

E.S.T.I.C. N° 0051 “PROFR. HERIBERTO ENRÍQUEZ”
C.C.T. 15EST0073B TURNO: MATUTINO

Documento Recepcional

**CONSTRUCCIÓN DE LAS IDEAS DE LA SEMEJANZA CON BASE EN EL MODELO DE
LOS VAN HIELE: EXPERIENCIA CON ALUMNOS DE SECUNDARIA (Síntesis)**

Autor: Yessica Martínez Miranda

Junio 2020

Documento Receptional.

Una de las actividades pedagógicas a realizar durante el último año de formación docente, es la elaboración del documento receptional el cual exige a los normalistas establecer una vinculación estrecha entre la práctica docente realizada durante el último tramo de su formación y las actividades referentes al diseño de propuestas didácticas. Esto permitirá que los alumnos desarrollen competencias para sistematizar, analizar y reflexionar sobre la información relevante de sus experiencias áulicas y comunicarlas por escrito.

Es un ejercicio intelectual derivado de la reflexión sobre la práctica, donde se explica la solución a un problema educativo concreto, con base en la experiencia y la fundamentación teórica. En él se da cuenta de las condiciones en las que se realiza la labor docente, los factores influyentes en el proceso enseñanza-aprendizaje; así como, las formas de organización y trabajo en la escuela secundaria.

Sus principales finalidades son: presentar las experiencias y aprendizajes adquiridos durante el último año de formación; propiciar la práctica docente reflexiva; favorecer el desarrollo de competencias didácticas al diseñar propuestas que respondan a las necesidades de los alumnos de la escuela secundaria y contribuir al fortalecimiento del perfil de egreso de la Licenciatura en Educación Secundaria.

Introducción.

En este documento se encuentra la experiencia desarrollada a lo largo del ciclo escolar, con un grupo de tercer año de Secundaria, en turno matutino, trabajando con ellos el eje forma, espacio y medida, correspondiente al área de la Geometría utilizando las fases que propone el modelo de los Van Hiele para la enseñanza de ésta, haciendo principal énfasis en el tema de la semejanza que se aborda a lo largo del programa (2011) de tercer año de Secundaria. Se desarrolla al inicio el tema a abordar de la semejanza, el modelo de Van Hiele, las actividades que se aplicaron y los resultados que se obtuvieron.

Justificación.

El trabajo de la práctica docente es una experiencia que permite reflexionar acerca de las áreas de oportunidad como docente, para con ello mejorarlas y generar mejores ambientes de trabajo no sólo con los alumnos sino además con otros compañeros docentes, así mismo como conocer más los intereses de ellos y ver que cada uno de los grupos exige del docente, lo cual representa un reto cotidiano, que enfrentaré en cada día de trabajo frente a grupo. el camino no es fácil, el trabajar con personas nunca lo será, los cambios han sido muchos, cada uno con una nueva oportunidad de aprender

Antecedentes o marco teórico.

Geometría

En la Educación Básica, es una rama de las Matemáticas que, si bien hace uso frecuente de cálculos numéricos, ecuaciones y fórmulas, tiene por objeto principal el estudio de las formas o figuras, tales como rectángulos, triángulos y círculos, se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y perímetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. Toca a la Geometría dar demostraciones de tales propiedades (Wentworth Jorge, 1983)

Semejanza¹

Relación entre dos figuras geométricas que tienen la misma forma y distinto tamaño. Entre los elementos (puntos, rectas, ángulos...) de esas dos figuras se establece una relación por la que a cada elemento de F le corresponde otro: F' . Por lo cual dadas dos figuras semejantes F y F' cumplen las siguientes relaciones métricas en el plano: Proporcionalidad de segmentos, igualdad de ángulos, proporción entre las áreas y proporción entre los volúmenes.

Proporcionalidad²

En Aritmética y Geometría, es la relación entre un grupo de números o cantidades. Según la definición aritmética, proporción es la igualdad de dos fracciones. La fracción es la relación entre dos números, definida como el cociente de un número por el otro. En una proporción válida, el producto del primer término por el último (conocidos como los extremos) es igual al producto del segundo por el tercero (conocidos como los medios); “la regla de tres” aritmética está basada directamente en esta propiedad.

Modelo de Van Hiele

Modelo de enseñanza y aprendizaje propuesto por los Van Hiele (1957) propone la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles (los cuales se repiten para cada aprendizaje nuevo):

- Nivel 0 Visualización o Reconocimiento: objeto de estudio de este nivel son: las formas que se conciben según su apariencia, este es un factor dominante. Dando como producto: la clasificación o agrupaciones de formas que parecen ser similares.
- Nivel 1 Análisis: el objeto de estudio en este nivel consiste en que el pensamiento son clases de formas en lugar de formas individuales, enlistan propiedades, pero no ven las relaciones de inclusión entre las clases, dando como producto que sólo se mencionen las propiedades de las formas.

