar buscando objetivos didácticos además de la diversión de los niños. Los juegos didácticos son un *recurso* muy útil ya que a los niños les encanta jugar. Por lo que si además de jugar aprenden, podrán asociar las matemáticas a algo divertido, e ir a clase con entusiasmo y motivación.

Para que sean útiles deben ser “normales” en la clase, es decir el profesor tiene que conseguir que los alumnos consideren los juegos como actividades escolares usuales, procurando además que no pierdan el interés por las mismas y que no se conviertan en actividades rutinarias. Estas actividades pedagógicas elevan el nivel de competitividad de aprendizaje de los alumnos. Su uso es más conveniente para *afianzar conceptos* ya que tienen que tener nociones mínimas de aquello a lo que se juega. También ayuda a la mejora de aspectos socializadores como: la comunicación, la colaboración, el compañerismo, el respeto de reglas y turnos, etc.

A continuación veremos algunos ejemplos y analizaremos los contenidos que con estos se mejoran en nuestros alumnos.

6.3.1. Cartas

Las cartas dan muchísimo juego en las clases de matemáticas, ya que son un material muy fácil de construir, por lo que se pueden crear cartas de todo tipo y para trabajar cualquier concepto que nos propongamos. Hay muchos juegos que se pueden llevar a cabo con ellas, y dependiendo de lo que estas reflejen se desarrollarán unos u otros conocimientos.

6.3.1.1. Parejas

El juego de encontrar parejas es muy eficaz, fácil y divertido. Es un juego para dos o más jugadores, y las edades dependerán del tipo de cartas que se usen en cada momento. Consiste en un número determinado de cartas, las cuales se colocan sobre una mesa boca abajo. Por turnos se van levantando dos de ellas, si estas son pareja el jugador que las encontró se las guarda en un montón y puede seguir levantando más parejas de cartas hasta que falle. El jugador que más cartas tenga gana.

- Parejas de fracciones. En esta variante las cartas son de dos tipos, las que tiene la representación gráfica de una fracción y las que tienen la representación numérica. El objetivo es hacer parejas haciendo coincidir cada carta de representación gráfica con una de representación numérica. Con este juego se mejora la asimilación del concepto de fracción además de la memorización y el aspecto socializador del juego. Figura 11.

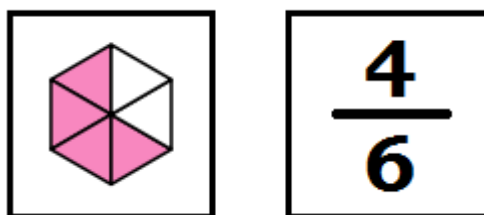


Figura 11: Pareja de fracciones.

- Huckleberry Hound. Es una variante de este juego extraído de Kamii (1985). Sería para niños de 5-6 años. Las cartas tienen dibujos y en la esquina superior derecha un número, hay de uno, dos, tres, cuatro, cinco y de diez puntos. Dependiendo de los puntos hay un número diferente de parejas. Con esta variante los niños tienen que encontrar las parejas, pero para saber quién gana deben discutir acerca de como contabilizar los puntos. Si se suma el número total de cartas conseguidas, si se suman los puntos de cada carta o si solo se suman los puntos indicados una vez por pareja. Con este juego podemos fomentar las destrezas sociales que hemos comentado anteriormente además de afianzar las sumas, mejorar la memoria y la búsqueda de estrategias.

- Parejas de operaciones. En este caso las cartas tendrán números u operaciones, sumas restas, multiplicaciones, o divisiones. Las parejas se harán entre cartas con el mismo valor, ya sea entre: cartas de operaciones, de números solos o de operación y número. Esta variante es muy útil ya que se puede ajustar perfectamente a todos los niveles, creando las operaciones más adecuadas. Con este juego practicamos todas las operaciones básicas, además desarrollamos la velocidad de cálculo mental. Figura 12.

2 + 5 + 8 - 4	2 x 5 + 1
----------------------	------------------

Figura 12: Pareja de operaciones.

6.3.1.2. Lógica

Existen diversos juegos de cartas que contribuyen al desarrollo del razonamiento lógico-matemático, el cual incluye las capacidades de identificar, relacionar y operar, aportando las bases necesarias para para adquirir conocimientos matemáticos. Permite además el desarrollo de competencias para la solución de nuevas situaciones lo que está relacionado con todos los bloques matemáticos.

Un juego de este tipo, muy interesante y que me gustaría compartir es el conocido como “SET” creado por Jean Falco en 1988. Se trata de un juego de pensamiento matemático y lógica, que combina las matemáticas con la agilidad y la percepción visual. Este juego contribuye a ejercitar la mente y aumentar la concentración.

Es una baraja formada por 81 cartas, todas ellas diferentes. Cada carta tiene una variación de las cuatro características siguientes: forma (ovalada, ondulada o rectangular), color (verde, morado o rojo), número (uno, dos o tres) y relleno (lleno, rayado o vacío).

El objetivo del juego es localizar un SET en las 12 cartas que se colocan sobre la mesa. Un SET está formado por tres cartas, las cuales deben tener cada una de sus variantes iguales en las tres cartas o diferentes en las tres. Figura 13.

Para jugar se colocan 12 cartas en el tablero, se localiza el SET, si es correcto el jugador que lo ha encontrado, lo retira del tablero y gana un punto. Cada vez que se retiran cartas del tablero se rellena los huecos hasta que no queden cartas en el montón. El que más SET haya conseguido gana.

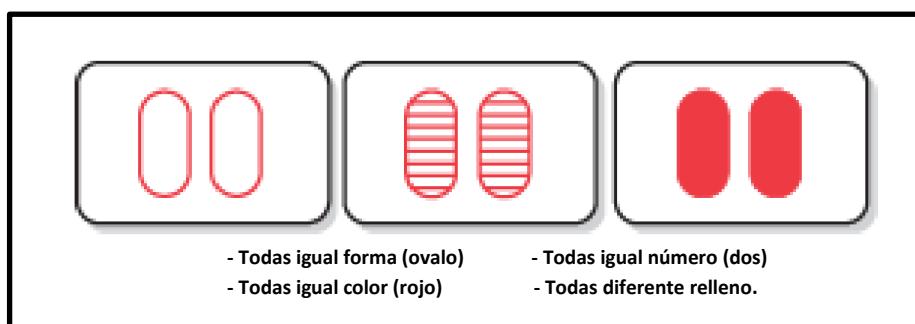


Figura 13. Un SET.

Con este juego además del desarrollo lógico-matemático comentado anteriormente se fomenta la concentración, muy necesaria para la localización de los SETs.

6.3.1.3. Tradicionales

Muchísimos juegos de cartas de toda la vida pueden implicar un aprendizaje matemático, aunque no nos hayamos parado a pensar en ello. La baraja española es muy popular en el entorno del niño, fácil de adquirir y con diversas aplicaciones.

Multitud de juegos desarrollan destrezas matemáticas, sobre todo de mejora en el cálculo mental de operaciones básicas, de forma indirecta y divertida para los alumnos. Son interesantes juegos como:

- La guerra. Juego en el que se reparte toda la baraja entre dos jugadores, cada jugador pone su montón boca abajo y simultáneamente levantan la carta superior de su montón. El jugador que haya sacado el número mayor gana las dos cartas. Si ambas cartas coinciden, comienza la “guerra” en la que ambos

jugadores colocaran una carta boca abajo sobre la que produjo el empate y otra boca arriba que determinará de nuevo quien gana, en este caso las seis cartas depositadas sobre la mesa. Gana el juego el jugador que más cartas tenga. Con este juego se practican los conceptos: “*mayor que*” y “*menor que*”.

La “*Doble Guerra*” es una variante de este juego muy interesante extraída de Kamii (1985). En este caso cada jugador dividirá sus cartas en dos montones iguales y destapara dos cartas a la vez en cada turno. En esta variante los jugadores deberán ponerse de acuerdo si quieren practicar sumas o restas. Según sea la decisión deberán sumar o restar sus dos cartas y quien tenga mayor resultado ganará las cartas.