¹ (Corporation, Encarta, 2009)

² (Corporation, Encarta, 2009)

- Nivel 2 Deducción Informal: el objeto de estudio en este nivel está encaminado a las propiedades de las formas, son capaces de seguir y apreciar un argumento deductivo informal sobre las formas y sus propiedades. Dando como producto que se generen las relaciones entre propiedades de los objetos.
- Nivel 3 Deducción Formal: el objeto de estudio está encaminado a las relaciones entre las propiedades de los objetos geométricos, creando la necesidad de construir un sistema lógico que repose sobre un conjunto mínimo de supuestos y a partir del cual se deriven todas las proposiciones. Obteniendo como producto la creación de sistemas axiomáticos deductivos para la Geometría.
- Nivel 4 Rigor: teniendo como objeto de estudio a los sistemas axiomáticos para la Geometría, apreciando las distinciones y relaciones entre los diferentes sistemas axiomáticos. Generando como producto las comparaciones y controles entre los diferentes sistemas axiomáticos de la Geometría.

Para el desarrollo de cada uno de los niveles el modelo de los Van Hiele propone cinco fases como guía al docente en el diseño y organización de actividades de aprendizaje acorde a los estudiantes, las cuales se mencionan a continuación:

- Información: Establecer los conocimientos que los individuos tienen acerca del tema.
- Orientación dirigida: Serie de actividades o problemas que guían a los individuos que lleven a aprender las relaciones o componentes del tema por desarrollar.
- Explicitación: Serie de intercambio de ideas oral o escrita, con la finalidad de ver que procesos siguen para llegar al resultado final.
- Orientación libre: Aplicación de lo aprendido en las fases anteriores, con el desarrollo de diferentes actividades relacionadas con el tema.
- Integración: Realización de serie de ejercicios que afiancen el conocimiento visto generando una visión global, no se pretende llegar a otro contenido sino solo reforzar aún más lo abordado del tema.

De acuerdo con Fouz y De Donosti (2005), el punto clave en la utilización del modelo de los Van Hiele es precisamente la evaluación, en este modelo interesa la valoración de un individuo tomando en cuenta las razones por las que dio determinada respuesta, por lo cual:

- El nivel de razonamiento de los alumnos depende del área de las Matemáticas que se trate.
- Se debe evaluar como los alumnos contestan y el porqué de sus respuestas, más que lo que no contestan o contestan bien o mal.
- En las preguntas no está el nivel de los alumnos, sino en sus respuestas.
- En unos contenidos se puede estar en un nivel y, en otros diferentes, en un nivel distinto.
- Cuando se encuentran en el paso de un nivel a otro, puede resultar difícil determinar la situación real en que se hallan.

Desarrollo o descripción del trabajo

En la elaboración del presente trabajo se aplicaron las fases del modelo de los Van Hiele, en cada una de las clases, con el propósito de lograr el aprendizaje de los alumnos, hasta el nivel dos (niveles: 0, 1, 2, 3 y 4), a continuación, se describe brevemente cada una de las fases y las actividades que se desarrollaron, deben establecer relaciones entre los diferentes

conocimientos que han adquirido en cada una de las clases. Cabe mencionar que la fase 3 de explicitación también se emplea el intercambio de ideas de forma oral o escrita durante el desarrollo de las distintas actividades con la finalidad de que al ser explicado por un alumno los demás logren aclarar dudas que puedan existir, así mismo permite observar el avance de los alumnos con la participación hecha.

NIVEL 0 VISUALIZACIÓN Y RECONOCIMIENTO

Fase 1 Información

Para el inicio del tema y poder determinar los conceptos que conocían, se llevaron figuras e imágenes al salón de clases de distinto tamaño, para que a partir de lo que los alumnos observaron, describieran y relacionaran con otros objetos que podían ver en su vida diaria, las respuestas de los alumnos fueron: Eran cuadrados de distintos tamaños, además de que estaban identificados por distintos colores, se encontraban desordenados, en diferentes posiciones, las cuales no hacen referencia a su forma y tamaño

Fase 2 Orientación dirigida

Para que los alumnos identificaran la idea que se quería abordar de semejanza, se comenzó a dar una explicación pegando material didáctico en el pizarrón, las figuras que se colocaron tenían ciertas características en específico, las principales eran, que son muy parecidas en cuanto a la forma, al cambio de colores y su tamaño.

Fase 3 Explicitación

En este momento los alumnos, con la explicación previa escribieron tres ejemplos más que tuvieran características de semejanza, posteriormente las compartieron con sus demás compañeros encontrando ejemplos como: los zapatos, los cuadernos, platos de comida de las mascotas, jaulas, utensilios de cocina, cucharas y tenedores, enfatizando que las características que tenían era que conservaban la misma forma pero el tamaño cambia, un alumno dio como ejemplo un coche, se le aclaró que en ese caso no aplicaban las características antes mencionadas debido a que el mismo modelo x de un coche siempre tendrá las mismas dimensiones. Parece que el estudiante se fijó en características que comparten los automóviles en general.

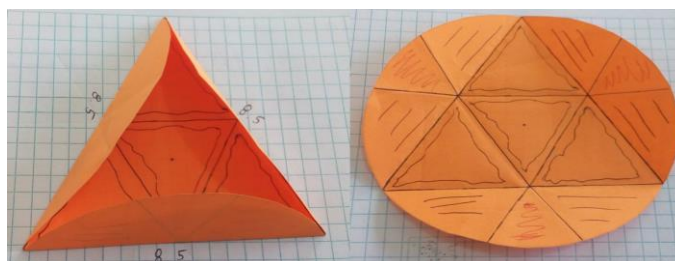


Figura 1

Fase 4 Orientación libre

En una hoja de color dibujaron un círculo de 10 cm de diámetro, ubicando el centro de este, doblaron cualquier lado de tal manera que coincidió con el centro, hicimos lo mismo hasta tener tres vértices, y a su vez un triángulo, doblamos los vértices para formar un triángulo más pequeño y así con cada vértice del triángulo. (Figura 1)

Al final de los dobleces el estudiante identificó con marcas las figuras que son congruentes, es decir, figuras que tienen la misma forma y el mismo tamaño, y también expresaron que los cuatro triángulos “pequeños” eran “parecidos” al triángulo más grande. Esta afirmación parece estar sugerida por los dobleces.

Fase 5 Integración

Para la consolidación de lo abordado en clase acerca de las figuras que son de igual forma, pero diferente tamaño se solicitó a los alumnos la elaboración de una pintura (figura 2), en la cual emplearan figuras geométricas que mantenían las características antes mencionadas, podían crear las imágenes que quisieran siempre y cuando conservaran estas dos características

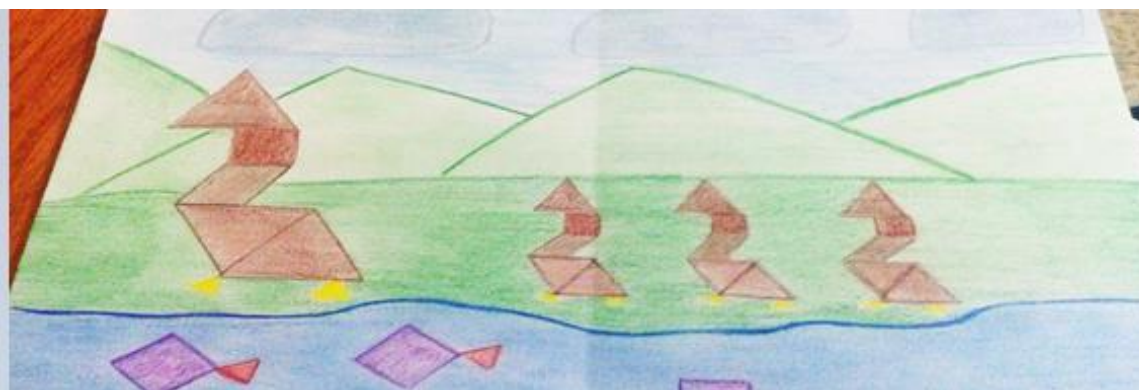


Figura 2

NIVEL 1 ANÁLISIS

Fase 1 Información

A partir de lo que se abordó en clase los alumnos hicieron la actividad de clasificar una serie de rectángulos, los cuales eran de distintas medidas y debían delimitar cuáles eran parecidos en tamaño y forma, como a continuación se muestra:

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|----------------|
| a) 10 cm * 6 cm | d) 15 cm * 12 cm | g) 16 cm * 10 cm | j) 8 cm * 8 cm |
| b) 6 cm * 4 cm | e) 5 cm * 4 cm | h) 24 cm * 15 cm | |
| c) 20 cm * 12 cm | f) 18 cm * 12 cm | i) 5 cm * 5 cm | |

De los rectángulos anteriores se encontraron las parejas que fueran semejantes

Rectángulo	9, 10	7, 8	2, 6	1, 3	7, 5
L^1/L^2	$8/5 = 1.6$	$15/10 = 1.5$	$12/4 = 3$	$10/6 = 2$	$15/5 = 3$
A^1/A^2	$8/5 = 1.6$	$14/16 = 1.5$	$18/6 = 3$	$20/10 = 2$	$22/7 = 3$
Ángulos	90°	90°	90°	90°	90°

Figura 3

Los alumnos debían dividir la base entre la base y la altura entre la altura, según estuvieran comparando las medidas, si se obtenía el mismo número al realizar estas divisiones el par de rectángulo se anotaba como que tenían las características abordadas en la clase anterior. Alrededor de cinco alumnos no hicieron las operaciones entre los lados correspondientes.