Con esta variante además de trabar los conceptos anteriores se practica el cálculo mental, lo que proporciona agilidad y rapidez mental.

- La escoba. El objetivo de este juego es conseguir sumar 15, teniendo en cuenta que la sota vale 8, el caballo 9, el rey 10 y todas las demás cartas el número que indican. Para comenzar cada jugador obtiene 3 cartas y sobre la mesa se colocan 4 boca arriba, en cada turno el jugador correspondiente debe combinar una de sus cartas con al menos otra de las de la mesa para sumar 15. Si para lograr los quince utiliza las cuatro cartas que hay sobre la mesa se llama “escoba” y anota un punto.

Cuando todas las cartas se acaban se hace el recuento dependiendo del tipo de carta, teniendo en cuenta las condiciones de valor. Cuadro 3.

Cada escoba	1 punto.
Tener todos los oros	2 puntos.
Tener más oros que el resto	1 punto.
Tener el 7 de oros	1 punto.
Tener todos los oros	2 puntos.
Tener más oros que el resto	1 punto.
Tener más cartas que los demás	1 punto.

Cuadro 3. Recuento de puntos en el juego “*La escoba*”.

Con este juego se practica principalmente la suma mental mediante la combinación de diferentes números.

- El siete y medio. En este juego los participantes tienen que conseguir un número lo más cercano a 7,5 pero sin pasarse. Hay que tener en cuenta que cada carta vale su valor, exceptuando las tres figuras que valen 0,5. Cada jugador recibe una carta boca arriba, según su valor puede pedir al repartidor tantas cartas como estime necesario que le acerquen al objetivo, estas se recibirán boca abajo, cuando crea conveniente se planta y el siguiente jugador pide cartas, cuando todos se hayan plantado se levantan y se comprueba quien está más cerca del 7.5. El más cercano gana.

Una variante que se puede introducir en clase es cambiar el número objetivo para que las sumas que tenga que realizar sean mayores.

Con este juego se practica la suma, los números con decimales, la estimación y aproximación de números...

6.3.2. Juegos de mesa

Los juegos de mesa son un material muy divertido que encanta a niños y mayores. La cantidad de juegos de mesa que existen hace que las posibilidades que estos nos ofrecen sean infinitas.

Los juegos pueden sentar las bases de sencillos conceptos muy importantes para la posterior resolución de problemas. A la vez facilitan la discusión de situaciones elementales y fomentan el trabajo de forma amena y más atractiva. Jugar con los números puede ser un buen inicio para comenzar a conocer la matemática, favorecer el pensamiento lógico y la creatividad.

Existen juegos de mesa que en sí mismo ya implican un aprendizaje matemático y hay otros que estableciendo nuevas normas o remodelando un poco su estructura nos pueden funcionar muy bien en clase.

6.3.2.1. Sumachis

Es un juego de carreras de sumas, restas y multiplicaciones. Se puede adaptar a diferentes niveles según las operaciones que se propongan. Para jugar se necesita un tablero (Figura 14) muy sencillo, en el cual está dibujada una especie de pista de

carreras con cinco carriles, uno para las operaciones y otro para los cuatro posibles jugadores, también se necesita un dado de seis caras y las fichas del parchís.

Para comenzar, cada jugador coloca su ficha en la casilla de salida y el carril correspondiente a su color. La primera tirada avanzaran tantas casillas como el dado indique, pero en las siguientes deberá realizar la operación que marque la casilla de su izquierda teniendo en cuenta el resultado obtenido en el dado.

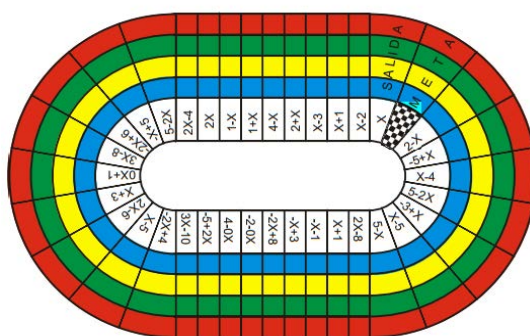


Figura 14. Tablero “Sumachis”.

Si se realizan diferentes tableros hay que tener en cuenta el nivel de los alumnos, para que las operaciones no den resultados negativos.

Con este juego se puede trabajar el reconocimiento de números, el conteo de puntos en el dado, realización de operaciones sencillas mentales, el respeto hacia las normas y turnos establecidos.

6.3.2.2. El juego del Yacaré.

El juego está formado por un tablero de recorrido sinuoso con un total de 63 casillas (Figura15), un dado, tantas fichas como jugadores quieran participar (sin ser un número muy elevado), una tabla de retos, y un papel para anotar los puntos.

Cada jugador selecciona su ficha y se coloca en la meta. En orden lanzan el dado y avanzan tantas casillas como este indique. Hay que tener en cuenta las condiciones de las casillas especiales y cumplir sus órdenes. Si una ficha cae en el lugar en el que esta otra esta segunda de be retroceder al lugar de la primera.

Para ganar este juego hay que conseguir el mayor número de puntos posibles y estos se obtienen acertando los retos propuestos (en la “hoja de retos” ANEXO1) para cada casilla. Cada reto acertado suma un punto, cada reto acertado en una casilla con escarabajo suma dos y el primero que llegue a la meta suma tres puntos. Cuando todas las fichas lleguen al final se sumaran los puntos anotados en la hoja y se averiguará el ganador.

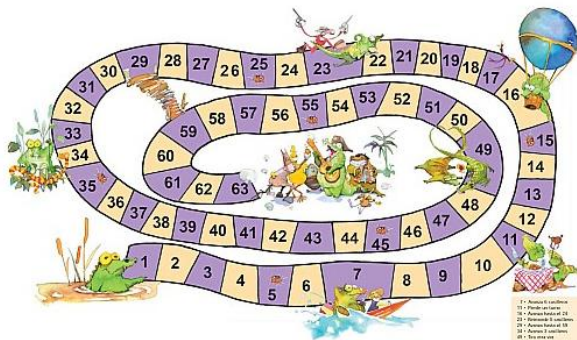


Figura 15. Tablero “Juego del Yacaré”.

Su diseño original permite la práctica de las tablas de multiplicar, pero modificando la “hoja de retos” o creando unas tarjetas de preguntas se puede usar este juego perfectamente para explorar diversos temas, tanto matemáticos como de otras áreas.

Con este juego se practica la memorización de las tablas de multiplicar lo que tiene un efecto directo sobre la forma en que los alumnos progresan en matemáticas y otras materias. El aprender las tablas de esta manera tiene muchas ventajas incluyendo una mayor confianza en uno mismo.

6.3.2.3. El dominó

El popular juego del dominó se puede adaptar a infinidad de contenidos que nos ayuden con el aprendizaje de las matemáticas. El domino es un juego para cuatro personas que consta de 28 piezas con siete resultados diferentes. Cada resultado aparece en 7 fichas: en una doble y en otras seis fichas con los otros 6 resultados.

El objetivo del juego es colocar todas las piezas que te han repartido sobre la mesa antes que el resto de jugadores. Se reparten 7 piezas a cada jugador y el

resto se retiran para “robar”. Empieza colocando ficha el que tenga el doble más alto, a partir de entonces los demás jugadores deberán hacer coincidir sus fichas con alguna del tablero, si no pueden deberán coger fichas del montón retirado hasta que alguna la pueda colocar en el tablero. En el momento que no se pueden poner más fichas se acaba el juego y gana el jugador que menos fichas tenga.

A continuación veremos dos variantes del domino convencional, uno para la práctica de fracciones y el otro para los conceptos de volumen y capacidad. El juego se realizara de la misma forma solo que en vez de hacer coincidir números deberán coincidir los parámetros indicados en cada ocasión:

- En el dominó de fracciones estas aparecen representadas de cinco maneras diferentes. Cuatro en forma gráfica (círculos, polígonos, barras, y bloques) y en forma numérica de fracción. Figura 16.

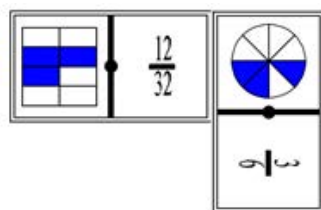


Figura 16. Dominó de fracciones.

- En el dominó de volúmenes y capacidad, representa diferentes medidas indicando en que base esta. En esta ocasión hay que unir las medidas que representen el mismo valor. Para jugar con este dominó sería conveniente recordar a los alumnos: “ $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}^3$ ” y “ $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}^3$ ”. Figura 17.

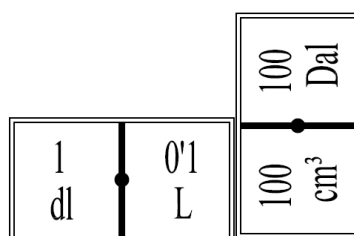


Figura 17: Dominó de volúmenes y capacidad.

Al igual que se han creado estos dominós se pueden crear otro muchos con diferentes conceptos. Solo hay que tener en cuenta el nivel de los alumnos, los conceptos que estos ya poseen y adaptar el juego a estas condiciones. Es

importante recordar que aunque el juego puede ser útil para enseñar, el verdadero peso que les podemos asignar a estos es para, mejorar, practicar y afianzar los conceptos ya estudiados.

6.3.2.4. *Bingo*

El bingo al igual que el domino es un juego de toda la vida que puede servirnos para practicar numerosos conceptos de forma que los niños se interesen y emocionen con el aprendizaje. A los niños les encanta, es una experiencia emocionante que funciona muy bien con grupos grandes.

El bingo es un juego en el que se extraen bolas de un bombo al azar y se dice en alto el número que contienen. Cada participante posee un cartón con números, los cuales deberán tachar a medida que se nombren.

El primer jugador en tachar una línea completa ya sea diagonal, horizontal, o verticalmente dice “línea” en alto y gana la primera parte. Luego se sigue jugando hasta que otro rellene el cartón entero, en este caso deberá decir “bingo”.

Este material es muy fácil de construir por lo que es sencillo practicar multitud de conceptos con él, ya que solo habría que crear los cartones necesarios para jugar y fotocopiar tantos como alumnos haya en clase. En concreto me gustaría exponer dos diferentes, a los cuales se juega de la misma forma que al bingo normal, teniendo en cuenta:

- Que en el *bingo de multiplicaciones* hay que localizar en el cartón (ANEXO 2a) el producto de la multiplicación que se dice en alto. Estos productos están recogidos en una lista de productos (ANEXO 2b), en lugar de crear un bombo con bolas.
- Que en el *bingo de fracciones* hay que localizar en el cartón (ANEXO 3a) la representación gráfica de la fracción que se dice en alto, teniendo en cuenta que puede ser una fracción equivalente (no reducida) por lo que los jugadores deberán reducirla mentalmente. Por ello entre una y otra fracción se les dará

más tiempo. Las fracciones al igual que en el bingo de la multiplicación quedaran recogidas en una lista de fracciones (ANEXO 3b).

6.3.3. Pasatiempos

Los pasatiempos suelen ser juegos individuales de resolución de puzles, crucigramas, sopas de letra... plasmados en folios donde cada uno resuelve lo que le piden.

Los pasatiempos suelen resultar entretenidos. Por eso los proponemos como una opción a las fichas convencionales de deberes. En vez de mandar a los niños una lista interminable de cuentas, para practicar las operaciones u otros conceptos, que resultan mecánicas y tediosas. Sería entregar fichas con estos pasatiempos que aunque puede que estén haciendo la misma cantidad de cuentas, tienen el objetivo de lograr algo. Eso les motiva y les hace sentir que lo que hacen realmente tiene utilidad.

6.3.3.1. Puzles

Los puzles se pueden organizar de diferentes formas. Por ejemplo el puzle del ANEXO 4, está constituido por dos partes, una que se recorta con las fichas y un número, y la otra que es una cuadrícula con todas operaciones que los alumnos deben calcular sobre la que se pegarían las fichas correspondientes.

Los puzles sería conveniente hacerlos con imágenes un poco difusas, ya que los niños son muy espabilados y buscarían resolverlo, evitando el trabajo de resolver las operaciones.

6.3.3.2. Mosaicos.

Son unos dibujos que tienen en la esquina una leyenda indicándote de qué color tienes que pintar cada parte del dibujo según el número que marca.

Para la clase de matemáticas, la diferencia es que los niños deben realizar antes unas operaciones, las cuales determinaran el número que corresponde al color que indica encima cada cuenta. ANEXO 5.

6.3.3.3. *Crucigramas*

Al igual que los crucigramas convencionales, consiste en rellenar todos los huecos en blanco siguiendo las órdenes que hay en los márgenes, teniendo muy en cuenta cuáles son las posiciones horizontales o verticales, pero en este caso con los números obtenidos de determinadas cuentas matemáticas.

Tal como ocurre en los crucigramas de los diarios, los estudiantes podrán ayudarse a reconocer los valores exigidos usando como pistas otros casilleros ya llenos. Además, de esta misma manera, podrán verificar sus respuestas y esta retroalimentación les ayudará a afianzar los números en su memoria.

También nos pueden servir para preguntar conceptos teóricos, redactando las consignas apropiadas a cada temario.

En el ANEXO 6 podemos ver crucigramas de sumas, sumas con llevadas, restas, restas con llevadas y multiplicaciones.

6.3.3.4. *Sudokus*

El sudoku es un juego matemático cuyo objetivo es rellenar una cuadrícula de 9×9 celdas (81 casillas) dividida en subcuadrículas de 3×3 con las cifras del 1 al 9 partiendo de algunos números ya dispuestos en algunas de las celdas. Dependiendo de la cantidad y la posición de los mismos se tiene uno u otro nivel.

Ya en sí el sudoku supone un reto matemático, cuando aparece con números, pero encontré una variante muy interesante diseñadas por Ajoy, D. (2013) donde sustituía esos números por fracciones como podemos ver en el ANEXO 7.

La adaptación de este juego para enseñar fracciones en matemáticas consiste en utilizar representaciones gráficas de las fracciones propias en las casillas. Las

fracciones son representadas de cuatro maneras diferentes usando: tortas, polígonos, barras, y bloques. Además tienen un código de color. Los estudiantes deberán llenar los espacios vacíos con los números fraccionarios correspondientes. Además estos sudokus están formados por cuadrículas de 4x4 (8casillas).

Al intentar solucionar los juegos los estudiantes deberán alternar mentalmente entre las representaciones gráficas y simbólicas de las fracciones. El mismo juego de Sudoku da retroalimentación sobre si una fracción está colocada en una celda correcta o no, ya que, de colocarse una fracción en una casilla incorrecta, otras columnas, o filas, o cuadrados no podrán ser completados.

6.4. Materiales ambientales

Son todos aquellos materiales que usamos en la vida diaria pero que podemos incluirlos en la clase de matemáticas para hacerla más realista, usando así representaciones certeras y cercanas al alumno. Al incluirlos en la clase para poder mejorar un determinado aprendizaje, pasan a ser *materiales didácticos* que podemos tocar y con los que podemos experimentar y sobre todo aprender.

Material ambiental puede ser todo aquello que no se haya diseñado para la educación pero que lo usemos en la clase, por eso cualquier elemento u objeto puede pasar a ser un *material didáctico ambiental*, si sabemos cómo y para qué lo queremos usar. Algunos de los objetos que podrían pasar a formar parte del aprendizaje matemático son: el metro, el dinero (monedas y billetes), recipientes, etc.

7. CONCLUSIÓN

Hoy en día los niños están expuestos a una gran cantidad de información. Tienen acceso cercano todo tipo de nuevas tecnologías con todo lo que ellos les aportan. El mundo va cambiando, todo evoluciona, por lo que en consecuencia la educación debería hacer lo mismo, pero parece que esta se ha congelado muchos años atrás. Por eso los niños se aburren, están desmotivados y presentan falta de interés.