Fase 2 Orientación dirigida

Al finalizar la actividad anterior se analizó y se explicó que al existir el mismo resultado en la división de las bases y las alturas de los distintos rectángulos se podía afirmar que las figuras eran semejantes

Actividad: Por parejas los alumnos trazaron en una hoja de color dos triángulos equiláteros y dos triángulos escalenos (los ángulos de este último debían medir 70° , 50° y 60°), con diferentes medidas cada triángulo.

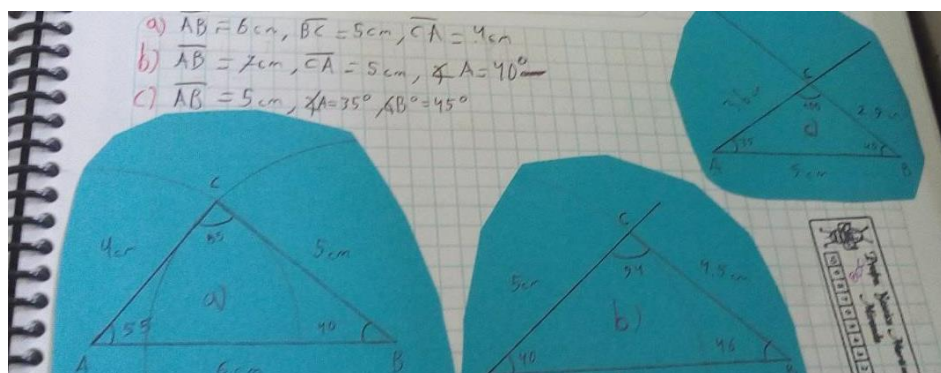


Figura 4

Fase 3 Explicitación

Participaron de forma oral acerca de lo que es la semejanza y cómo determinar si dos figuras son semejantes, además ellos dieron una breve explicación de los criterios de semejanza de triángulos y cómo éstos se pueden aplicar para determinar esta propiedad en estas figuras geométricas.

Fase 4 Orientación libre

En cada caso determinaron si era posible dibujar triángulos semejantes. Argumentando su respuesta (en negritas estas las respuestas de los estudiantes)

Dos de los lados de un triángulo mide 5 cm y el tercer lado 4 cm; los lados del triángulo correspondiente miden 3.75 y 3 cm **sí son semejantes, porque sus lados son proporcionales, es un triángulo isósceles**

Los lados de uno de los triángulos miden 4, 6 y 8, y sus correspondientes en el otro triángulo miden 2, 3 y 4 cm **sí son semejantes, porque sus tres lados son proporcionales**

En un triángulo, uno de sus lados mide 6 cm y uno de sus ángulos 70° , en el otro triángulo, el lado y el ángulo correspondientes miden 4.5 cm y 70° respectivamente **no es semejante, porque falta información acerca de otro ángulo o lado del triángulo. Sí son semejantes porque tienen el mismo ángulo.** (La última respuesta no es correcta porque falta información acerca de otra medida, ya sea un lado o un ángulo, para algunos estudiantes es suficiente parte de los criterios de semejanza y aseguran que, si existe, pero no verifican toda la información)

Dos lados de un triángulo miden 4 cm y el tercero 5 cm; el ángulo comprendido entre los primeros mide 68° . En el segundo triángulo los lados correspondientes miden 8, 9 y 10 cm y el ángulo correspondiente se conserva **no es semejante, ya que el primero es un triángulo isósceles y el segundo un triángulo escaleno**

Los tres ángulos de cada uno de los dos triángulos miden 40° , 64° y 76° y sus lados son proporcionales. **Sí es semejante, porque cumple con el criterio AA o LLL**

Fase 5 Integración

Para finalizar este nivel se aplicó un cuestionario en el cual se abordaba el concepto de semejanza visto anteriormente en clase para lo cual los estudiantes respondieron las siguientes interrogantes