Por lo que es cada vez más evidente que el uso de estrategias innovadoras, que atraigan al alumno, lo motive y lo haga protagonista de su aprendizaje, es esencial para dar un giro a la educación. Por eso, la conclusión que podemos obtener con este trabajo es que los materiales didácticos son un medio interesante que nos puede ayudar a lograr ese giro.

Se puede creer que esto no sería algo novedoso ya que su utilización se da desde hace mucho tiempo. El asunto es que no es de forma generalizada, lo que sería conveniente. Y por otro lado se usan en un segundo plano, para cubrir tiempos al final de un tema, para premiar a algunos alumnos o en los ratos libres a modo de juego, y como he ido explicando esto no resulta eficaz. Con este trabajo hemos comprendido que los materiales didácticos deben subir de categoría y formar parte del papel principal. Su uso debe ser normalizado y no presentado en el aula de forma esporádica o como premio, para así optimizar sus ventajas ya que sus grandes beneficios han sido más que probados.

Para cerrar la conclusión y por lo tanto este trabajo me gustaría recordar la frase descrita al principio de este trabajo que engloba y resume a la perfección, la importancia de incluir estos recursos en el aula y de convertir al alumno en el protagonista de su propio aprendizaje.

“Lo oigo lo olvido,

lo veo lo recuerdo,

LO HAGO LO APRENDO”.

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

8. BIBLIOGRAFÍA

- Abarca, C. (s.f.). *La oca de las multiplicaciones*. Recuperado de: http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material077/oca/portada_content.html
- Ajoy, D. (2013). *Recursos gratuitos para imprimir*. Recuperado de: <http://neoparaiso.com/imprimir/>
- Alsina, A. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas y recursos lúdico manipulativos: para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Herramientas Narcea.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, M.M^a. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Alsina, C., Burgués, C., Callejo, M^a L., García, J.A., Perez, R., Ruíz, L. y Torra, M., (2008). *Competencia matemática e interpretación de la realidad*. Madrid: Secretaria general técnica.
- Álvarez, A. (1996). *Actividades de matemáticas con Materiales Didácticos*. Madrid: MEC-Narcea.
- Arias, L.M^a. (s.f.) *Jugando y aprendiendo*. Recuperado de: <http://luisamariaarias.wordpress.com/>
- Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Psicodidáctica*. (n^o5) 107-114.
- Barbachano, R.R. (2012a). *Aprende rápido con las fracciones*. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=vK_XZnx_zOY&src_vid=JIM6F1CMRaU&feature=iv&annotation_id=annotation_280506
- Barbachano, R.R. (2012b). *Cálculo mental animado. ¡Comprueba tu agilidad mental!* Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=zCcSD5gRfEo&feature=kp>
- Barbachano, R.R. (2012c). *Prueba tu inteligencia- ¿How clever are you?.* Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=JIM6F1CMRaU>
- Bellos, A. (2011). *Alex en el país de los números: un viaje al maravilloso mundo de las matemáticas*. Barcelona: Grijalbo

- Berenguer, L., Flores, P., Lupiáñez, J.L., Marín, A., Molina, M. (2011) *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Bettelheim, B. (1987). *No hay padres perfectos*. Barcelona: Crítica.
- Canals, M^a.A. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona: Octaedro.
- Cannon, L., Dorward, J., Edwards, R. y Heal, R. (1999-2014). *Biblioteca nacional de manipuladores virtuales*. EE.UU.: Utah State University. Recuperado de: <http://nlvm.usu.edu/es/nav/credits.html>
- Carbó, L. y García, V. (2004). *El mundo a través de los números*. Lleida: Milenio.
- Casas, L.M. y Sánchez, C. (1998). *Juegos y materiales manipulativos como dinamizador del aprendizaje en matemáticas*. Bilbao: Centro de publicaciones secretaria general técnica.
- Coriat, M. (1997). Materiales, Recursos y Actividades: Un panorama. En L. Rico (Coord.). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Fernández, Blanca. (2009). Materiales para la enseñanza de las fracciones. *Innovación y experiencias educativas*. (n^o24). 1-8.
- Fernández-Aliseda, A., Hans, J.A., Muñoz, J. (s.f.). *Recursos para el aula de matemáticas*. Sevilla: Grupo Alquerque. Recuperado de <http://www.grupoalquerque.es/index.html>
- González Marí, J.L. (2010). *Recursos, materiales didácticos y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil Primaria y ESO: consideraciones generales*. Málaga: Didáctica de las matemática. Universidad de Málaga. 1-24.
- Guedj, D. (1998). *El imperio de las cifras y los números*. Barcelona: Ediciones B.
- Guzmán, M. (1986). *Aventuras matemáticas*. Barcelona: Labor.
- Hanfling, M. y Machiunas, V. (2004). *Juegos en matemáticas EGB2*. Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología.

- Hernán, F. y Carrillo, E. (1988). *Recursos en el aula de matemáticas*. Madrid: Síntesis.
- Hernández, J. (2010). *Decálogo de la didáctica de las matemáticas*. Pamplona: Departamento de matemáticas. Colegio Vedruna.
- Kamii, C.K. (1990). ¿Qué aprenden los niños con la manipulación de objetos? *Infancia (nº2)* 7-10.
- Kazuko, C. (1986). *El niño reinventa la aritmética: implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Visor-libros.
- Lovell, K. (1986). *Desarrollo de los conceptos básicos de matemáticas y científicos en los niños*. Madrid: Morata.
- Martín, M. (2013). ¡Mis diez materiales imprescindibles en educación primaria! Recuperado de <http://aprendiendomatematicas.com>
- Martín, M. (2014). *Diez razones para usar juegos y materiales manipulativos en secundaria*. Recuperado de <http://aprendiendomatematicas.com>
- Montessori, M. (1915). *Autoeducación. Pedagogía científica*. Barcelona: Araluce.
- Puig, P. (1956). *Didáctica, matemática heurística: 30 lecciones activas sobre el tema de enseñanza media*. Madrid: Pinar.
- Ramos, M. (2013). *El tanque matemático*. Tenerife: Los silos. Recuperado de: <http://www.eltanquematematico.es>
- Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria (BOE Nº 293, de 8 de diciembre de 2006).
- Recurso. (2014). *Diccionario de la Real Academia Española*. Recuperado de: <http://www.rae.es/recursos/diccionarios/drae>
- Salgado, E. (2012). *Guía para elaborar citas y referencias en formato APA*. Costa Rica: Universidad latinoamericana de ciencia y tecnología ULACIT.
- Sanchidrian, C. (2003). *El método de la pedagogía científica*. Madrid: Biblioteca Nueva.
- Skemp, P. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.

Vázquez-Reina, M. (2010). *Materiales didácticos para matemáticas*. Recuperado de <http://www.consumer.es/web/es/educacion/escolar/2010/07/30/194638.php>













Winnicott, D.W. (1971). *Realidad y juego*. Barcelona: Gedisa.

9. ANEXOS

- ANEXO 1: Hoja de retos JUEGO DEL YACARÉ.
- ANEXO 2a: Cartones de Bingo multiplicar
- ANEXO 2b: Tómbola de Bingo de Multiplicar
- ANEXO 3a: Cartones de Bingo de fracciones.
- ANEXO 3b: Tómbola de Bingo de fracciones.
- ANEXO 4: Puzzle.
- ANEXO 5: Mosaicos.
- ANEXO 6: Crucigramas.
- ANEXO 7: Sudokus de fracciones.

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

ANEXO 1: Hoja de retos JUEGO DEL YACARÉ.

Casilla							Casilla						
1	8×1 8						33	1×8 8	6×2 12	4×0 0	3×7 21	9×5 45	7×9 63
2	1×6 6	2×2 4					34	9×1 9	3×2 6	0×4 0	5×5 25	9×3 27	6×6 36
3	9×1 9	1×5 5	7×0 0				35	1×9 9	2×8 16	2×4 8	3×0 0	8×4 32	9×4 36
4	0×3 0	1×7 7	0×4 0	5×4 20			36	1×8 8	2×3 6	0×4 0	9×9 81	6×4 24	8×8 64
5	1×8 8	0×5 0	5×0 0	5×4 20	4×4 16		37	3×1 3	0×9 0	2×0 0	3×6 18	7×4 28	8×9 72
6	5×1 5	6×2 12	1×0 0	5×5 25	3×9 27	9×7 63	38	6×1 6	2×8 16	2×0 0	5×8 40	7×5 35	5×9 45
7	0×8 0	2×2 4	2×9 18	8×2 16	9×8 72	7×8 56	39	0×0 0	9×0 0	7×0 0	7×3 21	5×7 35	4×9 36
8	1×6 6	2×8 16	4×0 0	8×2 16	4×6 24	7×8 56	40	3×1 3	9×0 0	7×2 14	6×0 0	5×7 35	6×7 42
9	2×6 12	0×5 0	3×5 15	3×8 24	9×3 27	7×8 56	41	1×3 3	1×5 5	7×0 0	7×3 21	5×6 30	7×9 63
10	0×0 0	3×2 6	2×0 0	6×5 30	3×9 27	8×9 72	42	3×1 3	1×5 5	2×4 8	3×8 24	8×5 40	9×7 63
11	6×1 6	1×5 5	7×2 14	3×6 18	4×8 32	7×8 56	43	9×1 9	2×2 4	2×9 18	3×4 12	8×5 40	6×9 54
12	3×1 3	3×2 6	5×0 0	6×0 0	8×3 24	6×6 36	44	7×1 7	2×3 6	2×7 14	5×8 40	4×6 24	7×9 63
13	1×8 8	2×2 4	3×5 15	9×9 81	5×6 30	4×9 36	45	0×0 0	1×5 5	2×0 0	4×3 12	9×5 45	9×6 54
14	7×1 7	0×7 0	4×0 0	8×0 0	9×5 45	8×8 64	46	1×9 9	0×2 0	3×3 9	8×2 16	5×7 35	6×7 42
15	2×6 12	9×0 0	1×0 0	3×8 24	5×6 30	8×8 64	47	0×8 0	1×5 5	2×9 18	5×4 20	7×4 28	8×7 56
16	0×0 0	2×5 10	0×1 0	3×0 0	7×4 28	7×8 56	48	1×6 6	2×8 16	7×0 0	7×3 21	9×5 45	9×4 36
17	2×6 12	2×5 10	5×2 10	5×4 20	4×7 28	8×7 56	49	6×1 6	2×2 4	4×0 0	3×7 21	4×8 32	6×8 48
18	4×1 4	1×7 7	5×0 0	8×0 0	6×4 24	7×7 49	50	1×9 9	0×9 0	7×0 0	3×8 24	4×6 24	4×9 36
19	1×9 9	0×5 0	7×0 0	9×9 81	9×5 45	6×6 36	51	1×9 9	2×8 16	5×0 0	9×9 81	5×7 35	9×6 54
20	0×8 0	0×6 0	2×7 14	3×7 21	8×4 32	7×7 49	52	1×3 3	0×9 0	3×3 9	6×0 0	5×7 35	8×8 64
21	0×3 0	2×8 16	7×0 0	5×4 20	6×4 24	9×7 63	53	7×1 7	3×2 6	9×2 18	5×4 20	6×3 18	7×8 56
22	1×9 9	1×4 4	4×0 0	6×5 30	9×3 27	7×7 49	54	5×1 5	0×7 0	1×0 0	5×8 40	9×5 45	9×7 63
23	0×8 0	0×9 0	7×2 14	3×4 12	4×4 16	7×9 63	55	6×1 6	1×7 7	4×2 8	8×2 16	4×7 28	9×4 36
24	9×1 9	0×2 0	5×0 0	5×5 25	6×4 24	8×9 72	56	7×1 7	0×5 0	7×2 14	5×3 15	8×3 24	6×9 54
25	1×3 3	1×5 5	0×1 0	8×0 0	9×5 45	9×6 54	57	7×1 7	6×2 12	0×1 0	3×8 24	9×8 72	6×9 54
26	2×1 2	1×7 7	0×4 0	9×9 81	6×3 18	6×7 42	58	1×6 6	0×6 0	7×2 14	3×8 24	5×6 30	8×9 72
27	1×3 3	0×5 0	7×0 0	5×8 40	5×7 35	4×9 36	59	3×1 3	0×2 0	1×0 0	3×6 18	9×3 27	7×6 42
28	7×1 7	1×4 4	5×2 10	4×5 20	6×3 18	6×9 54	60	7×1 7	2×2 4	5×2 10	6×0 0	5×6 30	7×9 63
29	1×9 9	1×4 4	1×2 2	3×8 24	5×7 35	6×6 36	61	1×3 3	2×2 4	7×2 14	5×4 20	5×6 30	8×8 64
30	1×8 8	1×4 4	9×2 18	3×0 0	4×4 16	5×9 45	62	2×6 12	0×5 0	3×3 9	5×3 15	9×5 45	9×4 36
31	1×8 8	2×5 10	2×9 18	4×3 12	7×4 28	9×6 54	63	9×1 9	1×1 1	5×2 10	3×6 18	9×3 27	8×9 72
32	0×0 0	2×5 10	7×0 0	5×8 40	9×3 27	9×7 63							

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

ANEXO 2a: Cartones de Bingo multiplicar

B	I	N	G	O
14	63	6	4	63
0	54	12	40	45
0	15	★	16	21
81	12	25	48	24
40	36	42	30	35

B	I	N	G	O
3	30	6	24	16
24	28	6	63	64
0	16	★	54	0
0	15	48	27	28
32	36	20	42	25

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

ANEXO 2b: Tómbola de Bingo de Multiplicar

Tómbola ①		
0.	$7 \times 9 \square$	50. $1 \times 8 \square$
1.	$9 \times 6 \square$	51. $1 \times 4 \square$
2.	$7 \times 3 \square$	52. $6 \times 4 \square$
3.	$6 \times 6 \square$	53. $1 \times 0 \square$
4.	$9 \times 8 \square$	54. $8 \times 0 \square$
5.	$4 \times 5 \square$	55. $6 \times 7 \square$
6.	$7 \times 7 \square$	56. $3 \times 9 \square$
7.	$5 \times 9 \square$	57. $5 \times 3 \square$
8.	$4 \times 6 \square$	58. $9 \times 1 \square$
9.	$0 \times 8 \square$	59. $5 \times 4 \square$
10.	$8 \times 8 \square$	60. $1 \times 7 \square$
11.	$4 \times 8 \square$	61. $7 \times 6 \square$
12.	$3 \times 2 \square$	62. $3 \times 4 \square$
13.	$3 \times 5 \square$	63. $0 \times 4 \square$
14.	$3 \times 3 \square$	64. $0 \times 7 \square$
15.	$0 \times 5 \square$	65. $6 \times 0 \square$
16.	$4 \times 9 \square$	66. $2 \times 7 \square$
17.	$8 \times 5 \square$	67. $9 \times 0 \square$
18.	$2 \times 5 \square$	68. $6 \times 8 \square$
19.	$4 \times 2 \square$	69. $5 \times 8 \square$
20.	$3 \times 0 \square$	70. $8 \times 3 \square$
21.	$9 \times 5 \square$	71. $2 \times 3 \square$
22.	$8 \times 9 \square$	72. $3 \times 8 \square$
23.	$2 \times 4 \square$	73. $9 \times 7 \square$
24.	$2 \times 2 \square$	74. $8 \times 1 \square$
25.	$6 \times 3 \square$	75. $0 \times 9 \square$
26.	$0 \times 2 \square$	76. $5 \times 2 \square$
27.	$6 \times 5 \square$	77. $6 \times 1 \square$