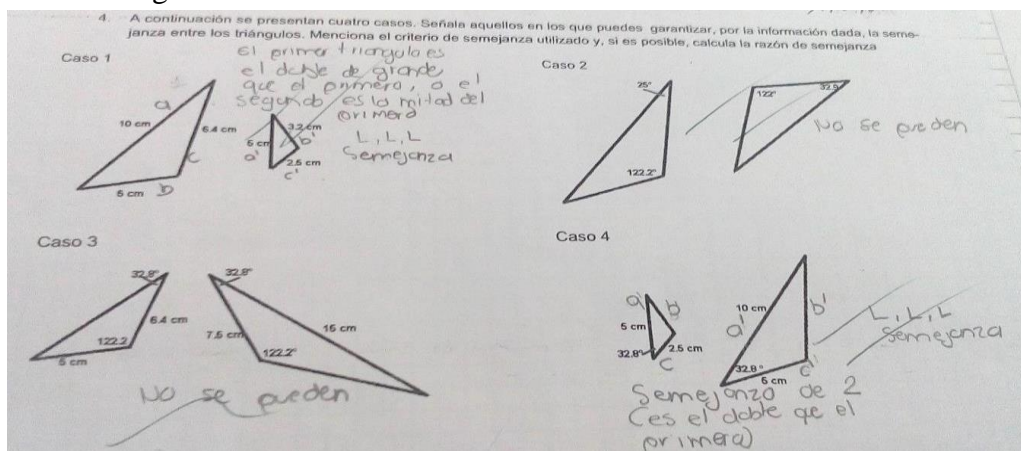


Figura 5

Las respuestas que proporciona el alumno en la primera pregunta es correcta y aplica la comparación de los cocientes de manera adecuada, justificando el porqué de su semejanza además de utilizar el criterio de semejanza correcto al igual que en el ejercicio cuatro, en el ejercicio dos el alumno responde que no se puede determinar su semejanza pero no argumenta el porqué de ello, al igual que en el ejercicio tres por lo que se podría concluir que el alumno sólo observó la orientación de las figuras por lo cual pudo haber inferido que las figuras no son semejantes, sin verificar antes si los ángulos o los lados eran proporcionales.

NIVEL 2 DEDUCCIÓN INFORMAL

Fase 1 Información

En una hoja doble carta dibujaron un triángulo equilátero de 20 cm de cada lado, posteriormente marcaron los puntos medios de cada uno de los lados, para unir estos tres puntos y generar cuatro triángulos semejantes uno de estos de forma invertida, éste es el único que va coloreado, posteriormente repitieron en los triángulos en blanco, el proceso anterior de mediar los lados y marcar los puntos medios para generar un nuevo triángulo, repitieron el proceso con la intención de obtener la siguiente figura



Se buscó que en este fractal los alumnos vieran más allá de lo que se mostraba en la imagen, es decir, si podían formar más triángulos que no fueran tan fáciles de ver, a los cuales cerca de 5 alumnos visualizaron lo esperado, lo cual consistía en que a través de líneas paralelas a cualquiera de los lados se podían generar más triángulos semejantes al original, en este caso el triángulo más grande.

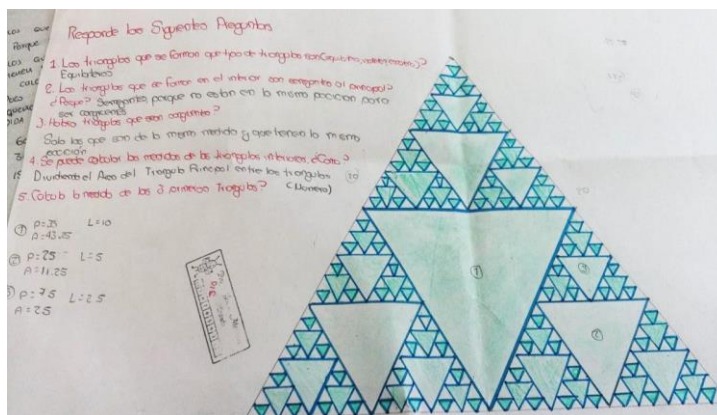


Figura 6

Con lo anterior se buscó analizar, cuáles son sus conocimientos previos acerca de la semejanza. Para posteriormente determinar qué tanto pueden emplear una proporción entre

las distintas medidas para encontrar una desconocida. De forma general, como resultado de todo lo hecho anteriormente los alumnos tienen un buen conocimiento de lo que es la semejanza y como ésta se aplica en las distintas figuras tomando conciencia que existe una relación entre las medias, una proporción entre las figuras.

Fase 2 Orientación dirigida

Para la explicación del contenido y relacionar la proporción que se tiene entre las figuras se colocó, en el pizarrón, un problema referente a triángulos semejantes (véase figura del árbol), los cuales nos permitieron encontrar el valor de uno de los lados que hacen falta, se les explicó que con los números se forman dos fracciones las cuales se van a comparar, para lo cual se deben de colocar en la primera las medidas de las sombras en el numerador, la medida de la sombra de la persona y en el denominador la medida de la sombra del árbol y en la segunda fracción colocamos los datos de la altura en el mismo orden en que se colocaron las medidas de las sombras, es decir, en el numerador la medida de la altura de la persona y en el denominador la medida de la altura del árbol, en este caso dicha medida la desconocemos por lo cual se representa con la letra “x”, para indicar que es el valor que debemos de encontrar a partir de las operaciones con los demás números, multiplicando los dos números que se encuentran en los extremos y dividiendo el resultado por el número restante, (“multiplicación en cruz”).