Tómbola ②		
0.	$2 \times 3 \square$	50. $6 \times 0 \square$
1.	$3 \times 6 \square$	51. $1 \times 5 \square$
2.	$8 \times 8 \square$	52. $3 \times 3 \square$
3.	$3 \times 9 \square$	53. $0 \times 6 \square$
4.	$1 \times 7 \square$	54. $0 \times 5 \square$
5.	$8 \times 7 \square$	55. $1 \times 2 \square$
6.	$0 \times 3 \square$	56. $9 \times 2 \square$
7.	$2 \times 7 \square$	57. $6 \times 7 \square$
8.	$3 \times 8 \square$	58. $5 \times 9 \square$
9.	$7 \times 1 \square$	59. $0 \times 7 \square$
10.	$6 \times 5 \square$	60. $5 \times 3 \square$
11.	$0 \times 1 \square$	61. $5 \times 4 \square$
12.	$4 \times 6 \square$	62. $1 \times 4 \square$
13.	$2 \times 0 \square$	63. $1 \times 1 \square$
14.	$1 \times 9 \square$	64. $9 \times 3 \square$
15.	$4 \times 0 \square$	65. $0 \times 9 \square$
16.	$8 \times 5 \square$	66. $2 \times 8 \square$
17.	$6 \times 6 \square$	67. $6 \times 8 \square$
18.	$1 \times 8 \square$	68. $6 \times 3 \square$
19.	$5 \times 6 \square$	69. $7 \times 8 \square$
20.	$3 \times 0 \square$	70. $5 \times 7 \square$
21.	$4 \times 8 \square$	71. $6 \times 1 \square$
22.	$7 \times 0 \square$	72. $9 \times 4 \square$
23.	$1 \times 6 \square$	73. $7 \times 3 \square$
24.	$4 \times 3 \square$	74. $9 \times 9 \square$
25.	$9 \times 8 \square$	75. $9 \times 7 \square$
26.	$4 \times 7 \square$	76. $7 \times 4 \square$
27.	$4 \times 1 \square$	77. $7 \times 2 \square$

Tómbola ③		
0.	$7 \times 4 \square$	50. $1 \times 9 \square$
1.	$1 \times 7 \square$	51. $4 \times 3 \square$
2.	$0 \times 6 \square$	52. $0 \times 1 \square$
3.	$3 \times 6 \square$	53. $6 \times 0 \square$
4.	$2 \times 3 \square$	54. $3 \times 9 \square$
5.	$8 \times 1 \square$	55. $4 \times 4 \square$
6.	$7 \times 7 \square$	56. $9 \times 4 \square$
7.	$9 \times 6 \square$	57. $0 \times 2 \square$
8.	$7 \times 9 \square$	58. $5 \times 6 \square$
9.	$6 \times 2 \square$	59. $2 \times 9 \square$
10.	$7 \times 0 \square$	60. $1 \times 3 \square$
11.	$0 \times 0 \square$	61. $7 \times 1 \square$
12.	$7 \times 8 \square$	62. $2 \times 2 \square$
13.	$3 \times 7 \square$	63. $8 \times 6 \square$
14.	$1 \times 2 \square$	64. $3 \times 1 \square$
15.	$1 \times 8 \square$	65. $5 \times 0 \square$
16.	$5 \times 7 \square$	66. $4 \times 7 \square$
17.	$6 \times 7 \square$	67. $4 \times 1 \square$
18.	$9 \times 0 \square$	68. $2 \times 0 \square$
19.	$2 \times 4 \square$	69. $9 \times 1 \square$
20.	$1 \times 1 \square$	70. $4 \times 0 \square$
21.	$2 \times 6 \square$	71. $8 \times 8 \square$
22.	$0 \times 5 \square$	72. $8 \times 3 \square$
23.	$6 \times 5 \square$	73. $6 \times 9 \square$
24.	$6 \times 4 \square$	74. $1 \times 0 \square$
25.	$1 \times 4 \square$	75. $0 \times 3 \square$
26.	$2 \times 1 \square$	76. $9 \times 2 \square$
27.	$0 \times 9 \square$	77. $7 \times 2 \square$

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

ANEXO 3a: Cartones de Bingo de fracciones.

B	I	N	G	O
0	32	24	56	2
0	28	3	32	25
20	24	★	56	15
36	36	72	16	81
48	63	8	0	30

B	I	N	G	O
35	49	16	24	56
32	35	10	0	64
36	3	★	15	27
0	20	18	20	28
12	0	36	27	48

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

ANEXO 3b: Tómbola de Bingo de fracciones.

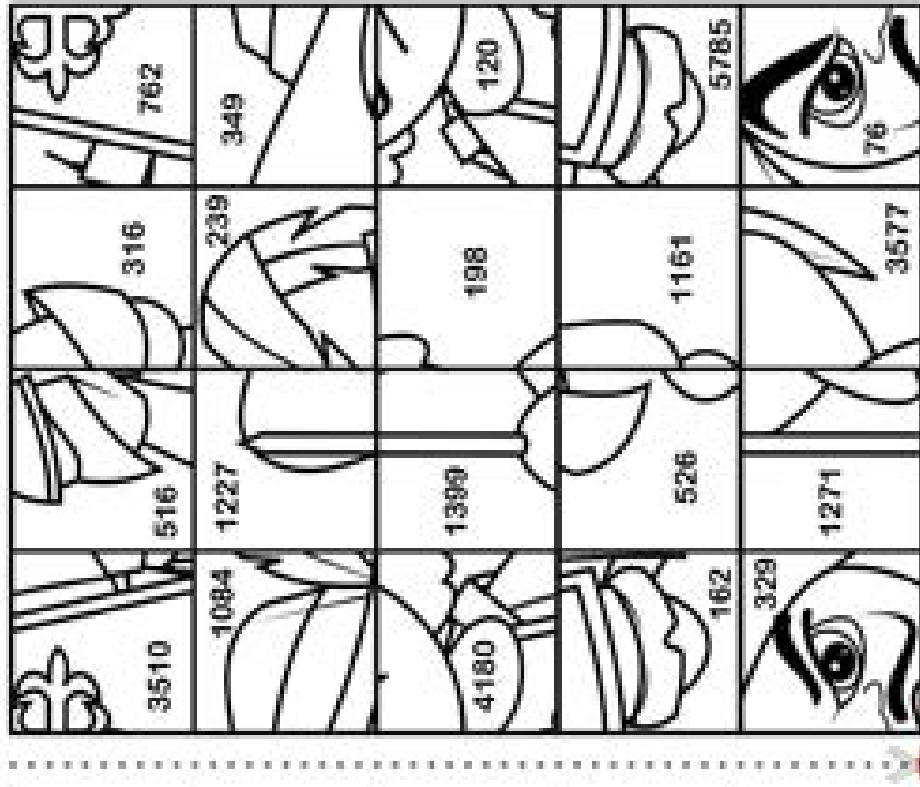
Tómbola ❶	
0.	$3/8$ <input type="checkbox"/>
1.	$7/9$ <input type="checkbox"/>
2.	$3/10$ <input type="checkbox"/>
3.	$4/5$ <input type="checkbox"/>
4.	$1/5$ <input type="checkbox"/>
5.	$1/8$ <input type="checkbox"/>
6.	$2/7$ <input type="checkbox"/>
7.	$5/6$ <input type="checkbox"/>
8.	$1/9$ <input type="checkbox"/>
9.	$4/9$ <input type="checkbox"/>
10.	$2/5$ <input type="checkbox"/>
11.	$3/4$ <input type="checkbox"/>
12.	$1/4$ <input type="checkbox"/>
13.	$1/2$ <input type="checkbox"/>
14.	$1/6$ <input type="checkbox"/>
15.	$5/9$ <input type="checkbox"/>
16.	$7/10$ <input type="checkbox"/>
17.	$3/7$ <input type="checkbox"/>
18.	$6/7$ <input type="checkbox"/>
19.	$1/3$ <input type="checkbox"/>
20.	$3/5$ <input type="checkbox"/>
21.	$1/10$ <input type="checkbox"/>
22.	$5/7$ <input type="checkbox"/>
23.	$5/8$ <input type="checkbox"/>