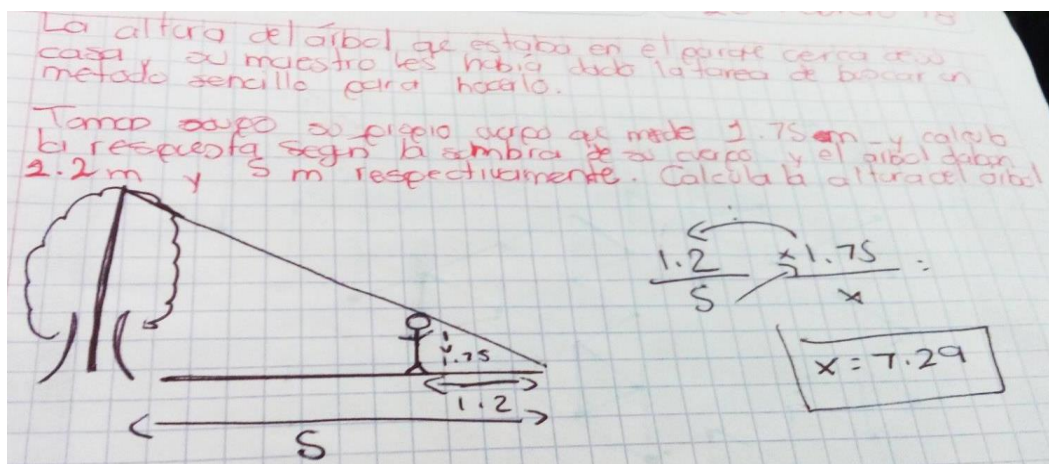


Figura 7

Fase 3 Explicitación

Intercambio de ideas a lo largo de la clase al comentar las preguntas de la primera y la segunda fase con cada una de las aportaciones que los alumnos daban, en la forma que ellos resolvían las preguntas, una de las respuestas que daban era que para obtener la medida de los lados de los nuevos triángulos era simplemente dividir la medida de los lados a la mitad, manifestando una percepción visual de las medidas que pueden llegar a tener los nuevos triángulos. Así mismo, compartían la forma en que se resolvió el problema, principalmente el cómo ubicar los números en la cuarta proporcional faltante para poder

obtener el resultado correcto, además de qué números se operan y cuáles son las operaciones que son adecuadas de emplear para encontrar la solución correcta.

Fase 4 Orientación libre

Para esta fase se les dio a los alumnos un ejercicio en el cual debían encontrar la medida indicada empleando la cuarta proporcional faltante.

Abelardo desea calcular el ancho del río, para poder construir un puente, para ello utilizó el siguiente esquema: Apoyándote del esquema que realizó Abelardo, calcula ¿Cuál es el ancho del río?

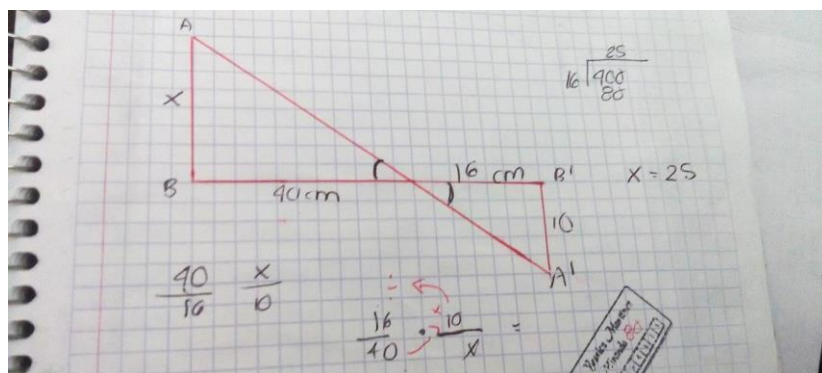
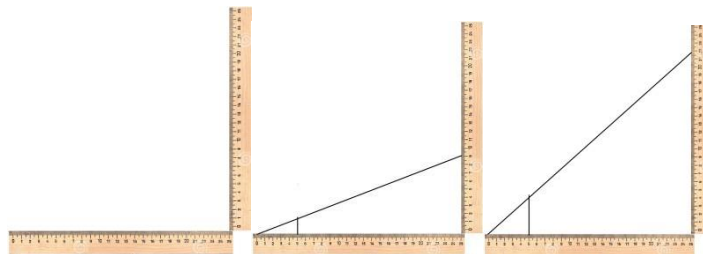


Figura 8

Fase 5 Integración

Para la última fase de este nivel se les solicitó a los alumnos hacer la siguiente actividad: Triángulos, hilo, palillos y algo más

Material: dos reglas de 30 cm, hechas de cartulina, hilo resistente y tiras de cartulina de ancho y de largo, A: 5 cm, B: 6 cm, C: 8 cm, D: 10 cm, E: 12 cm, F: 15 cm, G: 16 cm, H: 20 cm.



Colocar las dos reglas sobre una superficie plana, como se muestra en la figura. Es importante que el número 30 de la regla horizontal coincida exactamente con el cero de la regla vertical. Tratar de que las reglas no se muevan; si es posible, pegar a la superficie.

Para los ejercicios se sujeta la tira en posición vertical donde se indique en cada caso. Se coloca el hilo formando un triángulo con las reglas desde el cero de la regla horizontal, pasando por el extremo superior de la tira y estirar hasta tocar algún punto de la regla vertical

Posición del palillo D en la regla horizontal	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm
Posición. ¿A qué punto llegará el hilo en la regla vertical?	30 cm	20 cm	15 cm	12 cm

Realizar la siguiente actividad

Completar la tabla antes de hacerlo con las reglas

Verificar con las reglas, colocar el hilo y todas las tiras en las posiciones que eligieron;

Colocar un palillo en la regla horizontal en la medida	7.5 cm	9 cm	15 cm	12 cm	24 cm
Predicción. ¿Cuál palillo debe colocarse para que su extremo superior toque el hilo?	5 cm	6 cm	10 cm	8 cm	16 cm

A continuación, se presenta uno de los trabajos realizados por los alumnos, en el cual además se solicitó que agregaran si los triángulos eran semejantes o no, a partir de la división de cada uno de los lados correspondientes del triángulo.

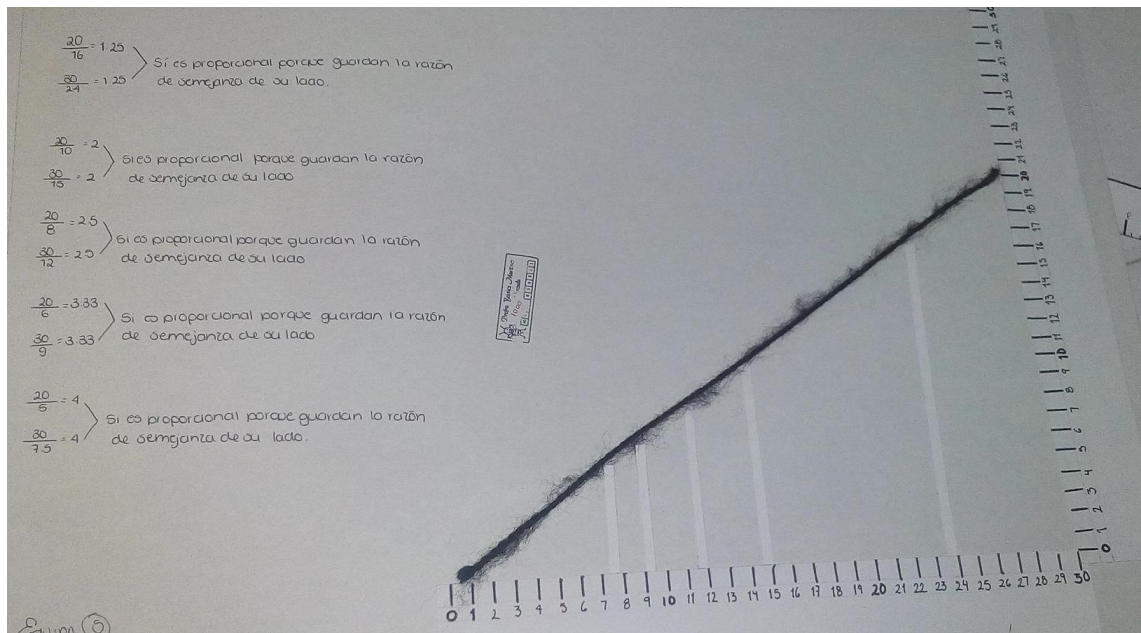


Figura 9

Resultados

A lo largo del trabajo con los alumnos y aplicando las fases del modelo de los Van Hiele, es apreciable el hecho de que los alumnos lograron un aprendizaje significativo con cada una de las actividades propuestas para cada una de las fases, además de que se logró despertar el interés por parte de los estudiantes, permitiendo que se involucraran de una manera positiva en cada una de las actividades que se plantearon.

Por lo cual es evidente determinar que, al aplicar lo que propone el modelo de los Van Hiele está vigente, al ser uno de los principales referentes para la enseñanza de la Geometría, de esta forma los alumnos tenían una mayor participación, atención a las indicaciones, derivando en un trabajo ameno para los alumnos, es decir, la apropiación de la idea de semejanza se va desarrollando al hacer énfasis en cada una de las características geométricas señaladas en los niveles, así mismo con el apoyo de las fases para facilitar la planificación de cada uno de los momentos en las diferentes sesiones de trabajo, dando como resultado que los alumnos tengan presente las relaciones que se establecen entre el tema de estudio, la semejanza y las relaciones aritméticas vinculadas con la proporción.

El modelo de los Van Hiele para la enseñanza de la Geometría es una herramienta, que a pesar de ser un modelo creado en los 50's, los resultados que proporciona al aplicarlo son positivos al mediar una asimilación mayor, a partir de las fases propuestas, a los diversos contenidos que se encuentran relacionados unos con otros, en el tercer año de Secundaria, dando así una guía para la elaboración de planeaciones que permitan guiar hacia un aprendizaje significativo en cual los alumnos, sean capaces de relacionar sus conocimientos con nuevos contenidos o en otras asignaturas.