Tómbola ❷	
0.	$1/5$ <input type="checkbox"/>
1.	$3/10$ <input type="checkbox"/>
2.	$8/9$ <input type="checkbox"/>
3.	$1/3$ <input type="checkbox"/>
4.	$3/7$ <input type="checkbox"/>
5.	$7/9$ <input type="checkbox"/>
6.	$1/7$ <input type="checkbox"/>
7.	$5/8$ <input type="checkbox"/>
8.	$4/5$ <input type="checkbox"/>
9.	$9/10$ <input type="checkbox"/>
10.	$6/7$ <input type="checkbox"/>
11.	$5/6$ <input type="checkbox"/>
12.	$4/9$ <input type="checkbox"/>
13.	$2/5$ <input type="checkbox"/>
14.	$5/9$ <input type="checkbox"/>
15.	$1/8$ <input type="checkbox"/>
16.	$3/8$ <input type="checkbox"/>
17.	$3/4$ <input type="checkbox"/>
18.	$4/7$ <input type="checkbox"/>
19.	$1/6$ <input type="checkbox"/>
20.	$7/8$ <input type="checkbox"/>
21.	$1/9$ <input type="checkbox"/>
22.	$2/7$ <input type="checkbox"/>
23.	$7/10$ <input type="checkbox"/>

Tómbola ❸	
0.	$7/9$ <input type="checkbox"/>
1.	$5/6$ <input type="checkbox"/>
2.	$1/5$ <input type="checkbox"/>
3.	$1/2$ <input type="checkbox"/>
4.	$5/8$ <input type="checkbox"/>
5.	$6/7$ <input type="checkbox"/>
6.	$7/10$ <input type="checkbox"/>
7.	$4/7$ <input type="checkbox"/>
8.	$1/7$ <input type="checkbox"/>
9.	$2/3$ <input type="checkbox"/>
10.	$2/9$ <input type="checkbox"/>
11.	$3/5$ <input type="checkbox"/>
12.	$7/8$ <input type="checkbox"/>
13.	$1/9$ <input type="checkbox"/>
14.	$1/3$ <input type="checkbox"/>
15.	$1/8$ <input type="checkbox"/>
16.	$3/8$ <input type="checkbox"/>
17.	$8/9$ <input type="checkbox"/>
18.	$3/4$ <input type="checkbox"/>
19.	$2/5$ <input type="checkbox"/>
20.	$9/10$ <input type="checkbox"/>
21.	$1/4$ <input type="checkbox"/>
22.	$2/7$ <input type="checkbox"/>
23.	$4/5$ <input type="checkbox"/>

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

ANEXO 4: Puzle



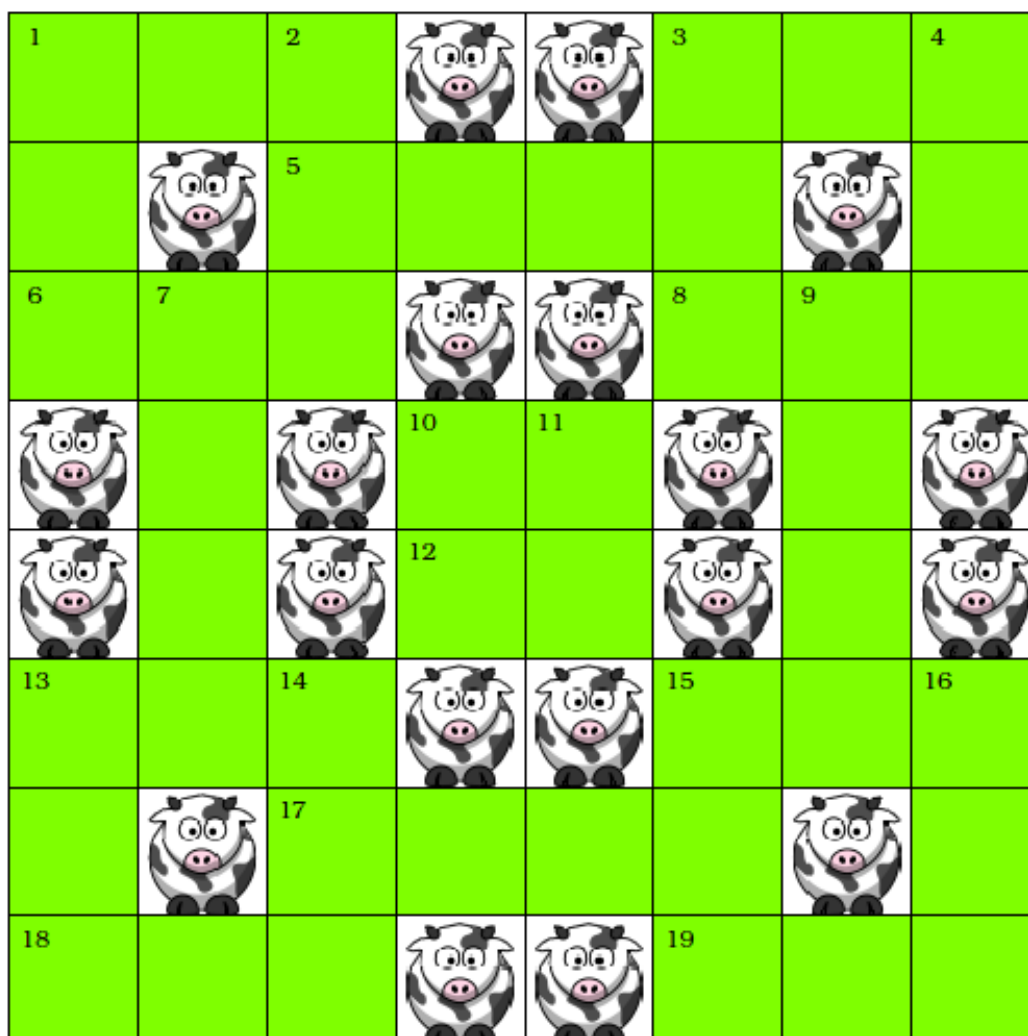
$716 + 511$	$698 : 2$	$547 + 537$	$988 - 749$
31×41	$152 : 2$	$558 - 229$	73×49
$829 + 570$	$678 - 558$	76×55	$396 : 2$
$726 - 210$	$660 + 102$	65×54	$632 : 2$
$773 - 247$	89×65	$324 : 2$	$247 + 914$

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

ANEXO 6: Crucigramas





















- Restas sin llevadas



Horizontal		Vertical	
1.	939 - 21	1.	988 - 21
3.	388 - 151	2.	996 - 112
5.	8277 - 263	3.	576 - 331
6.	876 - 122	4.	768 - 40
8.	799 - 251	7.	8978 - 3002
10.	94 - 10	9.	9978 - 5123
12.	98 - 3	10.	99 - 10
13.	576 - 415	11.	67 - 22
15.	568 - 312	13.	467 - 325
17.	7796 - 3603	14.	679 - 530
18.	489 - 240	15.	577 - 345
19.	757 - 520	16.	879 - 272

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

- Sumas con llevadas

1		2			3		4
		5					
6	7				8	9	
			10	11			
			12				
13		14			15		16
		17					
18					19		

Horizontal	Vertical
1. $8 + 276$	1. $182 + 106$
3. $789 + 75$	2. $27 + 410$
5. $3497 + 445$	3. $347 + 478$
6. $44 + 843$	4. $129 + 303$
8. $84 + 448$	7. $1822 + 6373$
10. $9 + 86$	9. $2715 + 1177$
12. $19 + 16$	10. $63 + 30$
13. $340 + 119$	11. $50 + 5$
15. $562 + 62$	13. $57 + 410$
17. $1512 + 4768$	14. $710 + 256$
18. $505 + 281$	15. $191 + 417$
19. $545 + 288$	16. $101 + 352$