Conclusiones

La elaboración de un secuencia didáctica para la enseñanza de la Geometría del plan de estudios 2011 utilizando el modelo de los Van Hiele, está basada en la aplicación de cada una de las fases y tomando en cuenta el nivel que se pretendió alcanzar de acuerdo al modelo, el nivel es uno de los principales aspectos a tomar en cuenta ya que a partir de este será el grado de complejidad de la actividad, así mismo como del contenido que se esté abordando, es importante señalar que por las cuestiones del tiempo normal de una clase, que es de 50 minutos, el tema del programa fue la semejanza y los tópicos fueron: caracterización de la semejanza, construcción de figuras semejantes, criterios de semejanza para triángulos y teorema de Tales. No fue posible que las cinco fases del modelo de los Van Hiele se trabajaran en una sola sesión, fue necesario que éstas se distribuyeran en cuatro clases, de esta forma en las fases las respuestas de los estudiantes fueron adecuadas, sin ser necesario que se apurara a su realización o bien que se quedaran trucas, lo que no hubiera sido benéfico para el aprendizaje de los alumnos.

La apropiación por parte de los alumnos de la idea de semejanza se desarrolló de forma pausada y gradual, al ir avanzando en cada una de las fases, permitió avanzar en cada uno de los niveles, a través de las actividades planteadas, siendo parte de este proceso la percepción visual de los elementos que contenían cada una de las actividades, al identificar características propias de la semejanza, al inicio, mediante la observación de si su forma era la misma y si el tamaño podía variar, aún no podían describir que la forma y el tamaño, son dos características asociadas con la semejanza, durante el desarrollo de las sesiones los estudiantes tuvieron respuestas adecuadas, al pasar al siguiente nivel los alumnos tuvieron la dificultad de determinar la proporción entre las figuras, por lo cual fue necesaria la resolución, de forma grupal como individual, de más ejercicios que les permitieron identificar cómo obtener la proporción entre éstas, se centró la atención en los cocientes entre las medidas de las dos figuras, esta es una forma de vincular las propiedades aritméticas con las geométricas, sin embargo los estudiantes aun veían por separado a los números y a las figuras. Estas respuestas de los estudiantes corresponden al nivel 1.

Cuando los estudiantes establecen conexiones entre los números y las figuras son comportamientos que corresponden al nivel 2. El factor de proporción guía la elaboración de una figura semejante, además se usa como criterio para verificar si las figuras son semejantes o no, ya no solo a partir de la observación sino ya teniendo un aspecto preciso numérico de la semejanza, la cual es la proporción entre sus medidas (existe un número tal que multiplicado por la primera nos da la segunda), en este nivel se encontró que los alumnos tenían dificultades al momento de obtener la proporción, porque para los alumnos cualquier lado de la primera figura podía ser asociado con cualquier otro de la segunda figura. Esto se puede hacer con el cuadrado, pero solamente es en este caso; confundían qué lados eran los que debían operar para obtener la proporción adecuada; durante la fase 3 de la explicitación, se aclararon las dudas para obtener la proporción, el intercambio de ideas entre los alumnos ayudó al desarrollo del trabajo porque discutían sus distintos resultados.

Al establecer las conexiones entre los números y las figuras que, sin las características primordiales de la semejanza, principalmente la proporción que existe entre los lados correspondientes de las figuras u objetos, avanzaron al nivel 2, en donde los alumnos deben ser capaces de relacionar las propiedades para generar con ello nuevas conclusiones, para ello se trabajó con el cálculo de medidas faltantes en figuras semejantes, al tener las bases con los niveles 0 y 1.

El trabajo inicial de la primera fase se desarrolló de forma fluida, en la segunda fase los alumnos tuvieron dificultades al establecer las proporciones entre las diversas medidas de los lados correspondientes, causando uno de los principales obstáculos para el avance de las actividades, pero al igual que en los niveles anteriores, la fase 3 del modelo, jugó un papel importante en la comprensión de los temas, al hacer un intercambio de ideas entre pares con lo cual se logró una mayor comprensión por parte de los alumnos, dando pie a que

se observe que la apropiación de la semejanza, mediante la aplicación del modelo de los Van Hiele, se da, de forma pausada y gradual, al ser necesario que primero los alumnos relacionaran el concepto con algo cotidiano de su entorno para una mayor comprensión, llegando a trabajar con figuras más complicadas, para los estudiantes, en el nivel 2 donde implica un razonamiento mayor para el desarrollo de dicho nivel, siendo el intercambio de ideas entre pares, una de las herramientas con mayor funcionalidad para la aclaración de dudas cuando resuelven ejercicios o tienen dudas acerca de los contenidos.