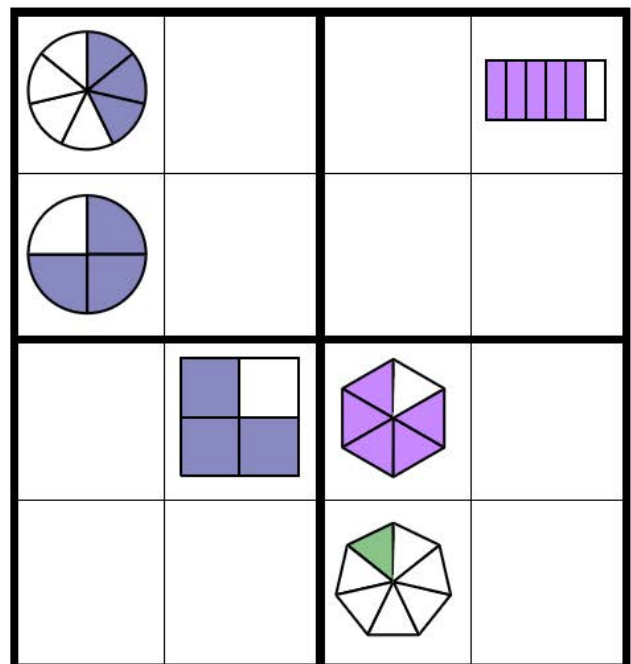
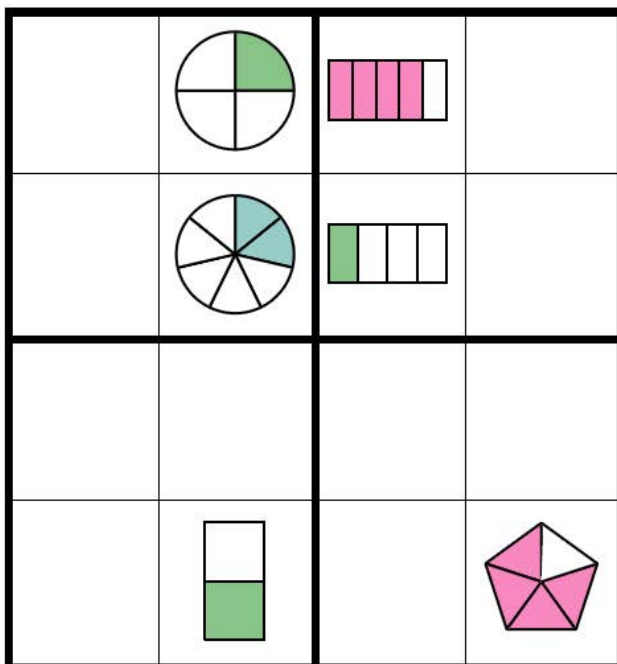
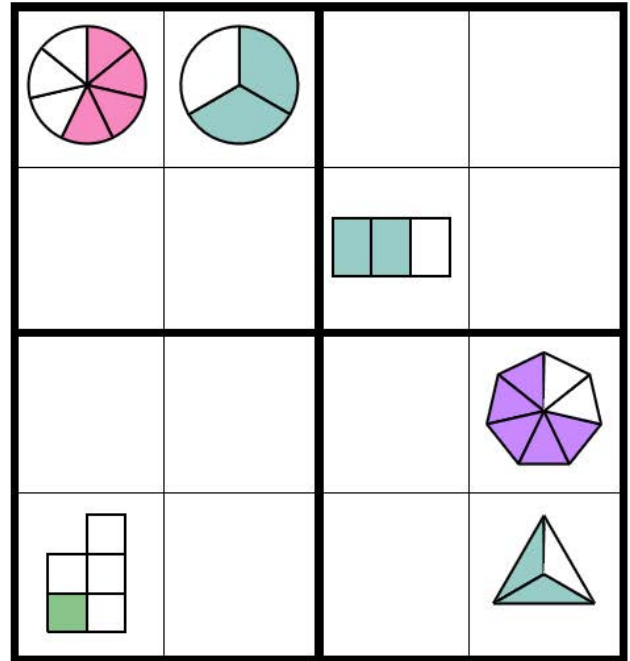
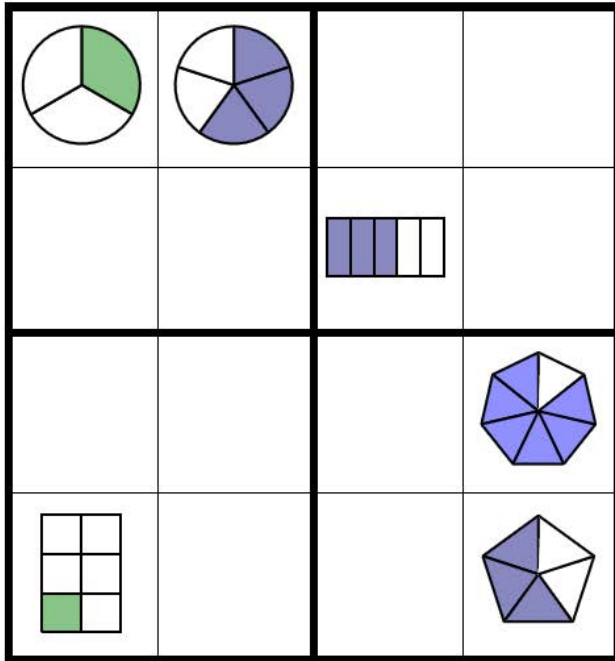
LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

- Multiplicaciones

↓ 7 × 9		→ 3 × 4	↓ 5 × 5			→ 6 × 7	↓ 3 × 7		→ 7 × 7		→ 6 × 9 ↓ 7 × 8		↓ 4 × 8	
→ 4 × 9	↓ 8 × 8		→ 6 × 9	↓ 5 × 9			→ 2 × 5	↓ 2 × 3			→ 6 × 6 ↓ 5 × 6		→ 2 × 6 ↓ 2 × 9	
	→ 5 × 8			→ 7 × 8				→ 7 × 9	↓ 5 × 7			→ 6 × 8 ↓ 6 × 7		
↓ 4 × 6			↓ 3 × 5			→ 4 × 5	↓ 3 × 3		→ 6 × 9			→ 8 × 9 ↓ 8 × 9	↓ 4 × 7	
		→ 5 × 5 ↓ 3 × 8			↓ 2 × 7		→ 9 × 10	↓ 2 × 2			→ 3 × 4 ↓ 4 × 4		→ 3 × 6 ↓ 2 × 8	
	→ 8 × 8 ↓ 7 × 9			→ 4 × 6 ↓ 3 × 9						→ 4 × 9 ↓ 4 × 8		→ 6 × 6		
→ 7 × 9 ↓ 8 × 8			→ 3 × 9 ↓ 3 × 7			→ 9 × 9 ↓ 9 × 9			→ 2 × 6 ↓ 2 × 5			↓ 7 × 7	↓ 5 × 9	
					→ 3 × 7 ↓ 4 × 5			→ 5 × 6			→ 7 × 7 ↓ 5 × 8		→ 5 × 7 ↓ 4 × 9	
	→ 2 × 9 ↓ 3 × 5			→ 2 × 5 ↓ 2 × 7			↓ 7 × 8			→ 4 × 5 ↓ 4 × 7			→ 4 × 4 ↓ 3 × 4	
→ 5 × 5 ↓ 3 × 8			→ 6 × 9 ↓ 7 × 8				→ 7 × 9	↓ 4 × 8				→ 6 × 7 ↓ 6 × 8	↓ 8 × 9	
		→ 2 × 8 ↓ 3 × 6			→ 4 × 6	↓ 5 × 9		→ 3 × 9						
	→ 2 × 9 ↓ 2 × 6			↓ 6 × 6		→ 6 × 9	↓ 7 × 7			→ 8 × 8	↓ 5 × 8		→ 9 × 9	↓ 3 × 5
→ 3 × 4 ↓ 2 × 5			→ 4 × 9 ↓ 5 × 6				→ 9 × 10	↓ 3 × 3			→ 2 × 3	↓ 7 × 9	→ 7 × 8	↓ 8 × 8
		→ 4 × 5			→ 3 × 7			→ 9 × 10				→ 5 × 7		

LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

ANEXO 7: Sudokus



LOS MATERIALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS